

## La botella de Klein

**Luis J. Alías Linares**

La botella de Klein fue descrita por primera vez en 1882 por el matemático alemán Felix Klein y bautizada originalmente como la superficie de Klein; una traducción errónea del alemán (Fläche = superficie por Flasche = botella) hizo que sea conocida hoy en día como la botella de Klein. Para ilustrar cómo es esta superficie, lo más útil es considerar una lámina cuadrada, y delgada de plastilina, de 30 cm de lado, a cuyos cuatro vértices llamamos ordenadamente -en el sentido de las agujas del reloj- A, B, C y D. En un primer paso formamos un cilindro pegando entre sí los lados AD y BC. A continuación se procede como en la cinta de Moebius, es decir, el lado DC se pega con el BA. Es de suma importancia respetar el orden de las letras, ya que este segundo paso obliga a la superficie a retorcerse sobre sí misma, de manera que para pegarse correctamente los círculos superior e inferior del cilindro, la superficie se ha de cortar a sí misma.

No es fácil imaginarse el resultado final tras el segundo pegamiento, pero afortunadamente internet pone ante nuestros ojos una botella de vidrio, tan sorprendente como bella, en la que merece la pena detenerse a pensar qué tiene de especial más allá de sus profundas propiedades matemáticas. Por ejemplo, tiene una sola cara, es decir, pasamos de manera continua del interior al exterior, lo que nos recuerda a la cinta de Moebius. Pero hay algo más espectacular, pues colocada en posición vertical sobre una mesa, se toma un cuchillo y se corta por la mitad, de arriba abajo, como si fuera un bizcocho, para obtener dos cintas de Moebius. O dicho de otra manera, dos cintas de Moebius adecuadamente pegadas producen una botella de Klein.

Pero no es una botella al uso, pues su llenado no es tarea fácil y si finalmente lo has conseguido, permíteme un consejo: no empines el codo para satisfacer tu sed.

Luis J. Alías Linares es Académico de Número de la Academia de Ciencia de la Región de Murcia