

---

# Astronomía descriptiva y física del cosmos (selección)

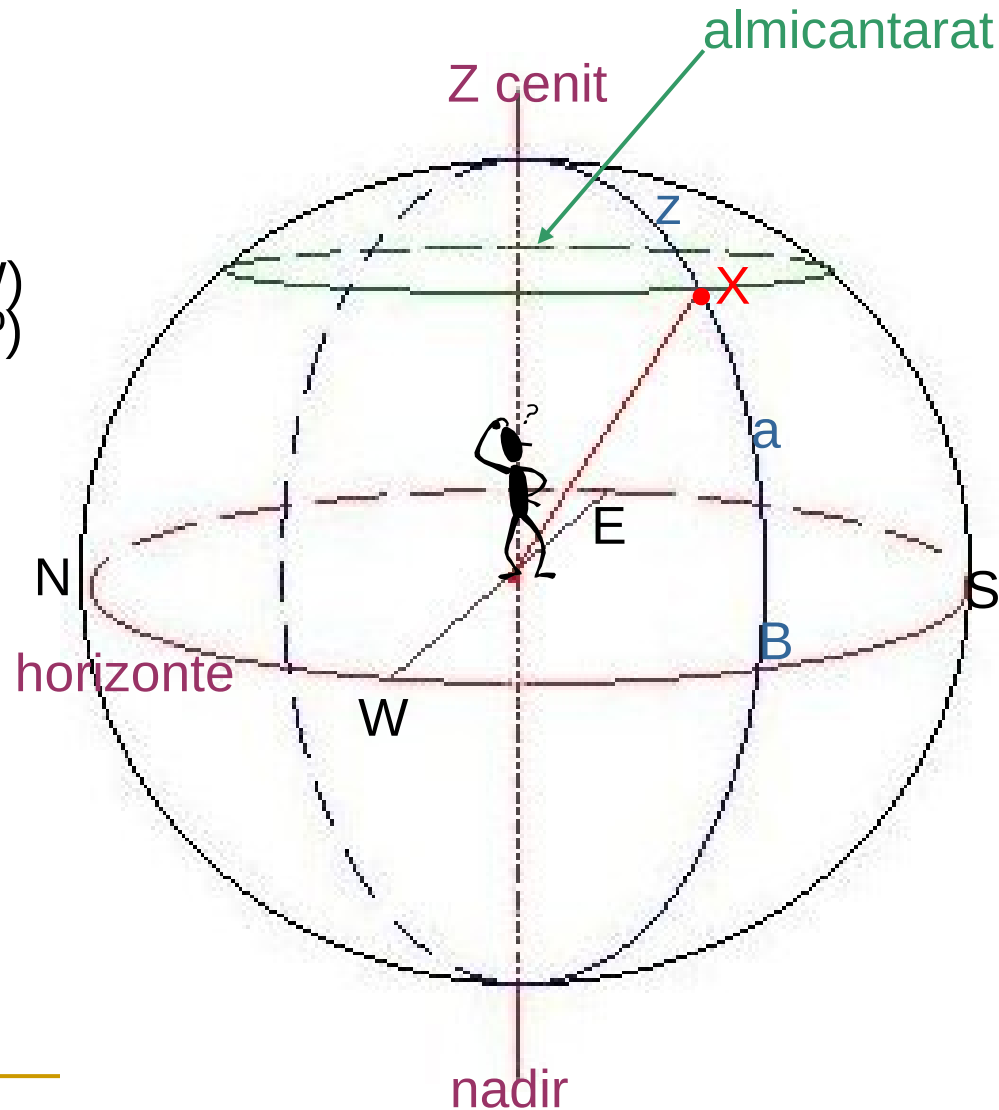
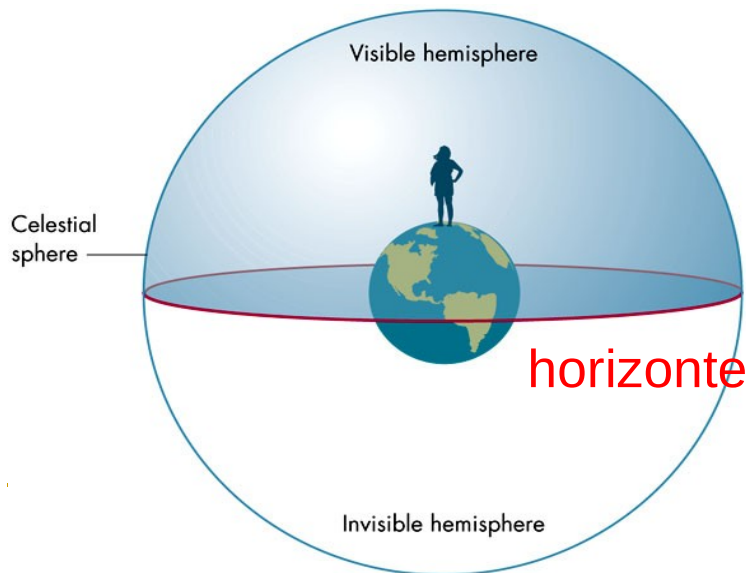
---

# Coordenadas astronómicas

- HORIZONTALES (plano del horizonte): elevación y acimut  
 $-90^\circ \leq a \leq 90^\circ$  [*nadir, cenit*]  
 $0^\circ \leq A \leq 360^\circ$  (*SWNE, levo*)
- HORARIAS (plano ecuatorial celeste): declinación y ángulo horario  
 $-90^\circ \leq \delta \leq 90^\circ$  [*PS, PN*]  
 $0\text{h} \leq h \leq 24\text{h}$  (*meridiano S, sentido a los astros, levo*)
- ECUATORIALES (pl. ecuatorial celeste): declinación y ascensión recta  
 $-90^\circ \leq \delta \leq 90^\circ$  [*PS, PN*]  
 $0\text{h} \leq \alpha \leq 24\text{h}$  (*punto Aries, sentido contra los astros, dextro*)
- ECLÍPTICAS (plano eclíptico): latitud y longitud eclípticas  
 $-90^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$  [*poloseclípticos*]  
 $0^\circ \leq \lambda \leq 360^\circ$  (*punto Aries, sentido contra los astros, dextro*)
- GALÁCTICAS (plano galáctico): latitud y longitud galácticas  
 $-90^\circ \leq b_{II} \leq 90^\circ$  [*polosgalácticos*] ( $b_{II}, l_{II}$ )  
 $0^\circ \leq l_{II} \leq 360^\circ$  (*centro galáctico en Sagitario*)

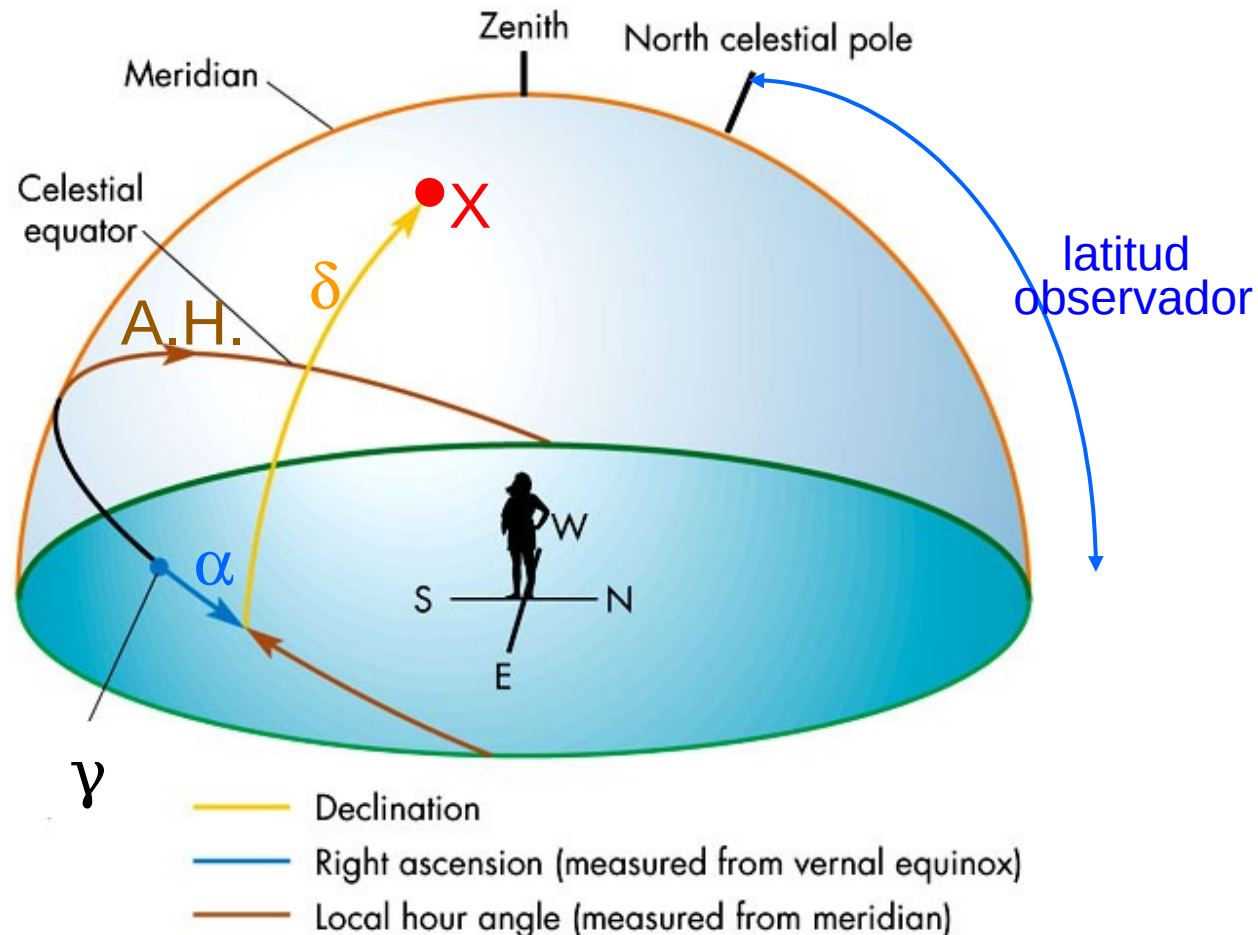
# Coordenadas alt-acimutales

- Coordenadas **X**:
  - **a** altitud: altura sobre el horizonte BX ( $-90^\circ$  a  $90^\circ$ )
  - $z=90-a$  distancia cenital
  - **A** acimut: SWNE (ó NESW) sobre horizonte ( $0^\circ$  a  $360^\circ$ )
- Círculo NZS: meridiano del observador
  - Estrella culmina cuando lo cruza

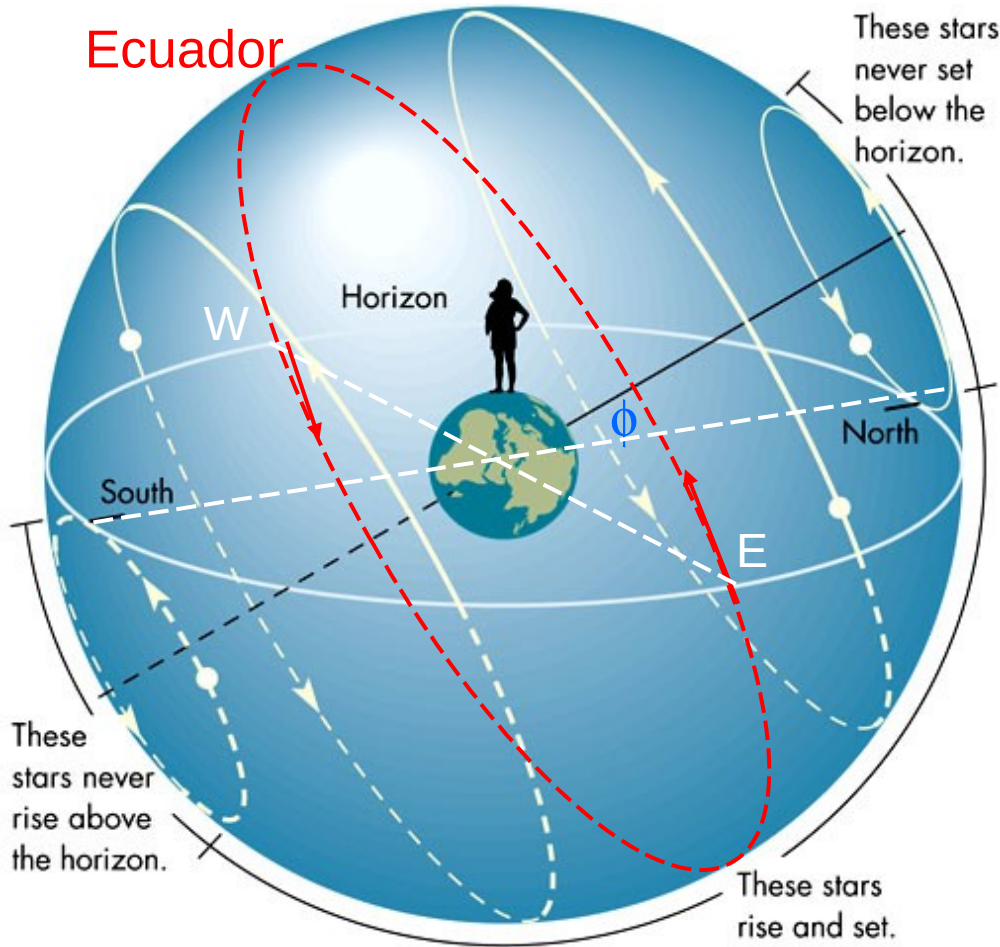


# Coordenadas ecuatoriales

- Coordenadas  $X$ :
  - declinación  $\delta$  ( $-90^\circ$  a  $90^\circ$ ) altura desde el ecuador
  - ángulo horario  $A.H.$  ( $0^h$  a  $24^h$ ) desde el meridiano: tiempo que ha pasado desde que la estrella culminó
  - ascensión recta  $\alpha$  ( $0^h$  a  $24^h$ ) desde punto Aries (equinoccio vernal)

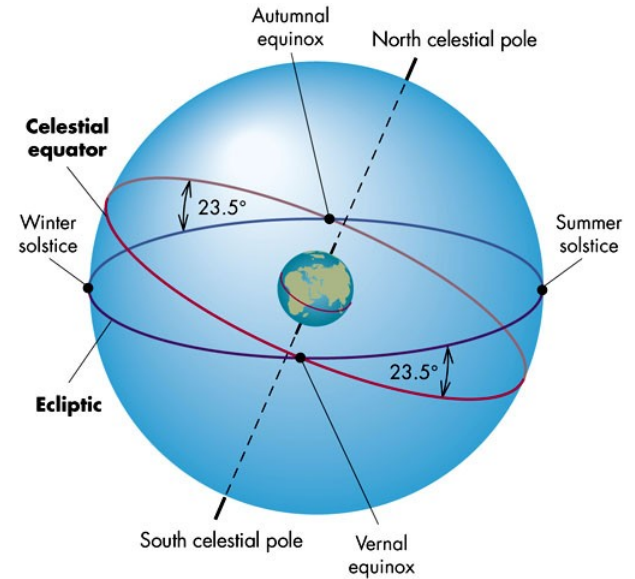
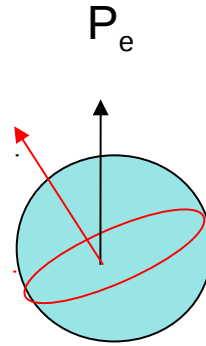


# Estrellas circumpolares



- Tiempo que está un objeto por encima del horizonte depende de  $\delta$ :
  - $\delta=0$ :  $t_{\text{visible}}=12\text{h}$  Ecuador
  - $\delta>0$ :  $t_{\text{visible}}>12\text{h}$
  - $\delta<0$ :  $t_{\text{visible}}<12\text{h}$
- ▽  $\delta>90-\phi$ :  $t_{\text{visible}}=24\text{h}$ 
  - nunca se ponen
  - se pueden observar toda la noche
- El Sol tiene distintos  $\delta$  a lo largo del año  $\rightarrow$  los días tendrán duraciones distintas

# La eclíptica $P$

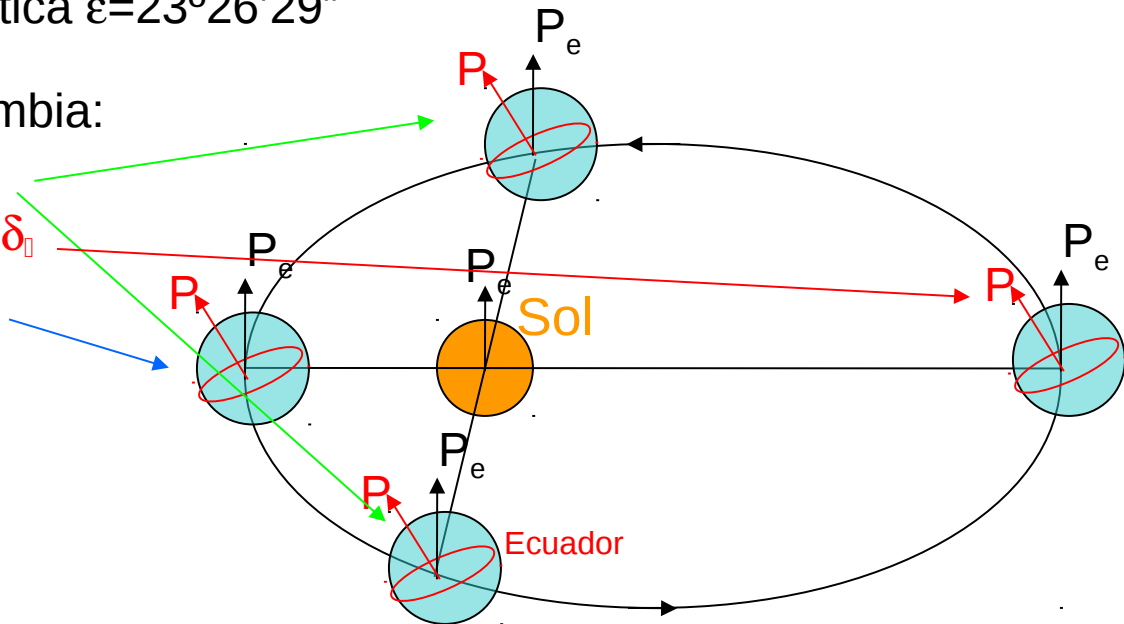


- La Tierra alrededor del Sol en plano eclíptica  
→ Sol en eclíptica
- Ángulo entre ecuador y eclíptica  $\epsilon=23^{\circ}26'29''$   
*oblicuidad de la eclíptica*
- Eje rotación Tierra  $\parallel$  →  $\delta_{\square}$  cambia:

Rayos Sol  $\perp$  Ecuador  $\delta_{\square}=0$

Rayos Sol  $\perp$  T. Cáncer  $+\epsilon = \delta_{\square}$

Rayos Sol  $\perp$  T. Capr.  $-\epsilon = \delta_{\square}$



# Transformación de coordenadas

- Expresiones cartesianas de sistemas de coordenadas esféricas con  $r=1$  y los ángulos correspondientes  $(a,A)$ ,  $(\delta,h)$ ,  $(\delta,\alpha)$ ,  $(\beta,\lambda)$  :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\text{Horizontales}} = \begin{pmatrix} \cos(a) \cos(A) \\ \cos(a) \sin(A) \\ \sin(a) \end{pmatrix} \text{ y similares}$$

- Inversión de ejes (dextrógiro a levógiro y viceversa):

$$I_{-x} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad I_{-y} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad I_{-z} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- Rotación de ángulo theta respecto de un eje determinado:

$$R_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad R_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad R_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Ejemplos de transformación:

$$\begin{aligned} \text{Horarias} &= R_y(\varphi - 90) \cdot \text{Horizontales} \\ \text{Ecuatoriales} &= R_z(-TS) \cdot I_{-y} \cdot \text{Horarias} \\ \text{Eclípticas} &= R_x(\varepsilon) \cdot \text{Ecuatoriales} \end{aligned}$$

- Ejemplo: paso de coordenadas horizontales a horarias

$$\begin{aligned}\cos \delta \sin h &= \cos a \sin A \\ \cos \delta \cos h &= \cos a \cos A \sin \varphi + \sin a \cos \varphi \\ \sin \delta &= \sin a \sin \varphi - \cos a \cos A \cos \varphi\end{aligned}$$

- Ejemplo: paso de coordenadas ecuatoriales a eclípticas

$$\begin{aligned}\cos \beta \cos \lambda &= \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \beta \sin \lambda &= \cos \delta \sin \alpha \cos \epsilon + \sin \delta \sin \epsilon \\ \sin \beta &= \sin \delta \cos \epsilon - \cos \delta \sin \alpha \sin \epsilon\end{aligned}$$



# Paralaje

- Diurna (línea de base radio terrestre):

$$\tan p \approx p = R/d$$

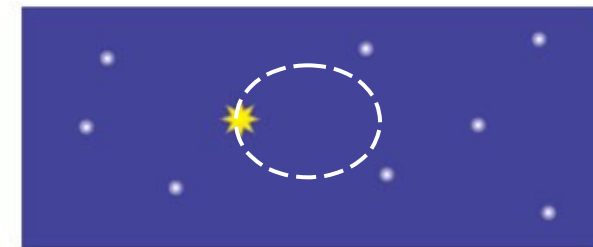
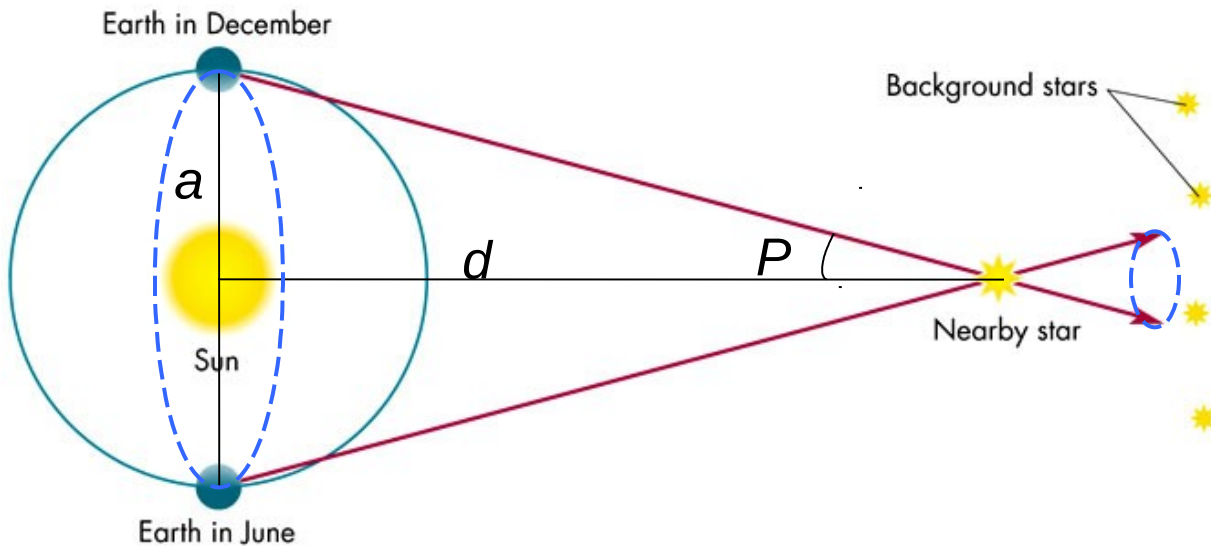
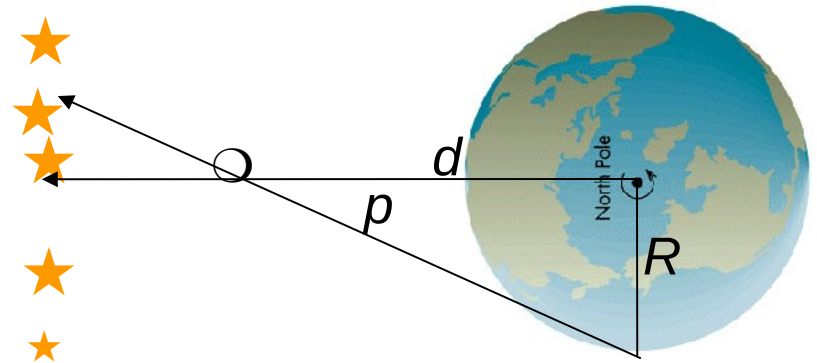
- Objetos del sistema solar  
Luna (57'), Sol (8".79)

- Anual (línea base órbita terrestre):

$$\tan p \approx p = a/d \Rightarrow d_{pc} = 1/p''$$

- Definición de parsec
- Estrellas más próximas

Próxima Centauri (0".76=1.31pc)



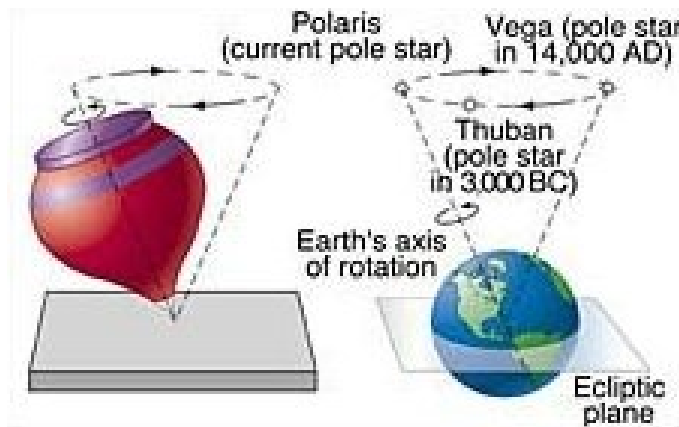
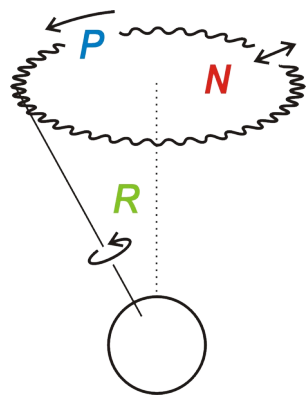
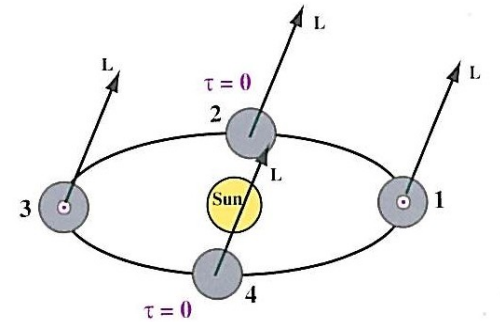
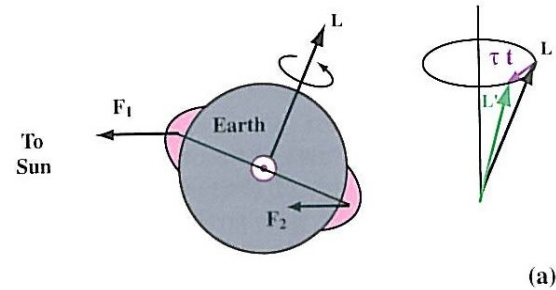
June



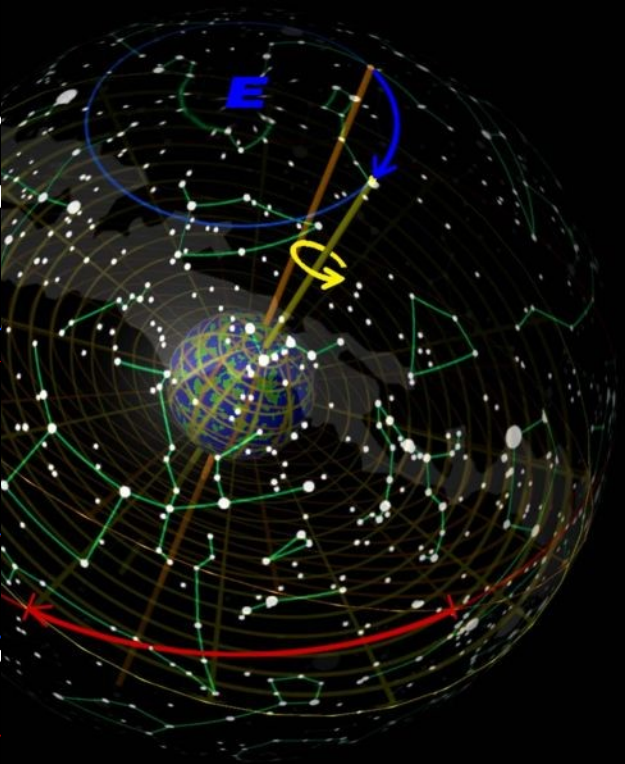
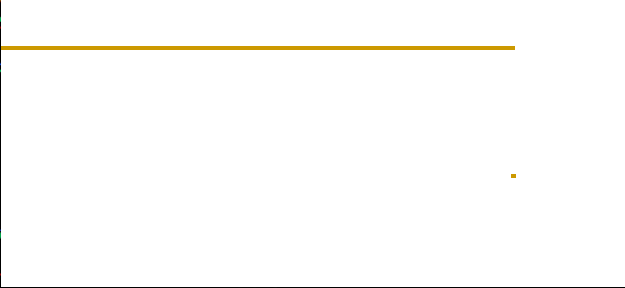
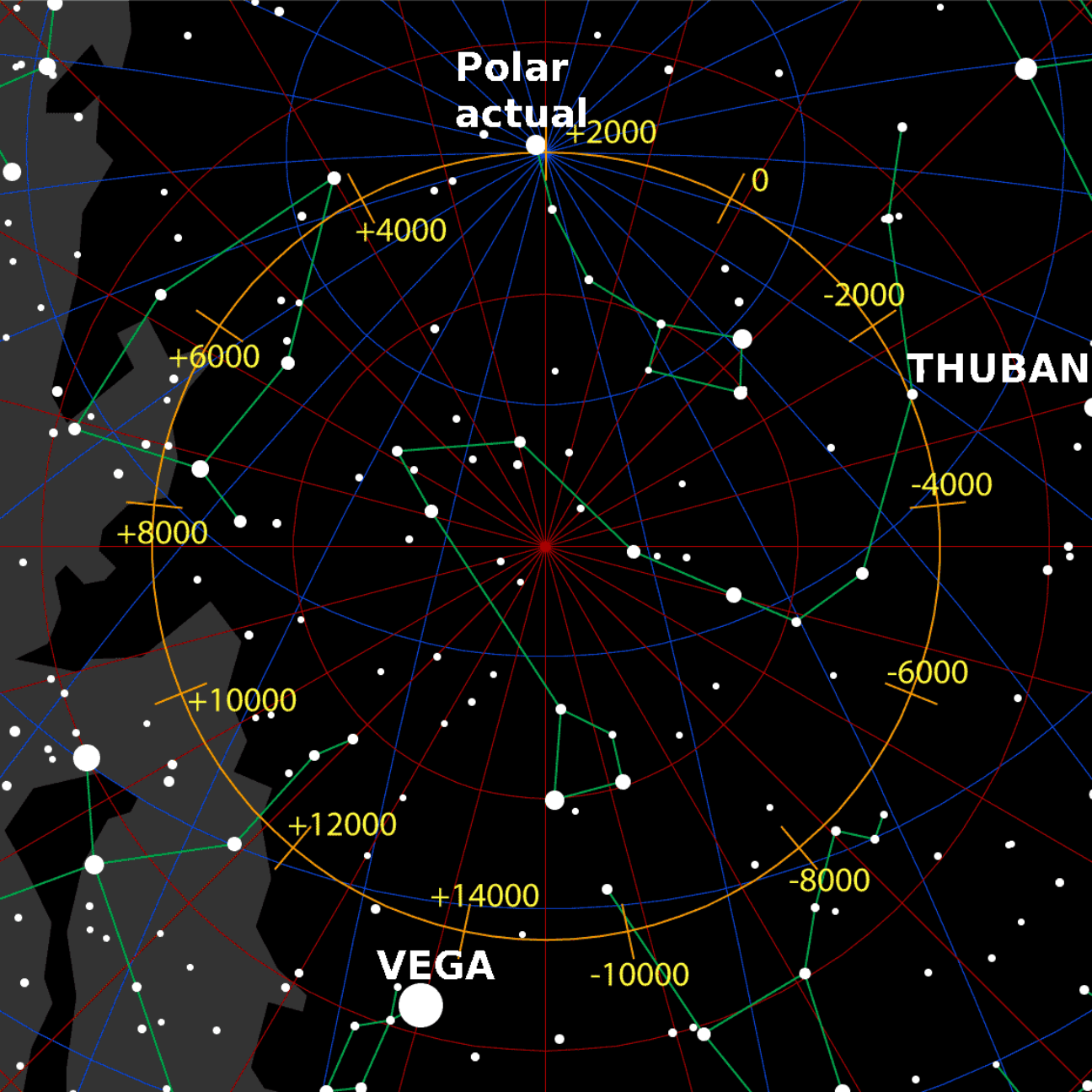
December

# Precesión de los equinoccios

- Causa: fuerzas de marea de Sol y Luna sobre Tierra esférica.  $(R_{ec} - R_p)/R_p = 1/298.257$
- Efecto: bamboleo del eje terrestre alrededor del eje de la eclíptica
- Período: 25781 años (50".27/año)
- Consecuencias: movto punto Aries (actualizar coordenadas por épocas), adelantamiento de estaciones, cambio en estrella polar, desfase zodiacal
- Nutación: pequeñas oscilaciones debidas al cambio en las posiciones relativas de Sol, Luna y Tierra



**Fig 23.26.** Precession caused by the Sun. (a) We treat the Earth as a sphere with an extra bulge around the equator, and look at the torque exerted by the Sun on the bulge. We see that  $F_1$  is greater in magnitude than  $F_2$ , so there is a net torque on the Earth, whose direction, given by the right-hand rule, is out of the page. The torque would rotate the Earth, but the Earth already has some angular momentum, so the change in angular momentum must be added to the existing angular momentum, as shown on the right. The result is a new angular momentum whose magnitude is the same as before, but whose direction is different. (b) We show the torques at different points in the Earth's orbit. The torque can sometimes be zero, but when it is not zero it always points in the same direction.



# Medida del tiempo

**Día sideral:** intervalo de tiempo entre dos pasos de una estrella por el meridiano del observador. Duración: 23h 56m 4.10s

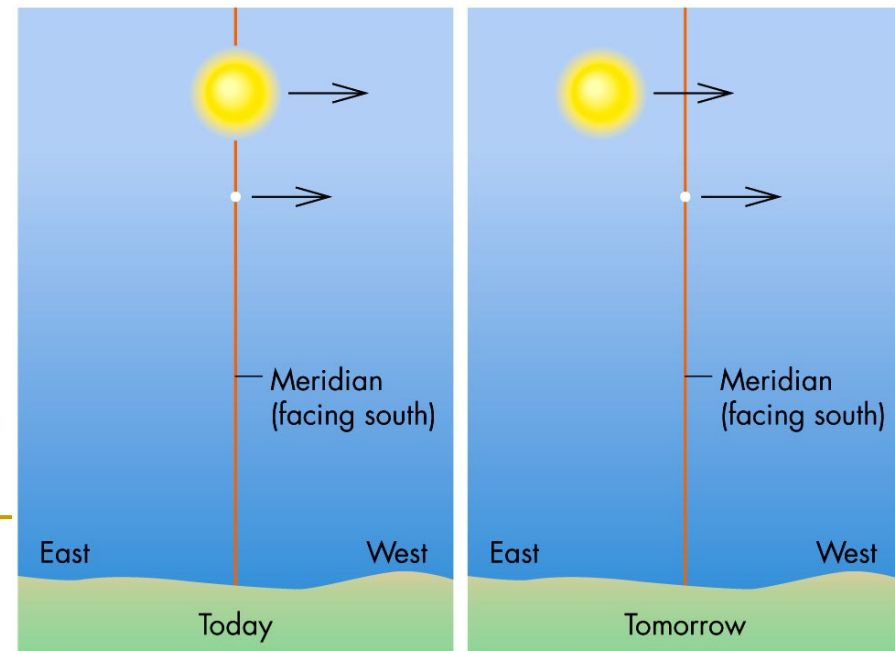
**Día sidéreo:** intervalo de tiempo entre dos pasos del punto de Aries por el meridiano del observador. Duración: 23h 56m 4.09s

Diferencia debida a precesión: día sidéreo < día sideral

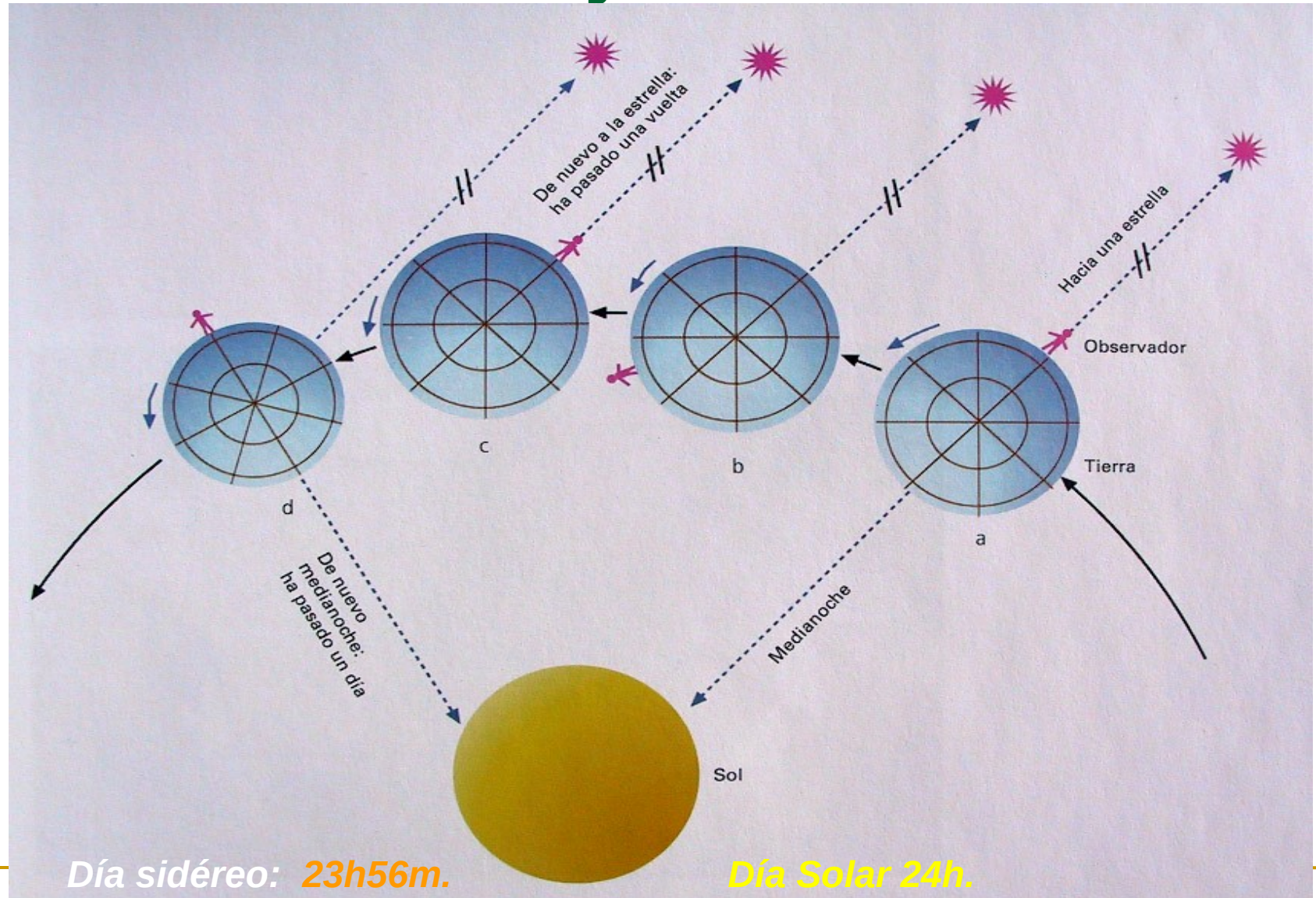
$$50'' \cdot 27/365 \text{ días} = 0'' \cdot 1377/\text{día} \sim 0.01\text{s}/\text{día}$$

**Día solar verdadero:** intervalo de tiempo entre dos pasos consecutivos del centro del Sol por el meridiano

Cuando ha pasado un día sidéreo, aún quedan 4m para uno solar.



# Días sidéreo y solar



# Tiempo solar medio

- Pasos del sol verdadero por meridiano: movto conveniente pero no regular
  - Órbita Tierra elipse: velocidad no uniforme
  - Sol se mueve sobre Eclíptica, no sobre Ecuador, luego su Ascensión Recta no varía de manera uniforme
- **Sol medio**: se mueve sobre el Ecuador con velocidad constante
  - Intervalo entre dos pasos del Sol por punto Aries:  
1 año trópico = 365.2422 días = 365d 5h 48m 46s
- **Tiempo medio**: Ángulo Horario del centro del Sol +12h
- Sobre el meridiano de Greenwich: tiempo de Greenwich, tiempo Universal (**UT**) o **GMT** (*Greenwich Mean Time*)
  - En Reino Unido tiempo=UT en invierno, +1 en verano
- **Huso horario**: división superficie Tierra en 24 zonas de 15°
  - divisiones políticas cambian esto un poco
  - Línea de cambio de fecha (+1 si hacia W, -1 si hacia E)

# Tiempo sidéreo (hora sidérea)

- $TS = h + \alpha$  a partir de las coordenadas horarias de un astro
- $TS = h(\gamma)$  ángulo horario del punto Aries
- Nos dice la ascensión recta de los astros que están culminando
- Crece a medida que pasa la noche
- Hora sidérea según la longitud geográfica (Greenwich):

$$TSL = TSG + \lambda$$

# Períodos y mes sinódicos

- Tiempo solar (período sinódico de rotación). Velocs. ang. Uniformes:

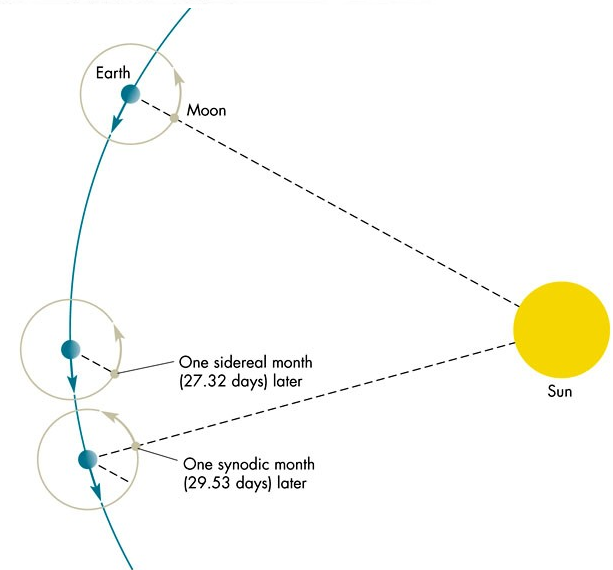
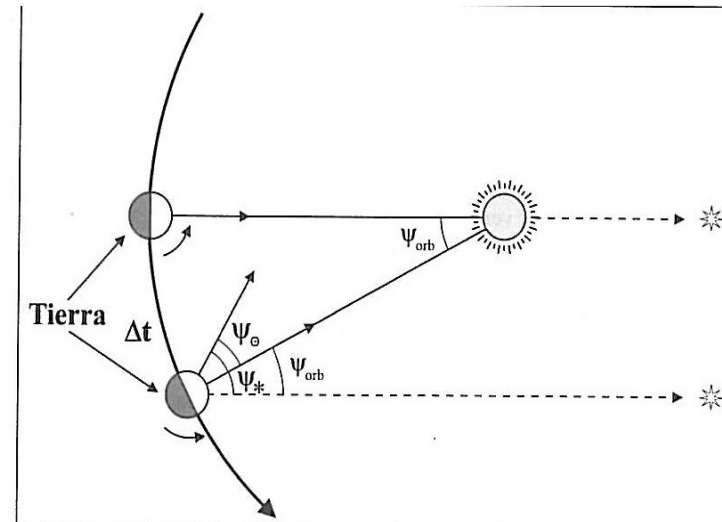
$$\Psi_{sid} = \Psi_{orb} + \Psi_{sol}$$

$$\Psi = \frac{2\pi}{\tau} \Delta t$$

$$\frac{1}{\tau_{sid}} = \frac{1}{\tau_{orb}} + \frac{1}{\tau_{sol}}$$

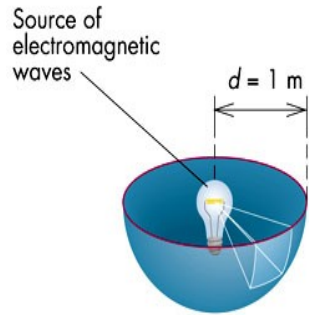
$$\tau_{orb} = 365.2564 \tau_{sol} \Rightarrow \tau_{sid} = 0.99727 \tau_{sol}$$

- Mes sidéreo: tiempo que tarda en volver a verse la Luna en el mismo lugar del fondo de estrellas. Duración: 27.32 días solares.
- Mes sinódico: tiempo que tarda en volver a verse la Luna en la misma fase. Duración: 29.53 días.
- Período sinódico: tiempo que tarda un objeto en volver a aparecer en el mismo punto del cielo respecto del Sol, visto desde la Tierra (T). Tiempo entre dos conjunciones sucesivas.
- Planetas (P) interiores:  $\frac{1}{P_{sid}} = \frac{1}{T_{orb}} + \frac{1}{P_{sin}}$
- Planetas exteriores:





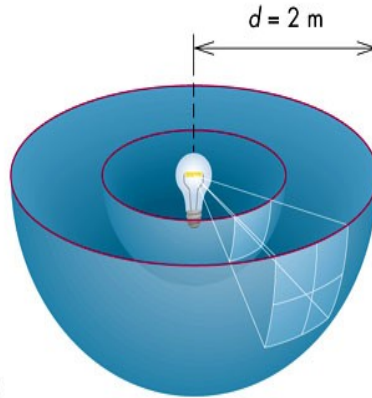
# Luminosidad, brillo y color



$$\text{Electromagnetic flux (F)} = \frac{\text{Energy}}{\text{Area}} = \frac{E}{4\pi d^2}$$

Distance ( $d$ ) = 1 meter, so

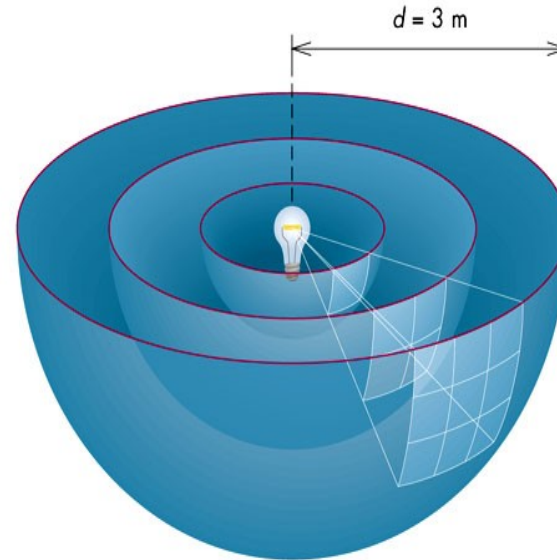
$$F = \frac{E}{4\pi 1^2} = \frac{E}{4\pi}$$



Distance ( $d$ ) = 2 meters, so

$$\text{Flux (F)} = \frac{E}{4\pi d^2} = \frac{E}{4\pi 2^2} = \frac{E}{16\pi}$$

**Notice:** Flux ( $F$ ) decreases as distance ( $d$ ) increases because energy ( $E$ ) remains the same but area of the sphere ( $4\pi d^2$ ) increases.



Distance ( $d$ ) = 3 meters, so

$$\text{Flux (F)} = \frac{E}{4\pi 3^2} = \frac{E}{36\pi}$$

- Relación flujo – luminosidad intrínseca
- Relación flujo – área del detector  $D$
- El brillo aparente (flujo) depende de  $L$  y  $d$

$$F = \frac{E}{At} = \frac{L}{4\pi d^2}$$

$$L_{obs} = \left[ \frac{E}{t} \right]_{detector} ; F = \frac{L_{obs}}{\pi D^2}$$

- Sistema de magnitudes aparentes: a mayor flujo, menor magnitud
- Basado en ojo humano (Hiparco, de 1 a 6), gran rango dinámico (respuesta logarítmica): una **diferencia de 5** magnitudes representa un **factor 100** en flujo:

$$\frac{F_1}{F_2} = 100^{(m_2 - m_1)/5} = 10^{(m_2 - m_1)/2.5}$$

- Los telescopios han extendido rango detección desde  $m=6$  (ojo) hasta  $m=26$ .
- Magnitud absoluta: normalizamos a una distancia convencional  $d_0 = 10 \text{ pc}$
- Mismo objeto colocado a la distancia real y a  $d_0$  :

$$m(d) - m(d_0) \equiv m - M = 2.5 \log \left( \frac{F_1}{F_2} \right) = 2.5 \log \left( \frac{L / (4 \pi d_0^2)}{L / (4 \pi d^2)} \right) = 5 \log (d / 10 \text{ pc})$$

- Módulo de distancia:

$$m - M = 5 \log d_{pc} - 5$$

- Color de una estrella (~cuerpo negro, Planck) relacionado con temperatura superficial (ley de Wien):  $\lambda_{max} T = cte$  Más azul, más caliente.
- Diagrama HR: relación color/luminosidad según tamaño estelar  
Flujo emitido:  $F = \sigma T^4 = \frac{L}{4\pi R^2}$  Menor T y mayor L (diagonal HR) implica tamaño R creciente.

- Fotometría óptica: sistema de filtros UBVRI, cuantificamos color:

Y se definen colores como:

$$m(\lambda_2) - m(\lambda_1) = 2.5 \log \left( \frac{F(\lambda_1)}{F(\lambda_2)} \right)$$

$$m_B - m_V \equiv B - V = 2.5 \log \left( \frac{F(\lambda_1)}{F(\lambda_2)} \right) + cte$$

con cte ajustada de manera que  $B - V \equiv 0$  para Vega.

- Teoría de Planck: el cociente  $F(\lambda_1)/F(\lambda_2)$  determina unívocamente T.
- La distancia cambia la magnitud aparente pero no el color:

$$m_B - m_V = M_B - M_V$$

- Extinción (A) por polvo = dispersión + absorción  $m_{obs} \equiv m' = m + A$   
Profundidad óptica (tau)  $F' = F e^{-\tau}$   $A = m' - m = 2.5 \log(F/F') = 2.5 \tau \log(e) \approx 1.1 \tau$

- Enrojecimiento  $A_B > A_V$  por polvo. Usamos dos filtros y tipo espectral (B-V):  
 $m'_i = M_i + 5 \log d - 5 + A_i \Rightarrow m'_B - m'_V = (B - V) + (A_B - A_V)$ .  $A = f(N_{dust})$  pero  $R \equiv \frac{A_B}{A_B - A_V} = 3.1 \neq f(N_{dust})$ .  
Obtenemos  $A_V$  y con ella la distancia:

## PARALAJE ESPECTROSCÓPICA

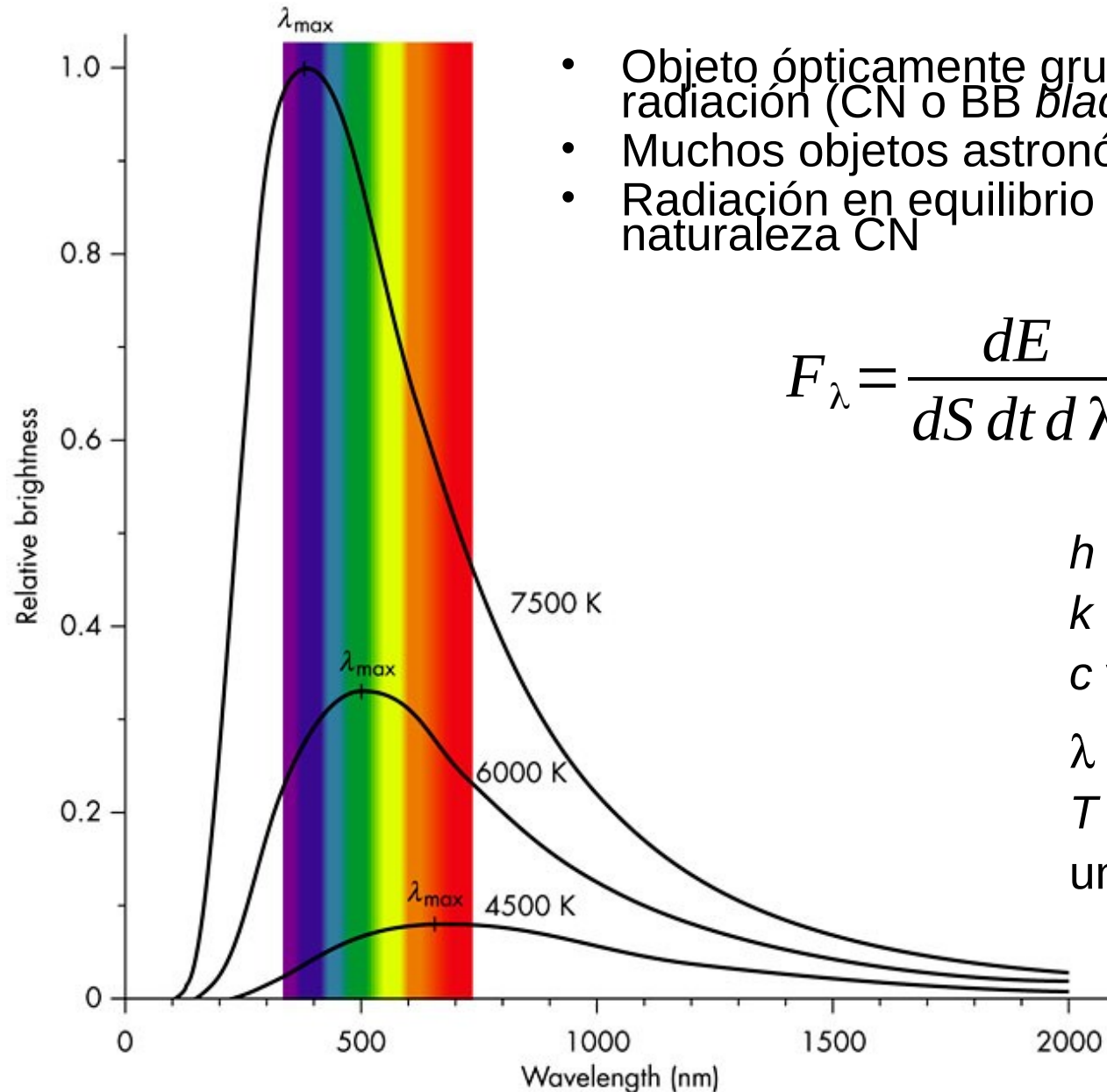
# Espectro de cuerpo negro

- Objeto ópticamente grueso en equilibrio con radiación (CN o BB *blackbody*)
- Muchos objetos astronómicos ~CN
- Radiación en equilibrio con CN: sólo  $T$ , no naturaleza CN

$$F_{\lambda} = \frac{dE}{dS dt d\lambda} = \frac{2hc^2/\lambda^5}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

$h$  constante de Planck  
 $k$  constante de Boltzmann  
 $c$  velocidad luz vacío

$\lambda$  longitud de onda  
 $T$  temperatura efectiva (sup)  
unidades:  $\text{J s}^{-1} \text{m}^{-3}$



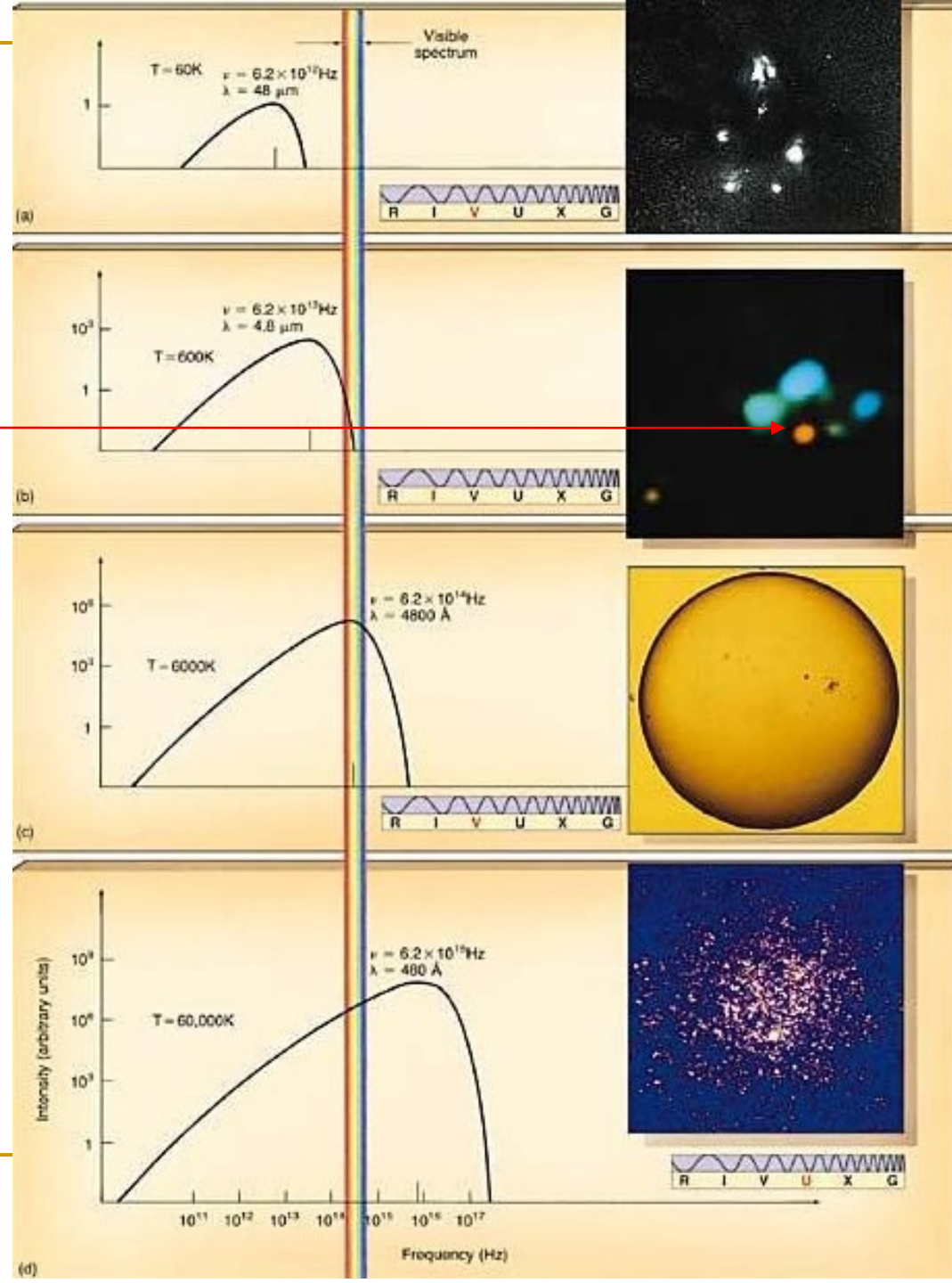
# Ley de Wien

$\rho$  Oph: nube de gas a 60K  
Radio

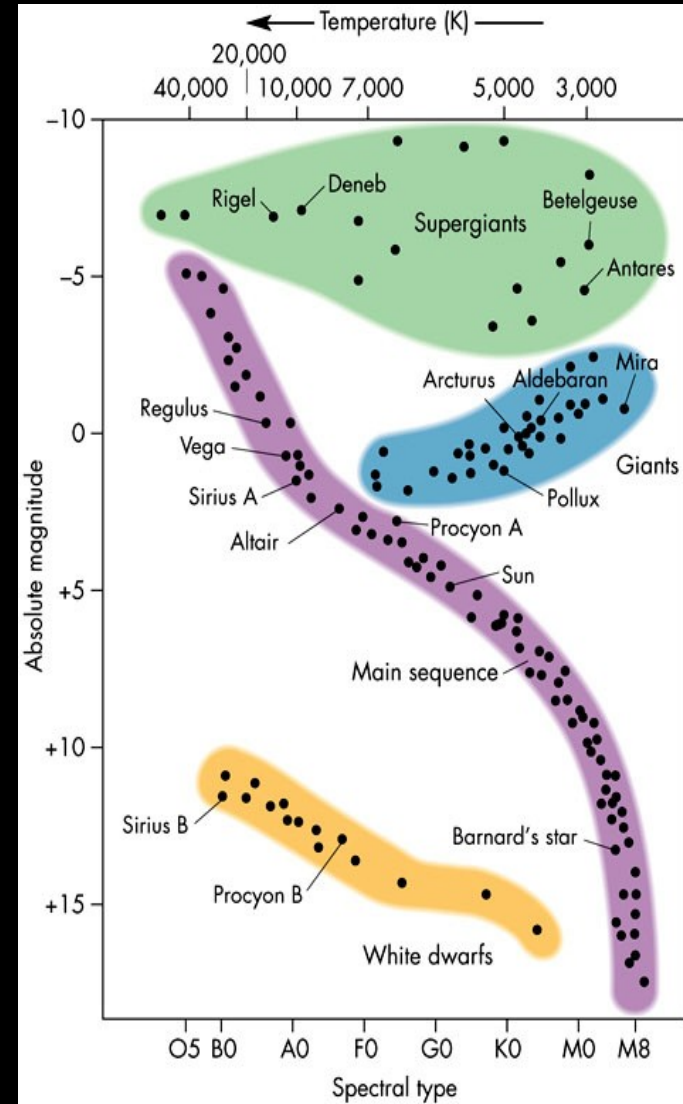
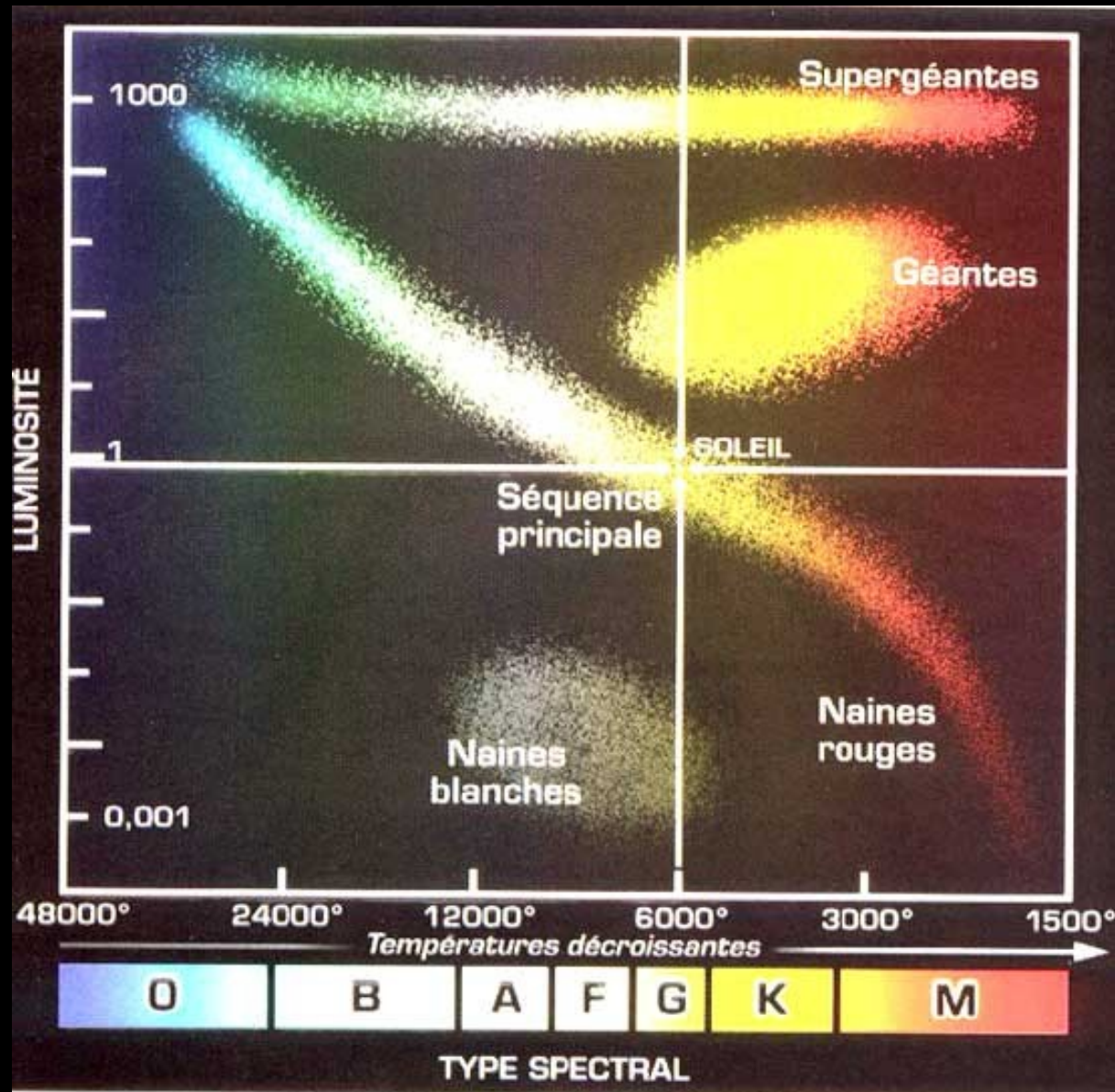
Estrella joven en Orion 600K  
IR

Superficie Sol a 6 000K  
Visible

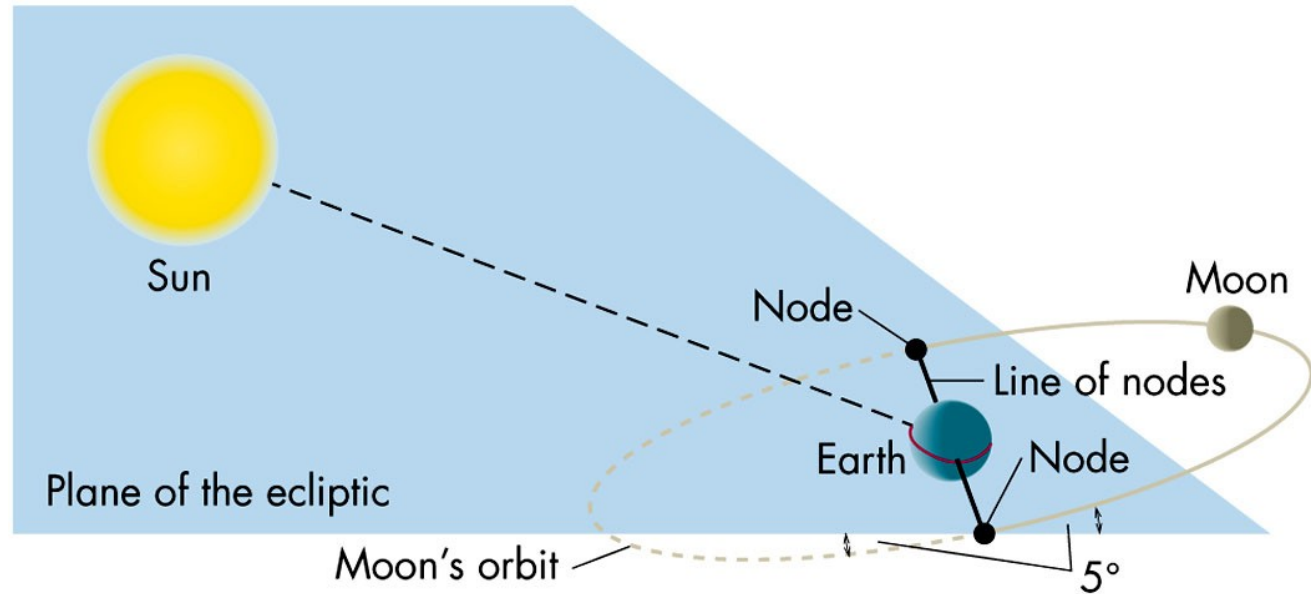
Cúmulo estrellas brillantes  
 $\omega$ Cen 60 000K  
UV



# El diagrama HR



# Órbita lunar

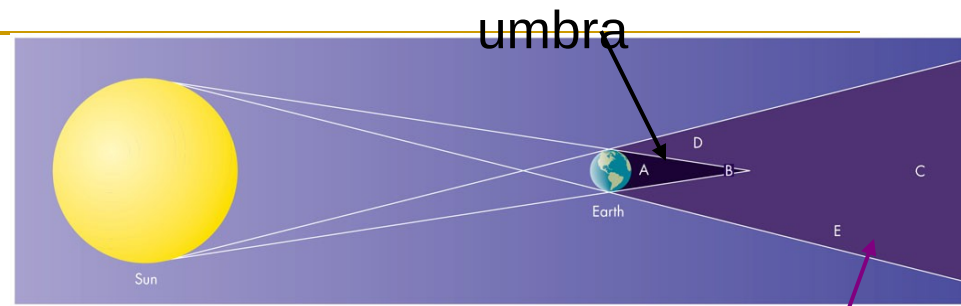


- Plano órbita Luna  
~Plano eclíptica
  - Inclinación  $\sim 5^\circ$

- **Nodos:** puntos de corte del plano de la eclíptica y el plano de la órbita:
  - Nodo ascendente: S a N
  - Nodo descendente: N a S
- $F_{\text{L}\oplus} = 2F_{\oplus\text{O}} \rightarrow$  Tierra y Luna orbitan Sol juntos

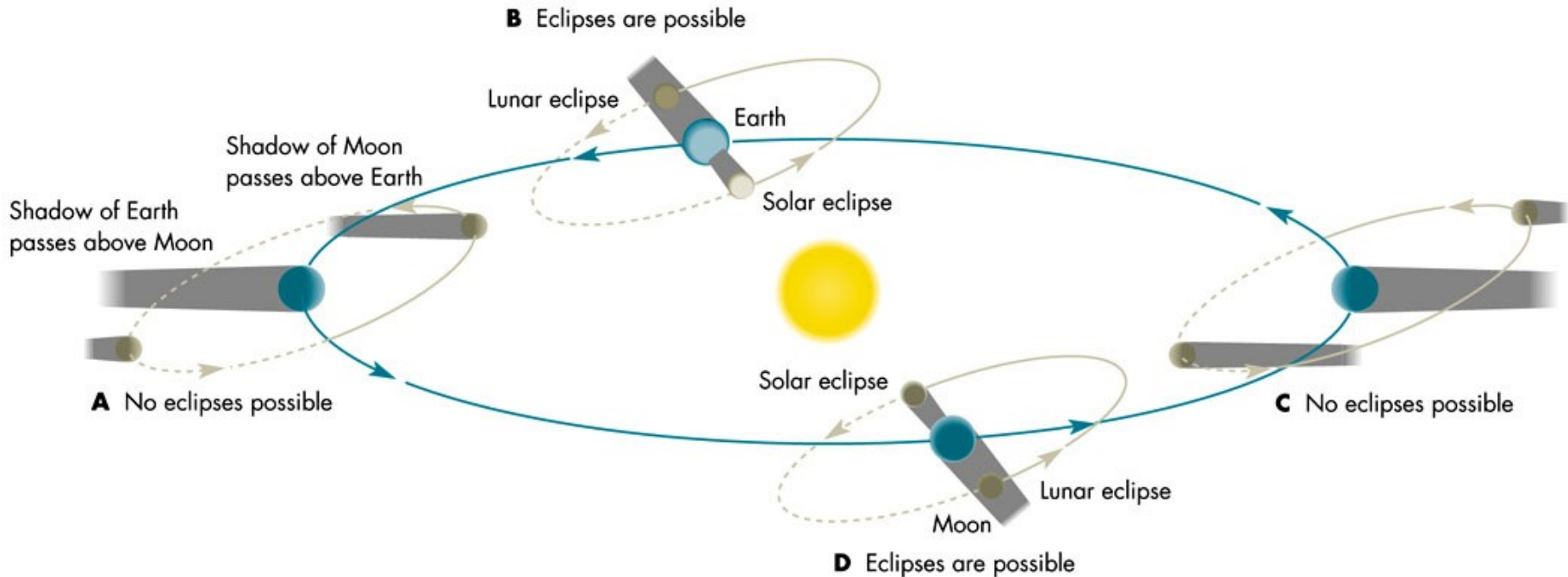
# Eclipses

- Cuando Luna **llena o nueva** Y en **línea de nodos**: Sol-Tierra-Luna en línea → **Eclipses**
- Zonas sombra: **umbra** y **penumbra**



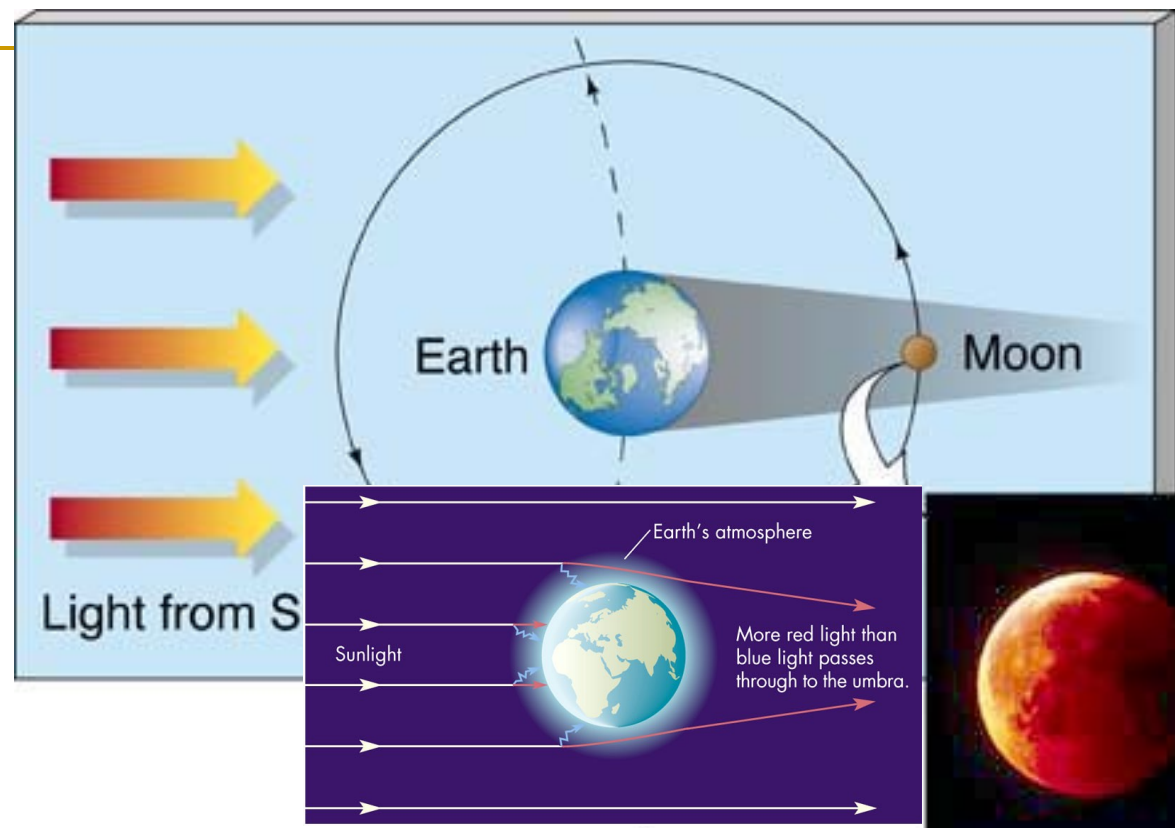
Location of observer	What the observer sees there
Point A (umbra)	Total eclipse
Point B (umbra)	Total eclipse
Point C (penumbra)	Annular eclipse
Point D (penumbra)	Partial eclipse
Point E (penumbra)	Partial eclipse

penumbra



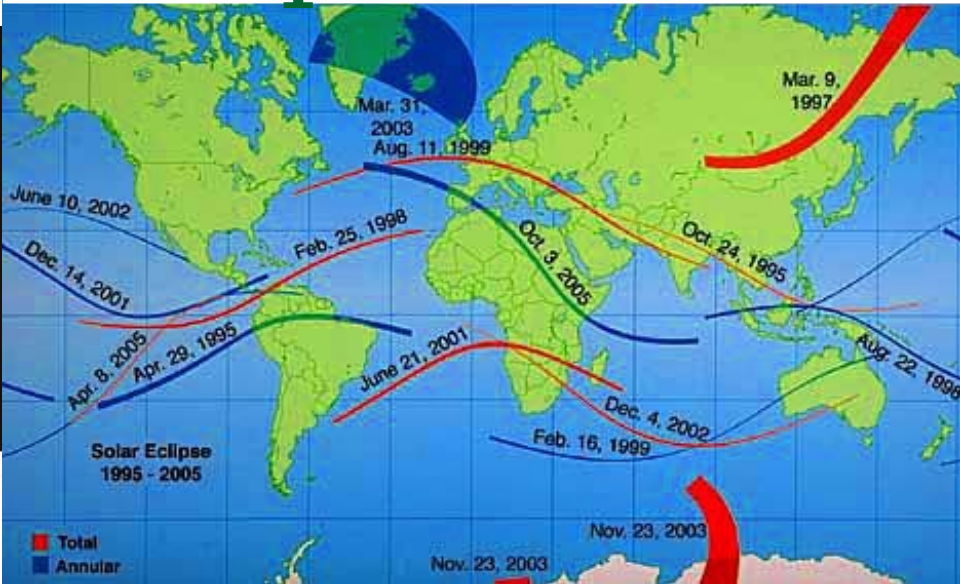


# Eclipses de Luna

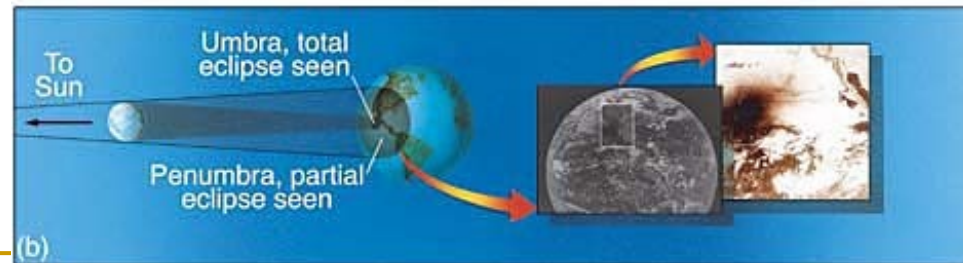
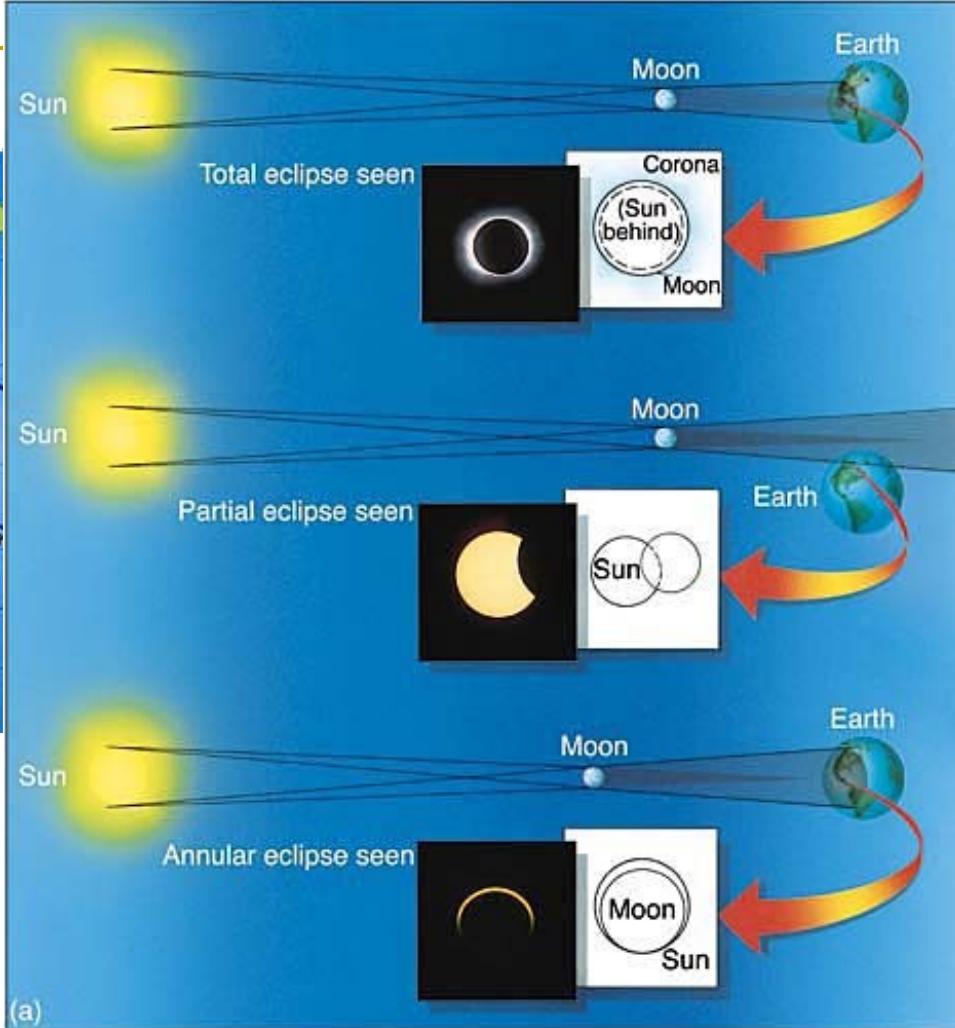


- Anchura umbra Tierra  $1^{\circ}.3 > \emptyset$  Luna  $0^{\circ}.5$ :
  - siempre que hay alineamiento con luna llena hay eclipse total de Luna
  - Luna en umbra  $\sim 3$ h, totalidad  $\sim 100$  min
- Un hemisferio completo ve el eclipse
- Luz Sol dispersada por atmósfera Tierra ilumina Luna en eclipse: color rojo

# Eclipses de Sol



- Longitud umbra Luna < radio órbita Luna
  - aunque alineados, sólo eclipses totales cuando cerca
- Según geometría:
  - totales
  - parciales
  - anulares
- Anchura sombra < 270km
  - traza: ~150km x 10 000km (0.3% superficie)
  - total < 7min 40s (~2-3min)

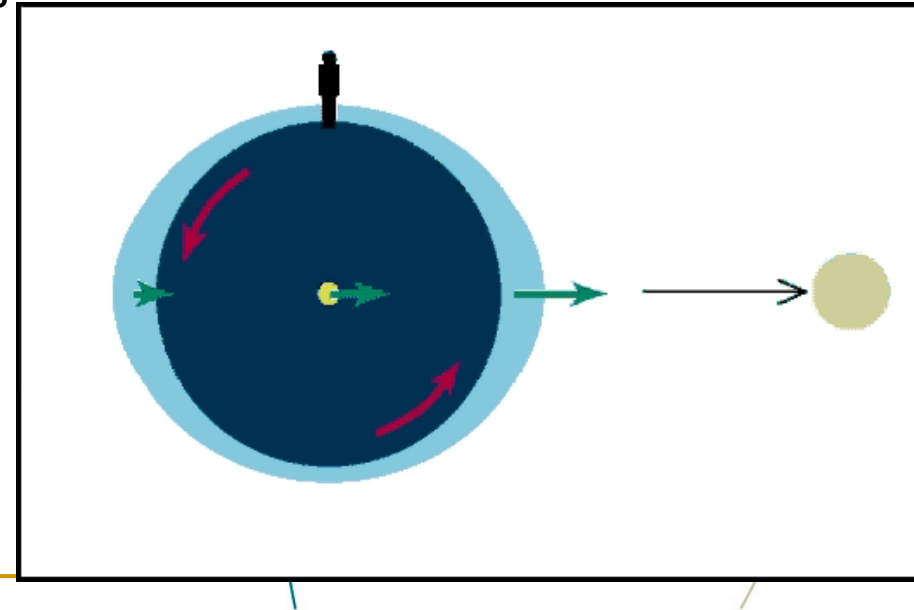
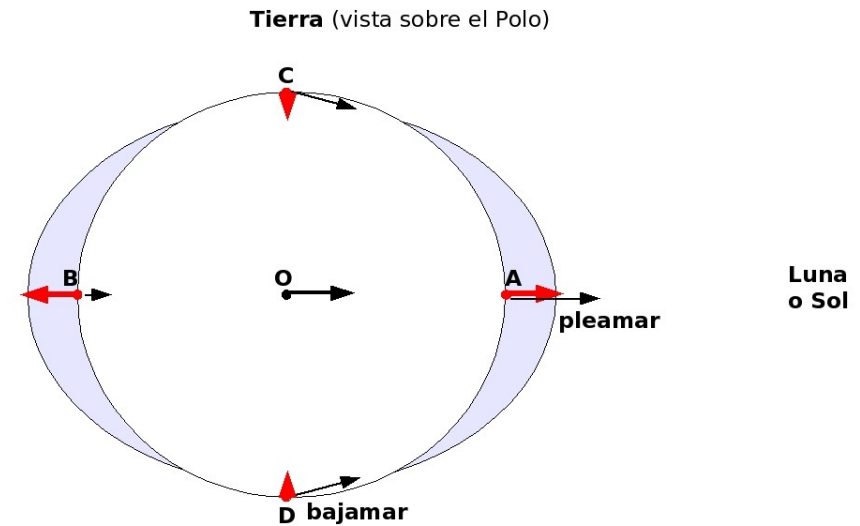


# Predicción de los eclipses

- Sólo se producen cuando línea nodos apunta Sol: **estación de eclipses**
    - separadas 5.7 meses: 2 en muchos años, 3 en algunos
    - **año de eclipse**=2xestación=346.6 días el mismo nodo alineado Sol
  - Mínimo común múltiplo de año de eclipse y mes sinódico:  $6585\frac{1}{3}$  días = 18 años  $11\frac{1}{3}$  días **saros**
  - Babilonios conocían saros (600 AC)
  - 240 eclipses Sol/siglo:
    - 35% parciales
    - 32% anulares
    - 33% totales
  - # eclipses Sol ~# eclipses Luna pero impresión es más Luna
-

# Mareas

- **Fuerzas de marea:** aceleraciones gravitatorias relativas de una parte de un cuerpo respecto a otra
  - efecto neto es alargar el cuerpo en la dirección de  $\mathbf{r}$
- Sistema Tierra-Luna:
  - Corteza Tierra deformada en ~dirección luna ~cm
  - Océanos  $\leq 15\text{m}$ : 2x día
    - Sol: mareas vivas y muertas
- Mareas generan fricción:
  - rotación Tierra: día  $< 0.002\text{s/siglo}$
  - distancia Luna  $> 4\text{cm/año}$
  - en muchos Gy:  $P_{\oplus} = P_{\odot} = 47$  días



Fecha	Paso de la Luna por el sur	Marea alta por la mañana	Marea baja por la mañana	Marea alta por la tarde	Marea baja por la tarde
19 de enero de 2003	2 h 05 min	5 h 31 min	11 h 55 min	17 h 54 min	
20 de enero de 2003	3 h min	6 h 12 min	0 h 11 min	18 h 35 min	12 h 37 min
21 de enero de 2003	3 h 50 min	6 h 53 min	0 h 52 min	19 h 17 min	13 h 18 min
22 de enero de 2003	4 h 45 min	7 h 35 min	1 h 35 min	20 h 00 min	14 h 01 min
23 de enero de 2003	5 h 30 min	8 h 19 min	2 h 19 min	20 h 45 min	14 h 47 min
24 de enero de 2003	6 h 20 min	9 h 06 min	3 h 06 min	21 h 35 min	15 h 35 min
25 de enero de 2003	7 h 10 min	9 h 59 min	3 h 58 min	22 h 33 min	16 h 31 min

Fig. 2. Ejemplo de observación de las mareas en Brest (departamento francés de Finisterre). Las horas del paso de la Luna por el sur, en su punto más alto en el cielo, se establecen de acuerdo a las horas legales a partir de los horarios de mareas del S.H.O.M (Servicio Hidrográfico y Oceanográfico de la Marina) y de las efemérides del I.M.C.C.E. (Instituto de Mecánica Celeste y de Cálculo de Efemérides).

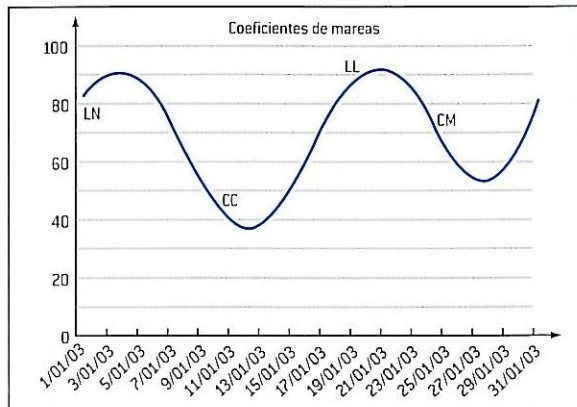
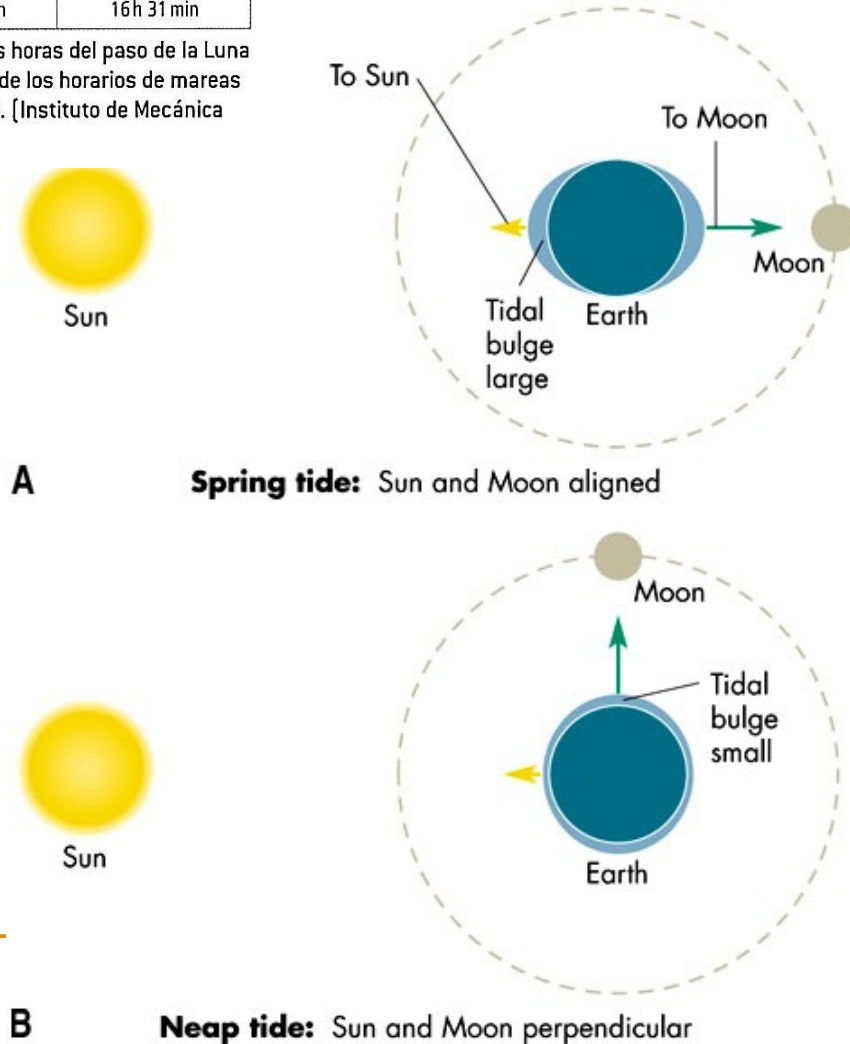
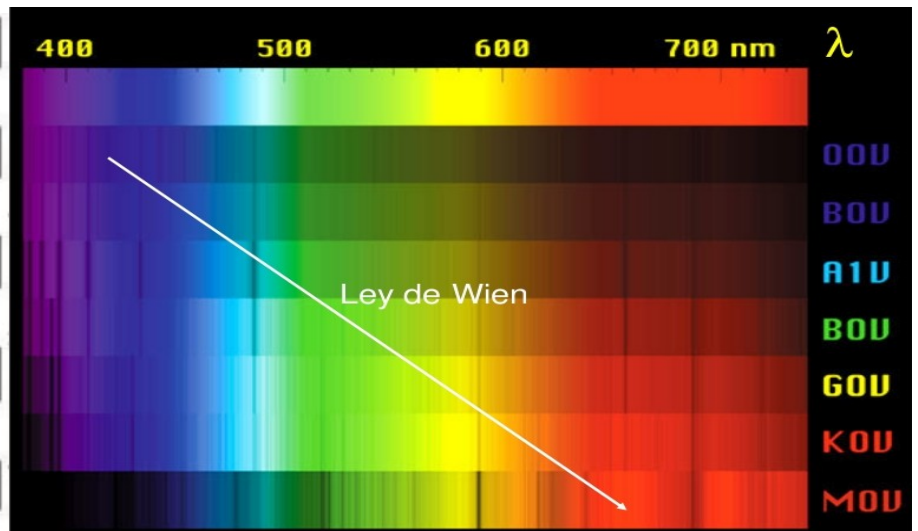
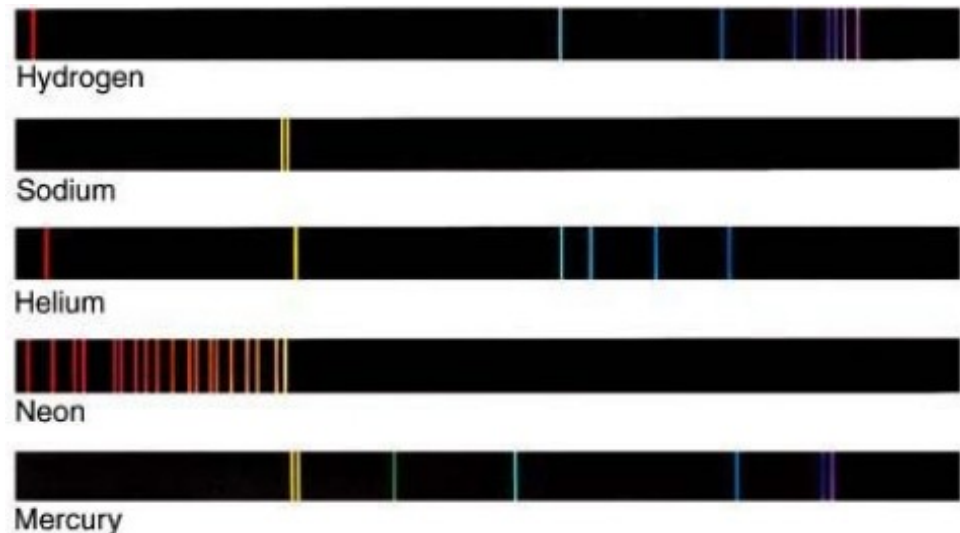
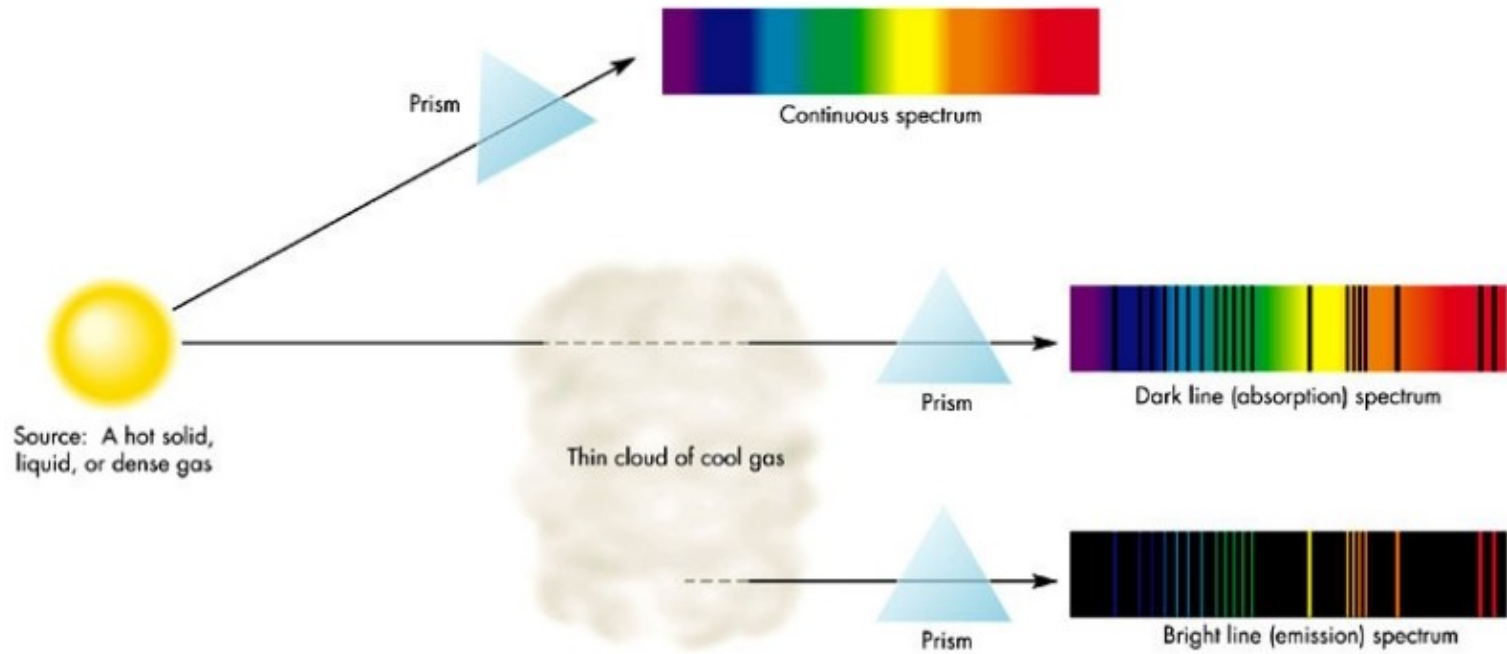


Fig. 3. Coeficiente de mareas en enero de 2003 en Brest (Finisterre). Los resultados obtenidos son los mismos en cualquier otra fecha.

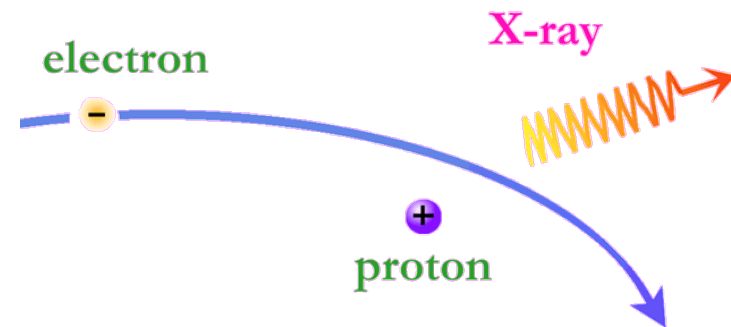
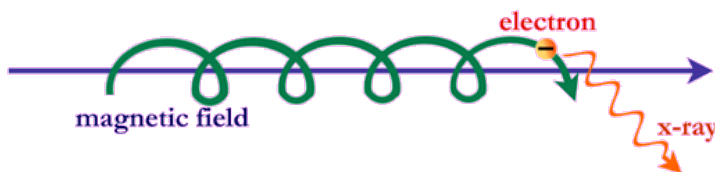


# Clasificación espectral



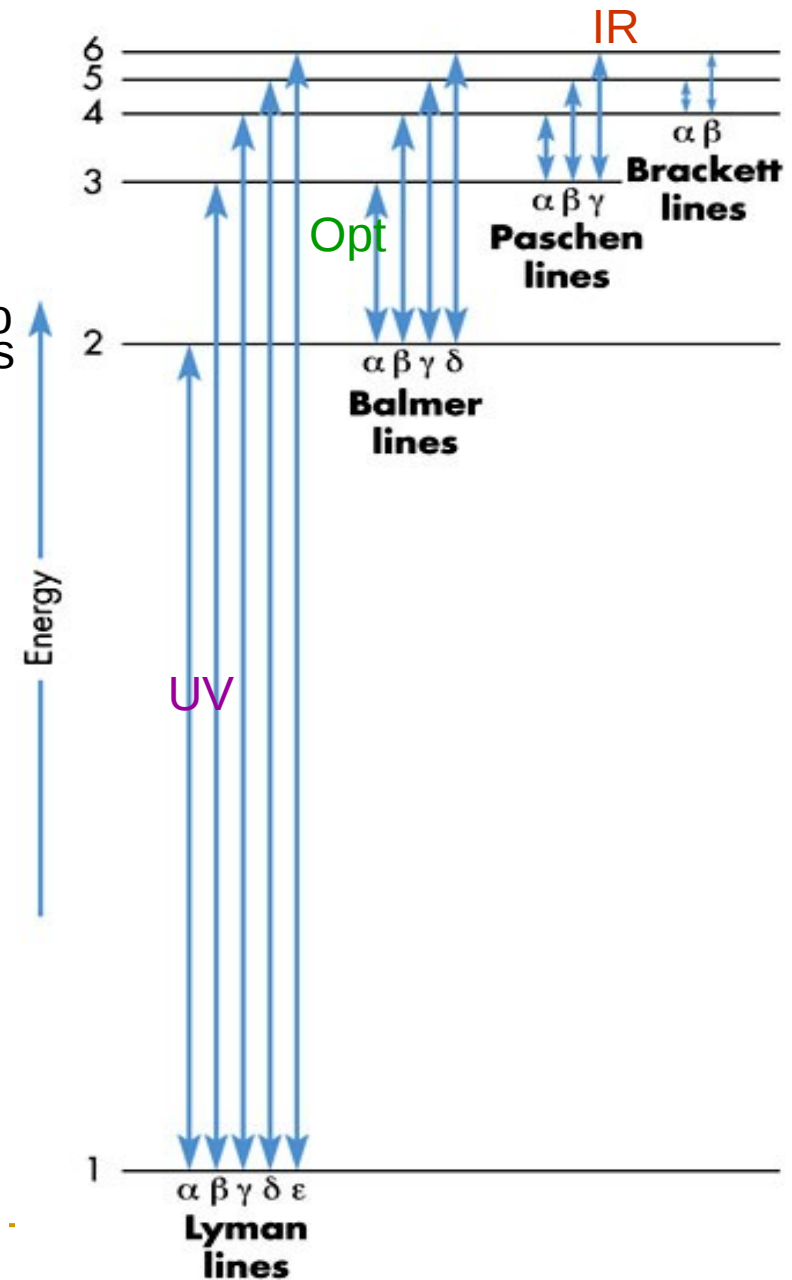
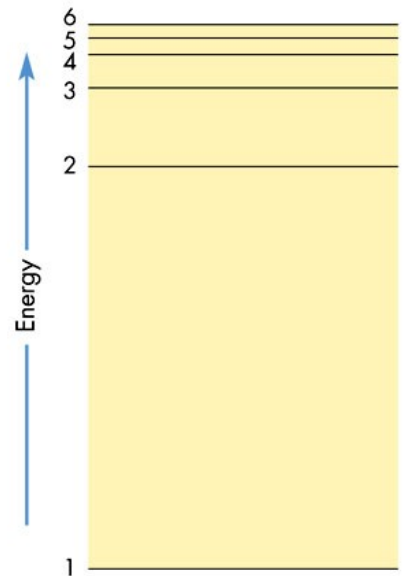
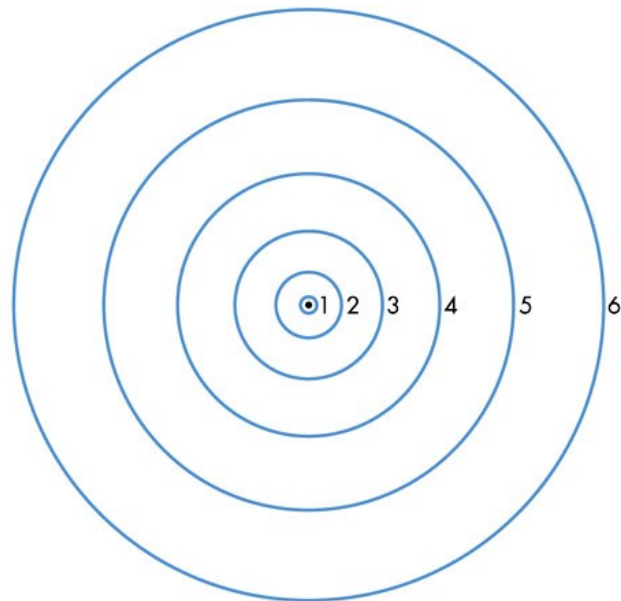
# Espectros continuos

- e- libre capturado por átomo: **transición libre-ligado**, emisión no cuantizada
- e- en átomo absorbe radiación y escapa: **transición ligado-libre**, absorción no cuantizada
- **Transiciones libre-libre**: e- interacciona con átomo:
  - Si pierde energía: emisión
  - Si gana energía: absorción
- e- acelerados emiten radiación:
  - **Radiación sincrotrón**: e- en campo magnético (importante rayos X y radio)
  - **Radiación de frenado**: colisiones e- ión en gas ópticamente delgado muy caliente ( $T > 10^6 \text{K} \Rightarrow v_{e-} \gg v$ ) (gas caliente en cúmulos de galaxias)
- Material ópticamente grueso en equilibrio con la radiación: **radiación de cuerpo negro**



# Origen de las líneas espectrales

- Niveles energéticos de los e<sup>-</sup> en los átomos cuantizados
  - Cada tipo de átomo, ión y molécula emite o absorbe radiación a energías determinadas
- Perfiles de las líneas dependen de estado físico: presión, rotación...



A Possible distances of the electron in a hydrogen atom

B Energy levels for the hydrogen atom



# Líneas espectrales

- Wollaston (1804) y Fraunhofer (1811), espectro de luz solar con franjas negras (por comparación). Línea=imagen de la rendija antepuesta al prisma.
- Kirchhoff (1859) y Bunsen: líneas de abs. cuando luz atravesaba gas y de emisión (en misma posición) cuando apagaban. Primeros espectros de elementos y compuestos químicos.
- Tipos espectrales de estrellas (continuo producido por estrella pasa a través de su atmósfera): catálogo espectral HD de 200000 estrellas (Cannon y Draper). Primera clasificación (A, B, ...) según intensidad de línea abs. del H; secuencia no correlacionada con T porque al crecer T, el hidrógeno se ioniza ( $HI \rightarrow HII$ ) y desaparece la línea  $H_{\alpha}$
- En orden decreciente de temperatura, los tipos espectrales quedan: OBAFGKM
- Modelo H de Rutherford y Bohr. Balmer (1885) encontró la relación empírica: que Bohr generalizó con su teoría de los estados estacionarios de energía:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$E_n = -13.6 \frac{eV}{n^2} \quad \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

## ■ MECÁNICA CUÁNTICA

- De Broglie  $\lambda = h/p$ ;  $v = E/h$
- Schrödinger (función de onda y probabilidad)

# Excitación

- La intensidad de una línea no depende simplemente de la **abundancia** del elemento correspondiente sino de la **POBLACIÓN** de los niveles adecuados.
- EXCITACIÓN: proceso que puede alterar la población de un nivel energético
  - Emisión de fotones
  - Absorción de fotones
  - Colisiones con otros átomos (tasa depende de temperatura cinética del gas):

– ETD: distribución de Boltzmann

$$\frac{n_j}{n_i} = \frac{g_j}{g_i} e^{-\left[\frac{E_j - E_i}{kT}\right]} \quad \left\langle \frac{E_K}{\text{átomo}} \right\rangle = \frac{3}{2} k T_k$$

$T_k \rightarrow \infty$

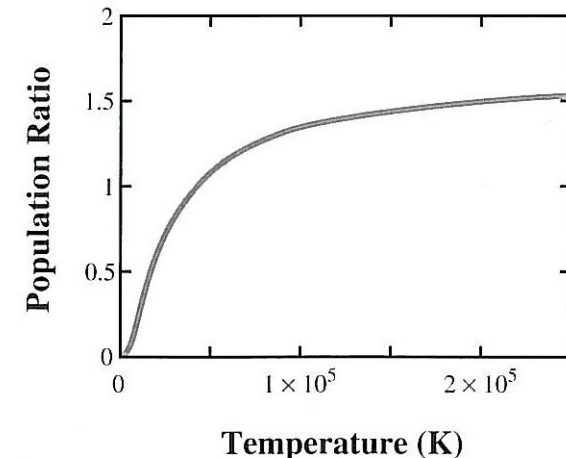
$n_j/n_i \rightarrow g_j/g_i$

Para T fijo, si  $E_j - E_i$  crece,  $n_j/n_i$  decrece

- Si NO ETD: para cada par de niveles  $n_j/n_i$  dado siempre podemos encontrar una T tal que se cumpla la distribución de Boltzmann:

TEMPERATURA DE EXCITACIÓN  $T_{exc,i,j}$

Permite predecir intensidad de líneas



**Fig 3.7.** Level populations as a function of temperature for a two-level system. In this case we have put in energies and statistical weights (3, 5) for the  $n = 2$  and  $n = 3$  states of hydrogen (first Balmer transition).

# Ionización

- IONIZACIÓN: efecto adicional importante (p.e., un  $HII$  ya no puede absorber ni emitir fotones)
- Equilibrio de ionización: tasa recombinaciones = tasa ionizaciones

- ETD+Eg Ioniz: Ecuación de Saha (densidad  $n$ , estado de ionización  $r$ , peso estadístico del nivel fundamental  $g$ ):

$$n_e \frac{n(X_{r+1})}{n(X_r)} = 2 \frac{g_{r+1}}{g_r} \left( \frac{2\pi m_r k T_k}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\left[ \frac{E_{ion}}{kT} \right]}$$

Factores: exponencial,

$T_k^{3/2}$  más estados disponibles de electrón libre a altas temperaturas y mayor abundancia de e-, más recomb., menor fracción de át. ionizados.

- Si NO ETD, siempre podemos definir  $T_{ion}$  tal que se cumpla la ecuación de Saha.

TEMPERATURA DE IONIZACIÓN

Si domina el hidrógeno,  $n(X_{r+1}) = n_e$

Resolver  $\frac{n_e}{n_0}$  es más difícil que Boltzmann.

$E_{ion}$  de cada elemento nos dice qué iones es más probable encontrarse a una temperatura dada (tipos espectrales).

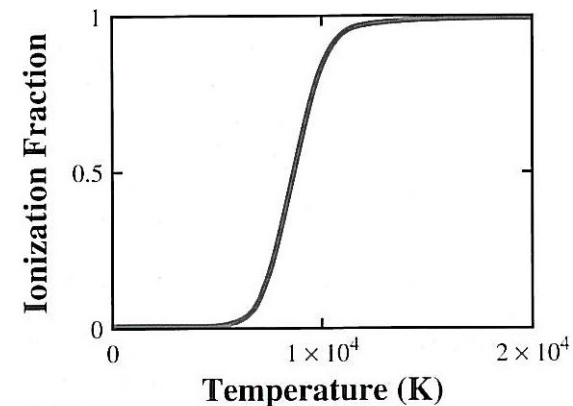


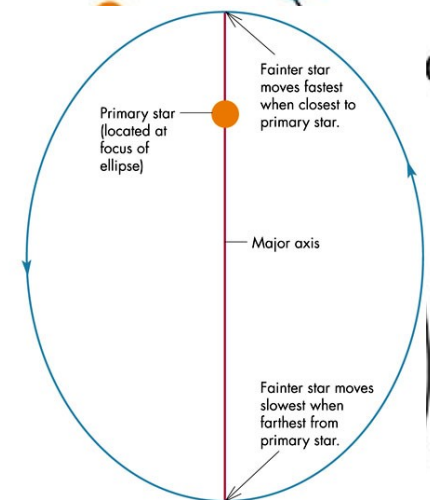
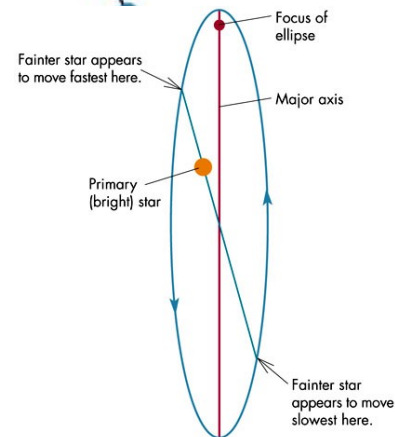
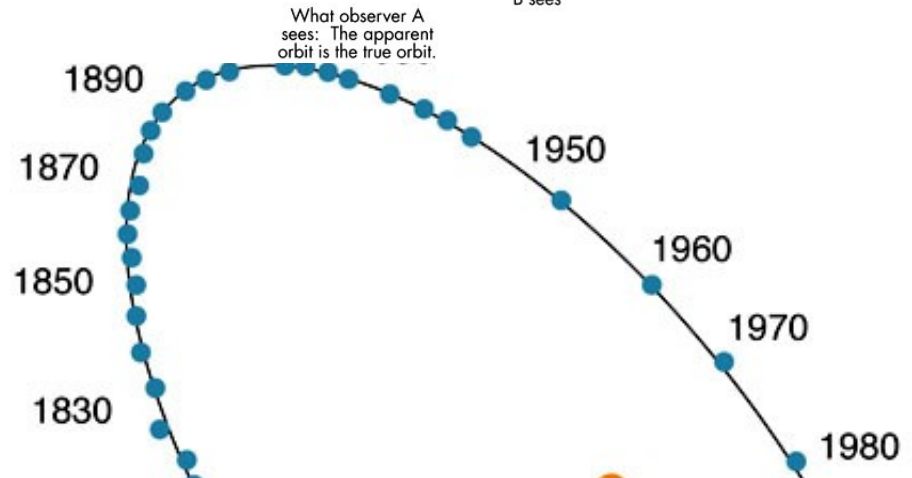
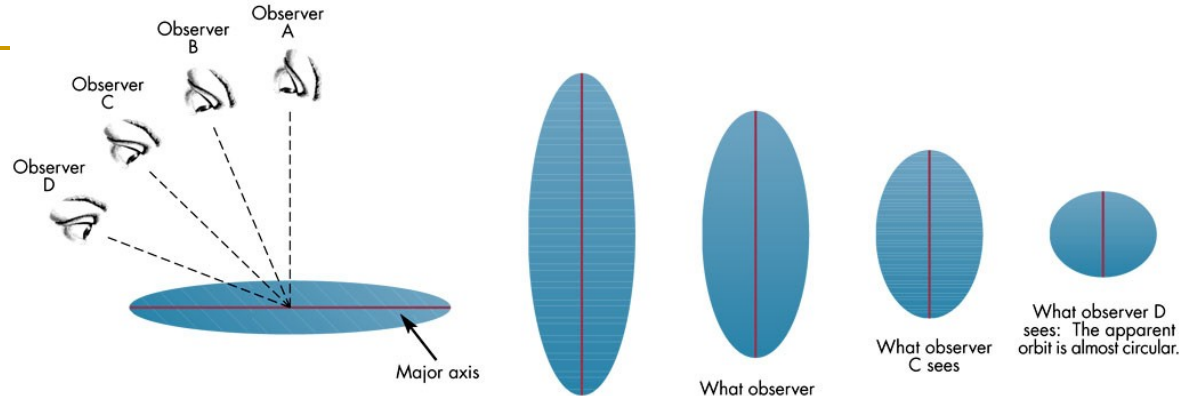
Fig 3.8. The ratio of electrons to the total number of hydrogen atoms (neutral plus ion), for an electron density appropriate to stars like the Sun.

# Sistemas binarios

- Estudiamos como ejemplo las estrellas binarias y los cuerpos del sistema solar en la aproximación newtoniana (clásico) de la gravedad y en la aproximación de órbitas circulares.
- Motivación: Estudiando el problema de dos cuerpos Sol/Tierra podemos inferir la masa del Sol. Estudiando estrellas binarias podemos inferir sus **masas** y calcular la energía que las liga.
- Más del 50% de las estrellas se encuentran en sistemas binarios o múltiples; las estrellas aisladas son más la excepción que la regla. Existen tres tipos principales de estrellas binarias (atendiendo a criterios diferentes, por lo que una binaria puede pertenecer a más de una de estas categorías observacionales):
  - **VISUALES**: se observa la órbita de ambas estrellas ( $0^\circ < i < 90^\circ$ ). siendo  $i$  la inclinación del plano de la órbita con respecto al plano del cielo
  - **ECLIPSANTES** ( $i = 90^\circ$ ): las estrellas se eclipsan. La curva de intensidad de luz muestra dos tipos de mínimo (primario, en el momento en que la más brillante es eclipsada total o parcialmente; secundario, cuando la estrella eclipsada es la menos brillante). La forma del mínimo da información sobre el tamaño relativo de las dos estrellas. Ejemplo: Algol ( $\beta$  Persei).
  - **ESPECTROSCÓPICAS**: el desplazamiento Doppler periódico (consecutivamente hacia el rojo y el azul) de las líneas espectrales de una estrella delata su movimiento orbital en torno al centro de masas del sistema.

# Binarias visuales

- W. Herschel (1780-1801):
  - Se pensaba binarias accidentales
  - Buscaba paralajes
  - Notó que en 20 años orientación cambió: **binarias visuales**
- Orientación cambia apariencia órbita
- Para detectarlas: separación >> distancia <<
  - P ~ 10s-100s años ( $\alpha$ Gem ~ 467 años)
- 3ª ley Kepler:  $M_1 + M_2 = a^3 / P^2$ 
  - Mayor parte  $M^*$  de binarias visuales

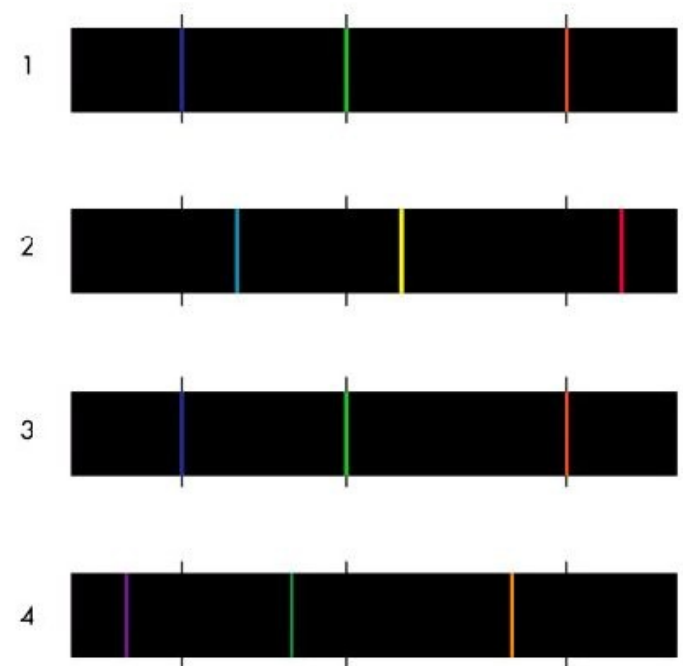
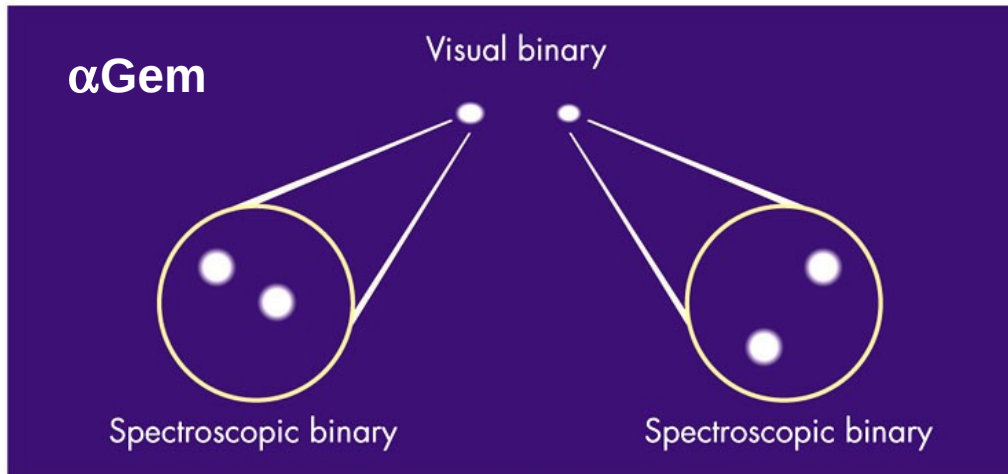
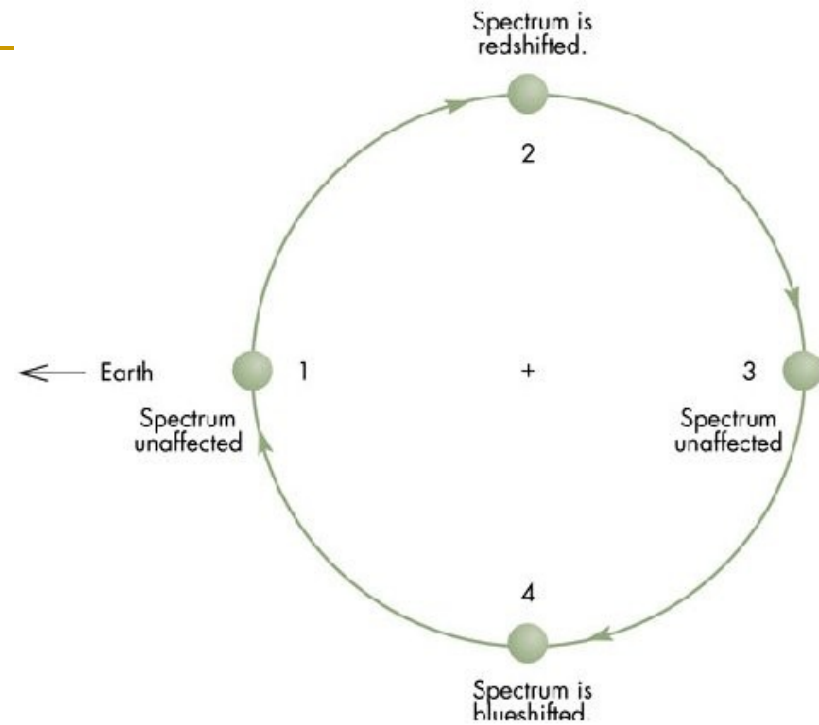


A Apparent orbit: Kepler's laws appear to be violated.

B True orbit: Kepler's laws are obeyed.

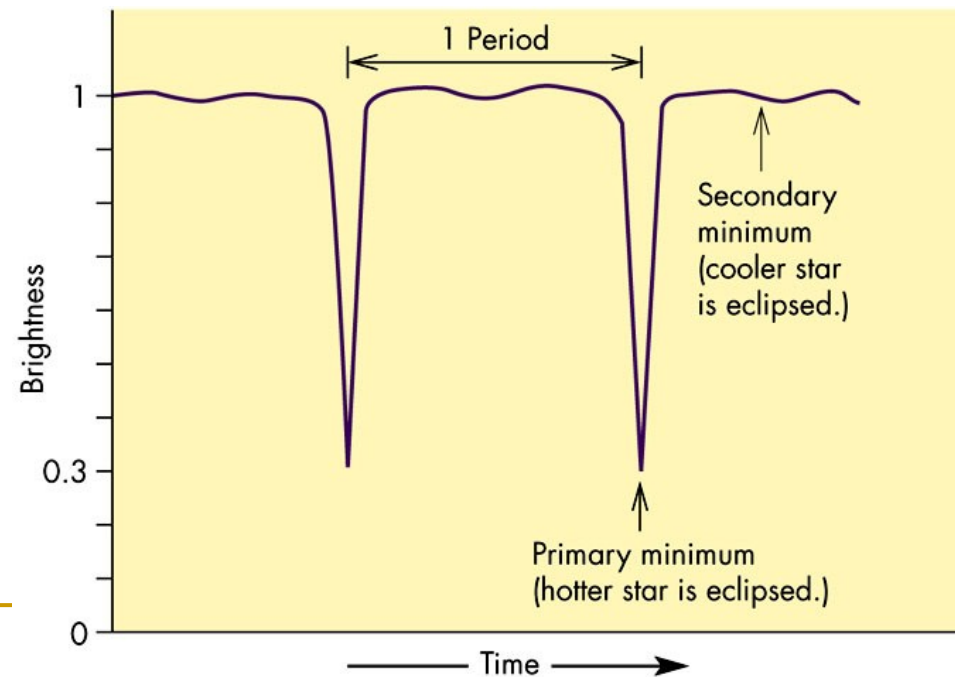
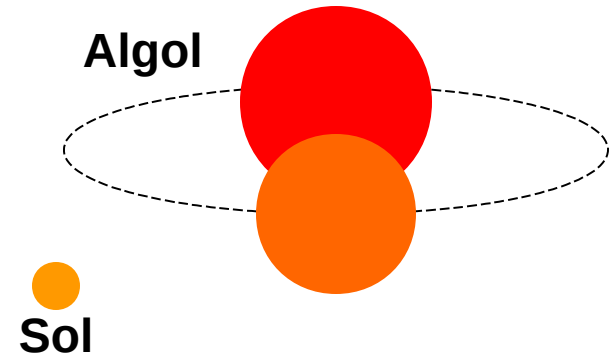
# Binarias espectroscópicas

- Binarias descubiertas por corrimiento Doppler líneas espectrales
- Binarias visuales pueden ser espectroscópicas: pero  $v \ll c$
- Mayor parte  $d \ll 1$ :
  - $v \gg c$ : mayor corrimiento Doppler



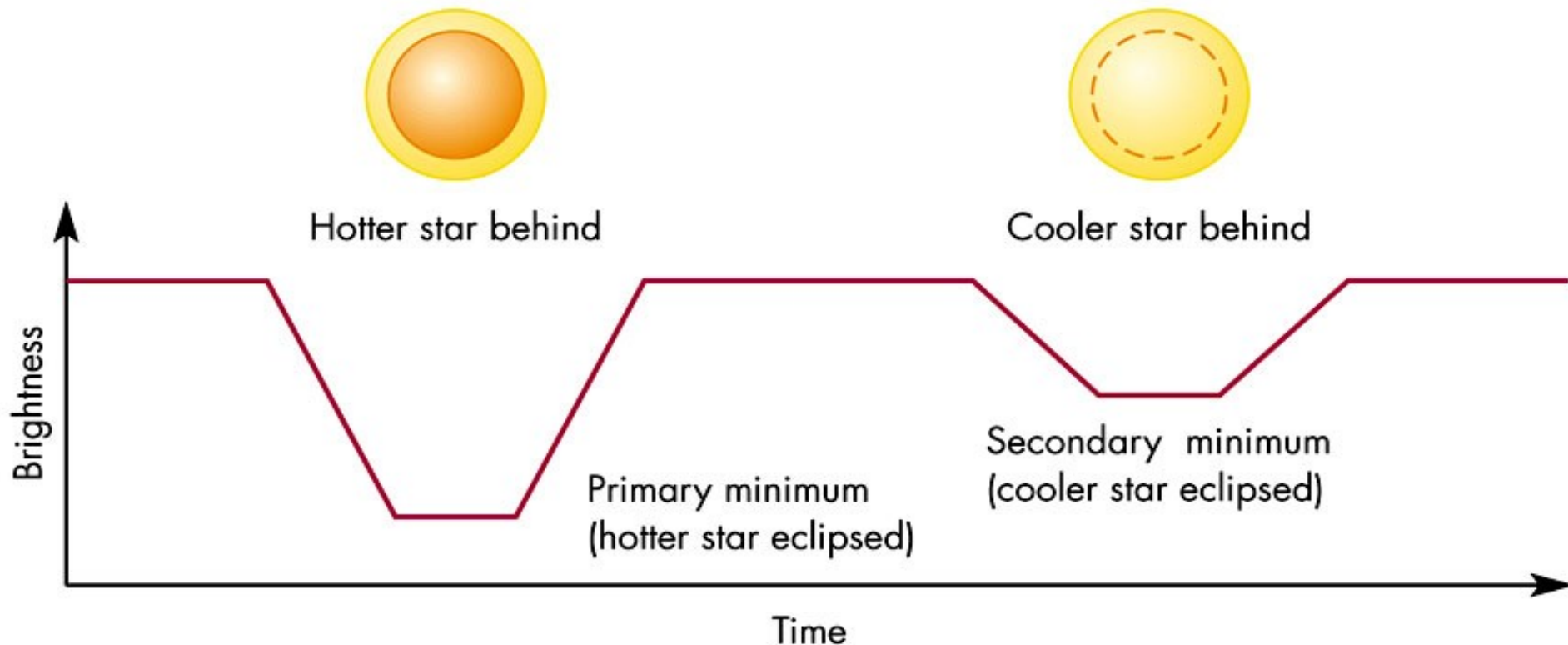
# Binarias eclipsantes

- Algol (Al Ra's al Ghul: cabeza del demonio)  $\beta$ Persei:
  - G. Montanari (1667):  $L \times 1/3$
  - J. Goodricke (1783):
    - $P \sim 2^d 20^h 49^m$
    - Más débil durante  $\sim 8h$
    - Propuso eclipse compañera
    - Ignorado hasta finales s. XIX
- Binarias eclipsantes: detectadas por ocultaciones
  - Se conocen 1000s
  - $P \sim$  días
  - $d \leq 1UA$



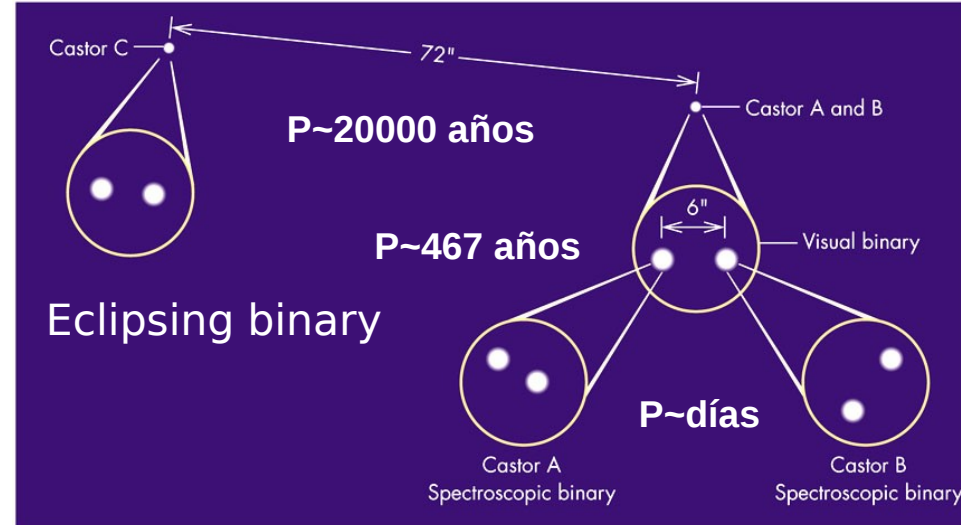
# Binarias eclipsantes

- Forma curva de luz →
  - Tamaño relativo: duración y forma de los mínimos
  - Temperatura relativa: % decaimiento luminosidad
  - Forma, manchas brillantes/oscuras, discos...
- Si también espectroscópicas: medida M





# Sistemas estelares múltiples



- Cástor ( $\alpha$ Gem)
- $\alpha$  Centauri:
  - Binaria visual:  $P \sim 80$  años
  - A  $2^\circ$  (12 000UA):
    - Proxima Centauri (más próxima)
  - Dos cercanas y otra muy lejana común en triples
- Cuádruples: normalmente dos pares cercanos muy separados entre sí
- De cada 100 sistemas ( $\sim 200$  estrellas):
  - 30 simples
  - 47 binarias
  - 23 múltiples (mayormente triples)
- $\sim 85\%$  en binarias o múltiples: quizá más (difícil detección)

# Cálculo de masas

- Estudiamos un sistema de dos masas orbitando respecto del centro de masas (cdm) común del sistema. El cdm es el punto en el que se pueden considerar aplicadas todas las fuerzas exteriores al sistema y ninguna fuerza interna entre las dos masas componentes le afecta. La definición de cdm exige que  $m_1 r_1 = m_2 r_2$  y que ambas masas orbiten con el mismo período  $P$  respecto del cdm:

$$P = \frac{2\pi r_1}{v_1} = \frac{2\pi r_2}{v_2}, \text{ por lo que tenemos las igualdades: } \frac{r_1}{r_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

- Es decir, la más cercana al cdm es la que orbita más lentamente y es la más masiva. Usamos ahora la mecánica newtoniana para igualar la fuerza gravitatoria ejercida sobre la masa 1 al producto de su masa por la aceleración normal:

$$a_{N,1} = \frac{v_1^2}{r_1} \quad m_1 \frac{v_1^2}{r_1} = G \frac{m_1 m_2}{(r_1 + r_2)^2} \quad \frac{4\pi^2 R^3}{G} = (m_1 + m_2) P^2$$

$$v_1 = \frac{2\pi r_1}{P} \quad R \equiv r_1 + r_2 = r_1 \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)$$

que no es más que una versión de la 3ª Ley de Kepler.  $P$  se conoce en todos los tipos de binarias y  $R$  se puede conocer en el caso de las binarias visuales midiendo su separación angular  $\theta$  y la distancia (por el método de la paralaje):

$$R(\text{AU}) = \theta(\text{rad}) d(\text{AU}) = \frac{\theta''}{206265} 206265 d(\text{pc}) = \frac{\theta''}{\pi''}$$

- En este punto podemos calcular la masa del Sol, haciendo:  $m_1 + m_2 \approx m_1 = M_{\text{sol}} = \frac{4\pi^2 R^3}{G P^2}$

# Cálculo de masas

- Habitualmente se usa la ecuación de las masas en las unidades del sistema Sol/Tierra ( $R=1$  AU ,  $P=1$  año) para que las demás constantes de la ecuación desaparezcan:
 
$$\left(\frac{R}{AU}\right)^3 = \left(\frac{m_1+m_2}{M_{sol}}\right)\left(\frac{P}{años}\right)^2$$
- Pero a menudo, lo que se conocen son las velocidades de las estrellas. En ese caso:
 
$$v_1+v_2 = \frac{2\pi(r_1+r_2)}{P} = \frac{2\pi R}{P}$$
 podemos despejar  $R$  y sustituirlo en la ecuación:
 
$$\frac{P}{2\pi G}(v_1+v_2)^3 = m_1+m_2$$
- Finalmente, introduzcamos la inclinación de la órbita respecto del plano del cielo puesto que lo que mide el efecto Doppler son las velocidades radiales. Así pues la ecuación de las masas queda:
 
$$v_r = v \sin(i)$$

$$\frac{P}{2\pi G} \frac{(v_{1r}+v_{2r})^3}{\sin^3(i)} = m_1+m_2$$
- Si no conocemos la inclinación de la órbita, la expresión  $\frac{P}{2\pi G}(v_{1r}+v_{2r})^3 \leq m_1+m_2$  da un límite inferior a la suma de las masas (si la binaria es eclipsante,  $i=90^\circ$ , tenemos la igualdad; en los demás casos la masa es mayor que la obtenida a partir de las velocidades radiales. Si sólo se conoce la velocidad radial de una de las estrellas, hay que eliminar la otra de la ecuación haciendo:
 
$$v_{2r} = \frac{v_{1r} m_1}{m_2}$$

$$\frac{m_2^3 \sin^3(i)}{(m_1+m_2)^2} = \frac{P}{2\pi G} v_{1r}^3$$
- El miembro de la izquierda se conoce como función de masas (es todo lo que podemos conocer, no podemos separar los valores de las dos masas).

# Colapso grav.: Radio de Jeans

- Formación de estrellas: colapso gravitatorio de nube interestelar. Modelo: nube esférica de densidad uniforme, que consideramos hecha de capas esféricas superpuestas. Calculamos la energía potencial gravitatoria del sistema:

$$\rho = \frac{M}{4\pi R^3/3} \quad dV = 4\pi r^2 dr \quad \begin{aligned} dM &= 4\pi r^2 \rho dr \\ M(r) &= 4\frac{\pi}{3} r^3 \rho \end{aligned} \quad U = \int_0^R -G M(r) \frac{dM}{r} = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$$

- Condición de ligadura gravitatoria: energía potencial (gravitatoria, atractiva) mayor que energía cinética (térmica, repulsiva entre  $N=M/m$  partículas de masa  $m$ )

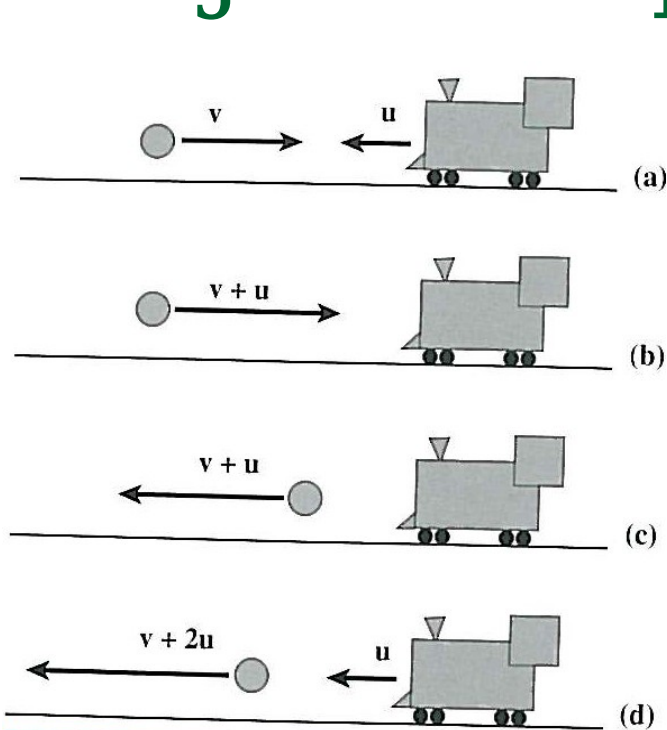
$$\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \geq \frac{3}{2} \frac{M}{m} kT \Rightarrow \frac{M}{R} \geq \frac{5}{2} \frac{kT}{Gm}$$

- Como  $M$  y  $R$  son interdependientes, podemos encontrar el tamaño mínimo de una nube caracterizada por  $(\rho, m, T)$  para el que ésta está ligada por gravedad:

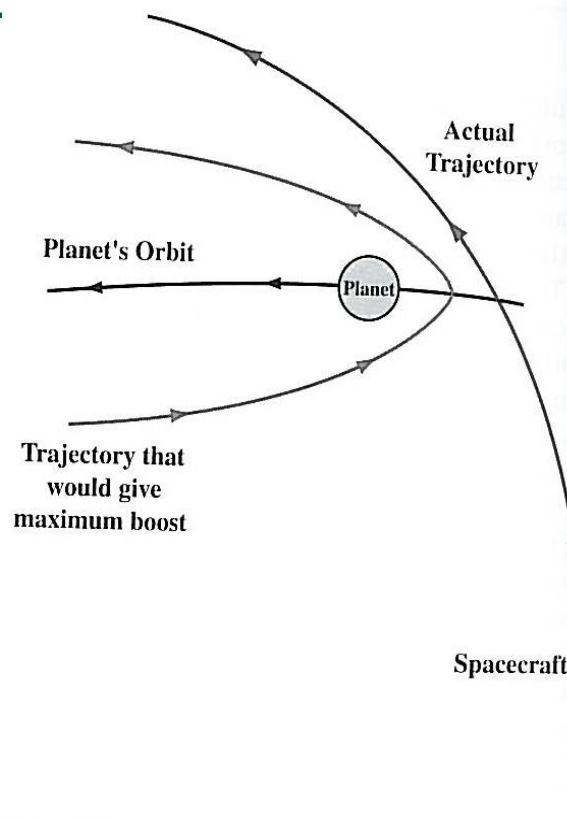
$$\%R_J = \sqrt{\frac{15}{8\pi} \frac{kT}{Gm\rho}} \approx \sqrt{\frac{kT}{Gm\rho}}$$

- O la mínima masa para que la nube quede ligada:  $\%M_J = \frac{4\pi}{3} \left( \frac{kT}{GM} \right)^{3/2} \rho^{-1/2}$

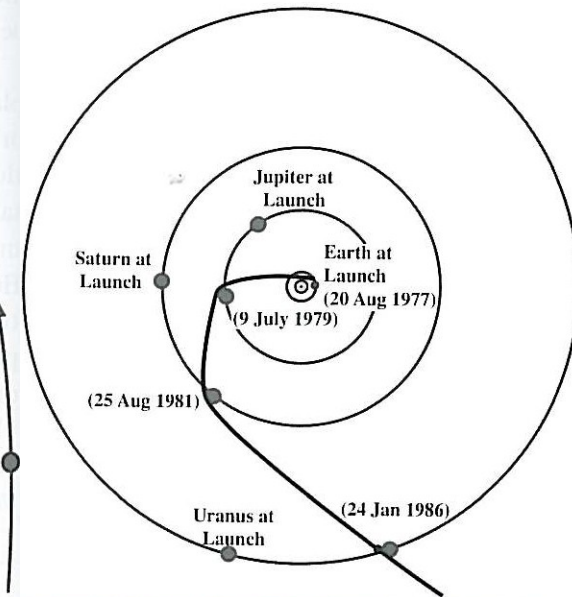
# Viajes interplanetarios



**Fig 22.16.** Analogy for gravity assist. (a) A low mass ball with speed  $v$  approaches a high mass train with speed  $u$  for a head-on collision. (b) The same situation viewed from the train. The train is at rest, and the ball has a speed  $v + u$ . (c) Still looking from the train, the elastic collision simply reverses the direction of the ball, so it is now moving away from the train at a speed  $v + u$ . (d) We revert to the view from the ground. If the ball is moving ahead of the train at a speed  $v + u$ , then the speed of the ball, relative to the ground, must be this speed, plus the speed of the train  $u$ , giving a speed  $v + 2u$ .



**Fig 22.17.** Trajectories for gravity assist. The space probe doesn't have to collide with the planet; it only has to make a close gravitational encounter. The maximum boost would come from a trajectory that comes the closest to a head-on collision. However, since the spacecraft is coming from well inside the planet's orbit, this is not practical. The actual trajectory still gives almost half of the maximum boost in speed.



**Fig 22.18.** Orbit of Voyager 2 showing the effect of gravitational assist in traveling past each planet.