

## Física del Cosmos – MÉTRICA NO DIAGONAL

Métrica  
 $ds^2 = -v du^2 + 2 du dv$



diagonalizo



Euler-Lagrange (2B)

Christoffel (2A)

sin diagonalizar



Euler-Lagrange (1B)

Christoffel (1A)

(1A) Escribo la matriz de coeficientes de la métrica y hallo su inversa (  $(g^{-1}) = \frac{[\text{adj}(g)]^t}{|g|} = g \setminus I$  ):

i>  $(g) =$

ii>  $(g^{-1}) =$

Calculo los seis símbolos de Christoffel (distintos:  $\Gamma_{uu}^u, \Gamma_{uv}^u, \Gamma_{vv}^u, \Gamma_{uu}^v, \Gamma_{uv}^v, \Gamma_{vv}^v$  ) usando

$\Gamma_{\beta\gamma}^\alpha = \frac{g^{\alpha\rho}}{2}(g_{\rho\gamma,\beta} + g_{\beta\rho,\gamma} - g_{\beta\gamma,\rho})$  o el sistema  $g_{\alpha\rho} \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha = \frac{1}{2}(g_{\rho\gamma,\beta} + g_{\beta\rho,\gamma} - g_{\beta\gamma,\rho})$  y escribo las dos ecuaciones geodésicas:

iii>

(1B) Escribo el Lagrangiano, sus derivadas y las ecuaciones de Euler-Lagrange:

iv>  $L =$

v>  $\frac{\partial L}{\partial \dot{u}} =$

vi>  $\frac{\partial L}{\partial u} =$

vii>  $\frac{\partial L}{\partial \dot{v}} =$

viii>  $\frac{\partial L}{\partial v} =$

Desacoplo las ecuaciones de Euler-Lagrange (geodésicas) y las escribo:

ix>

¿ Coinciden con las anteriores (apartado 1A)? :

(2) Diagonalizo la métrica (ayuda: la expresión de la métrica se parece a la del cuadrado de un binomio; añádele y quítale lo que le falta). Escribo la nueva métrica y el cambio de variable realizado:

x> Cambio de variable:  $w =$

xi> Métrica diagonal:

(2A) Con esta métrica diagonal repito los mismos pasos que en (1A):

xii>  $(g) =$

xiii>  $(g^{-1}) =$

xiv> Símbolos de Christoffel y geodésicas:

(2B) Ahora repito los pasos de (1B):

xv>  $L =$

xvi>  $\frac{\partial L}{\partial \dot{w}} =$

xvii>  $\frac{\partial L}{\partial w} =$

xviii>  $\frac{\partial L}{\partial \dot{v}} =$

xix>  $\frac{\partial L}{\partial v} =$

xx> Geodésicas (¿salen acopladas?):

¿Coinciden con las del apartado anterior (2A)? :

Finalmente, deshago el cambio de variable en las geodésicas:

xxi>

¿Coinciden con las de la métrica no diagonal (1A y 1B)? :