

FÍSICA DEL COSMOS (3º Grado Física) – 15 julio 2015

Nombre y apellidos:

PARTE SIN APUNTES

1. Demuestra que, para un fotón, de todas las órbitas circulares (geodésicas o no), la órbita con $r=3M$ es la más rápida para rodear un agujero negro de Schwarzschild según la medida de un observador en el infinito y halla el correspondiente período orbital.
2. Deduce la relación entre los días sidéreo (referencia: punto Aries) y sideral (estrella) y el período de precesión de los equinoccios y calcula el primero sabiendo que éstos valen 23.934471 horas y 25781 años de 365.25 días solares medios, respectivamente. ¿Cuál es más largo, el sidéreo o el sideral?
3. Define los tipos de estrellas binarias que conoces. Extensión total orientativa: 10 líneas.
4. En las inmediaciones de un agujero negro de Schwarzschild de masa M , una nave se deja caer radialmente desde el reposo en $r_{10}=10M$ y se mide el tiempo que tarda hasta pasar por $r_5=5M$. Sin necesidad de hacer cálculos:
 - a) ¿Qué tiempo será menor, el medido por el piloto de la nave (t_n) o por un compañero que le observa “desde el infinito” (t_∞) ? Di por qué.
 - b) Ordena de menor a mayor los tiempos t_∞ y t_{10} , t_5 donde estos últimos son los tiempos correspondientes medidos por observadores estacionarios en r_{10} , r_5 y explica el porqué.
 - c) ¿Cómo esperas que sea t_{10} (observador estacionario) con respecto al tiempo correspondiente (t_{10C}) medido por un compañero en órbita circular en r_{10} ? Di por qué.
 - d) Para resumir tu estimación, ordena de menor a mayor todos los tiempos mencionados (t_n , t_∞ , t_{10} , t_5 , t_{10C} , t_{5C}) .

FÍSICA DEL COSMOS (3º Grado Física) – 15 julio 2015

Nombre y apellidos:

PARTE CON APUNTES

4.e) En las inmediaciones de un agujero negro de Schwarzschild de masa $M=10^6 M_{\text{sol}}$, calcula el tiempo t_n medido por el piloto de una nave desde que se deja caer radialmente en (reposo en) $r_{10}=10M$ hasta que pasa por $r_5=5M$ así como el tiempo correspondiente t_∞ medido por el compañero que le observa “desde el infinito”.

4.f) Calcula también el tiempo correspondiente t_{10} , t_5 medido por observadores estacionarios en r_{10} , r_5 .

4.g) Finalmente, calcula los tiempos correspondientes t_{10C} , t_{5C} medidos por observadores en órbita circular en r_{10} , r_5 .

NOTA: si no sabes resolver la(s) integral(es), debes dejarla(s) indicada(s) de esta forma:

$$t = \int f(r, M) dr$$

5. En la métrica cosmológica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW):
 $ds^2 = -dt^2 + a^2(t) [d\chi^2 + F(\chi)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)]$ las ecuaciones geodésicas para partículas con masa son:

$$a^2 \frac{d\chi}{d\tau} = A = \text{constante}, \quad \left(\frac{dt}{d\tau} \right)^2 = 1 + \frac{A^2}{a^2}, \quad \theta = \text{constante}, \quad \phi = \text{constante}.$$

Prueba: a) que los observadores co-móviles satisfacen dichas geodésicas.

b) que un cuerpo con velocidad arbitraria V con respecto a un observador co-móvil en un instante inicial t_0 acabará asintóticamente en reposo con respecto a dicho observador.