

---

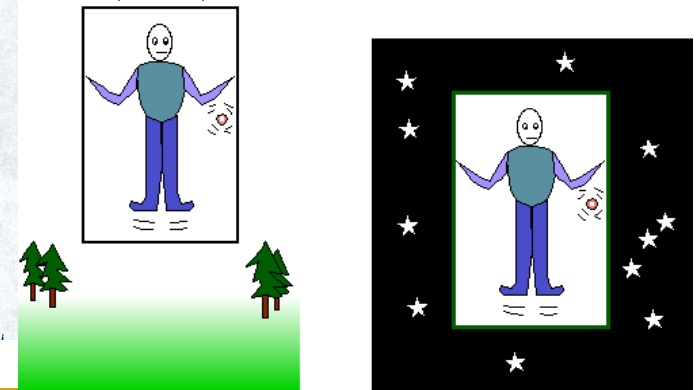
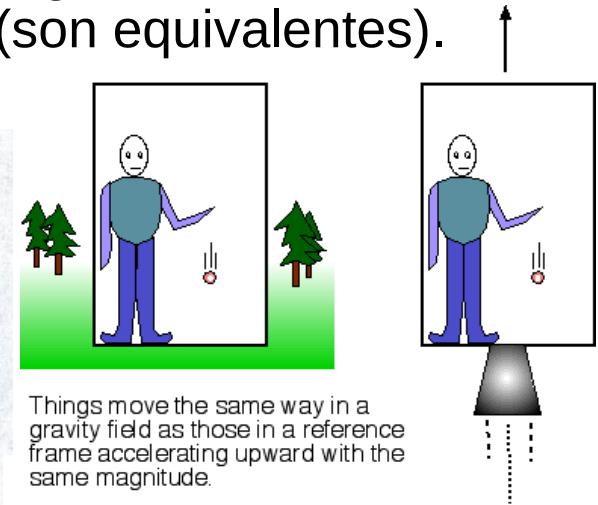
# Principio de equivalencia y efectos de la Relatividad General

---

# Anular o simular $g$

- En caída libre no se siente gravedad (anular  $g$ )
- Se puede simular  $g$  con una aceleración  $a$  en sentido opuesto
- Principio de equivalencia: No se puede distinguir entre una aceleración uniforme y un campo gravitatorio uniforme (son equivalentes).

	F reales		Gravedad	Aceleración	Equación
a)			$\downarrow g$		$F_b - mg = m \cdot 0 = 0$ $\Rightarrow F_b = mg \quad (\text{marca el peso de la persona})$
b)				$\uparrow a$	$F_b = ma \quad \left\{ \begin{array}{l} F_b = mg \\  a  =  g  \end{array} \right. \quad (\text{a simula } g)$
c)			$\downarrow g$	$\downarrow a$	$F_b - mg = -ma = -mg$ $\Rightarrow F_b = 0 \quad (\text{peso nulo})$ <p>caída libre (a anula <math>g</math>)</p>
d)					

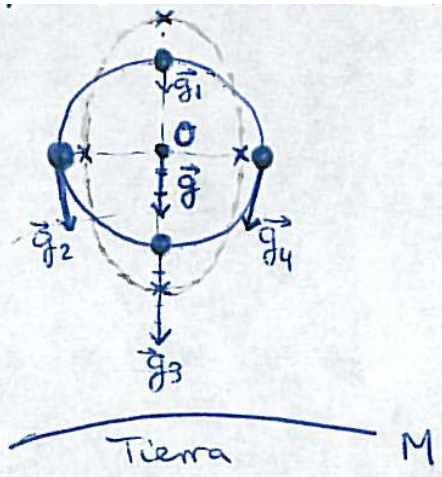


# Fuerzas de marea

- Pero aunque la aceleración de la gravedad pueda “eliminarse” en un determinado punto del E-T, el mismo truco no la elimina completamente en la vecindad por culpa de las fuerzas de marea. Éstas son la auténtica marca de la gravedad.
- Aparecen cuando pasamos de cuerpo puntual a cuerpo extenso.

observador en caída libre y 4 bolas  
antes: bolas en esfera alrededor de observador  
después: " " elipsoide

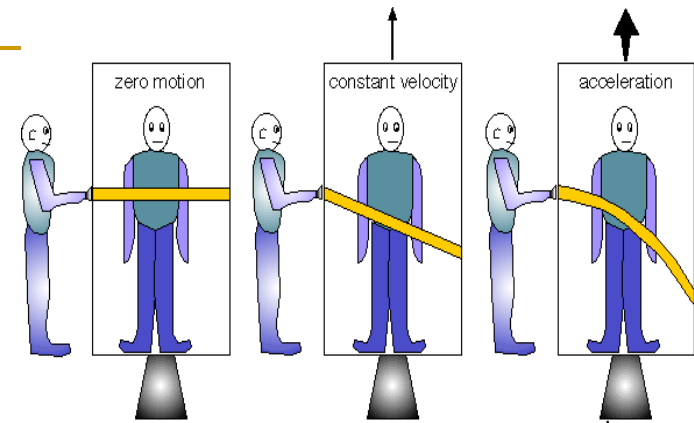
Para eliminar  $\vec{g}$ , le sumamos  $\vec{a} = -\vec{g}$ .  
Sumar  $-\vec{g}$  a los vectores  $\vec{g}_i$  produce la deformación de la esfera.



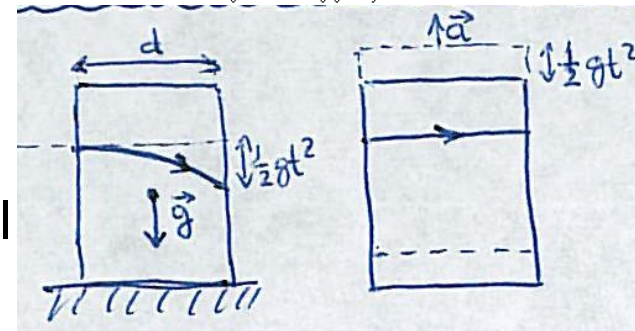
Tierra M

# Curvatura de luz

- ¿Funciona también con la luz en vez de objetos? El rayo de luz hará lo mismo en presencia de gravedad que en un ascensor acelerado.
- El Sol desvía la luz de una estrella (confirmado en eclipse de 1919).
- Retraso en el eco de una onda debido a que el recorrido relativista es mayor que el clásico (confirmado con Venus y Mercurio).



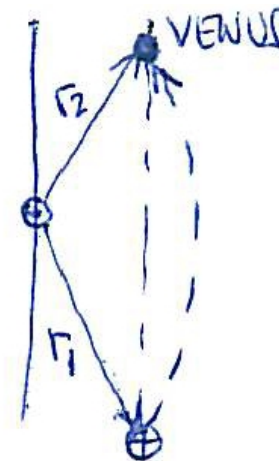
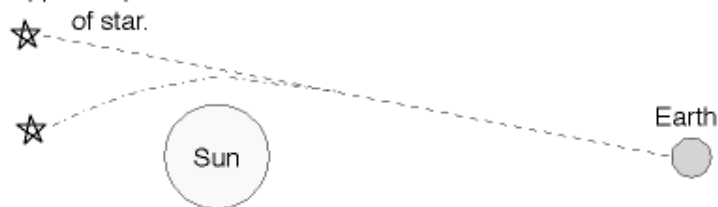
The path of a light beam in three different types of reference frames moving with respect to the person *outside* the elevator. The light path shown is what the person *inside* the elevator sees. Under large acceleration, the beam of light will curve downward. It should also do that in a region of strong gravity.



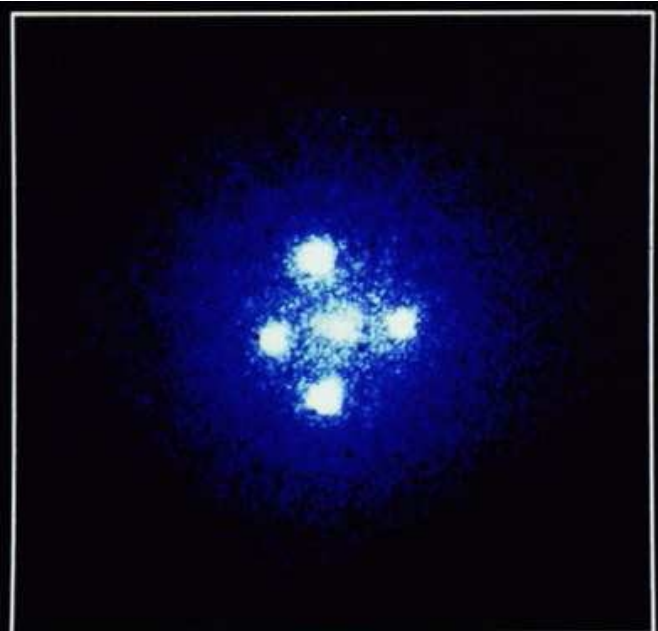
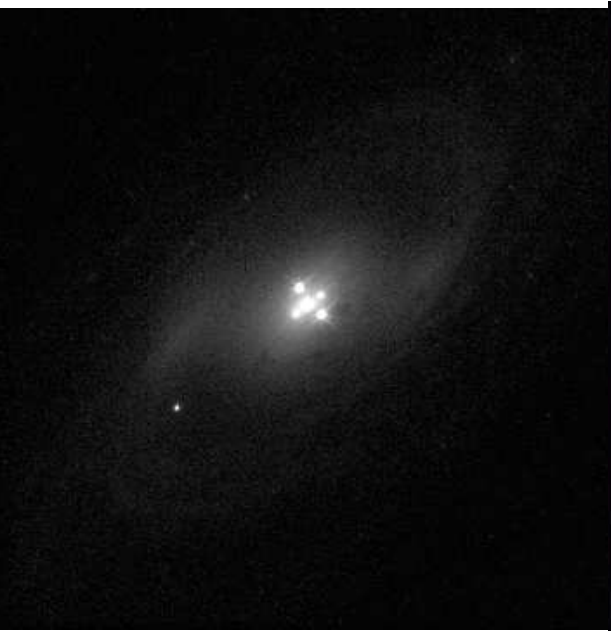
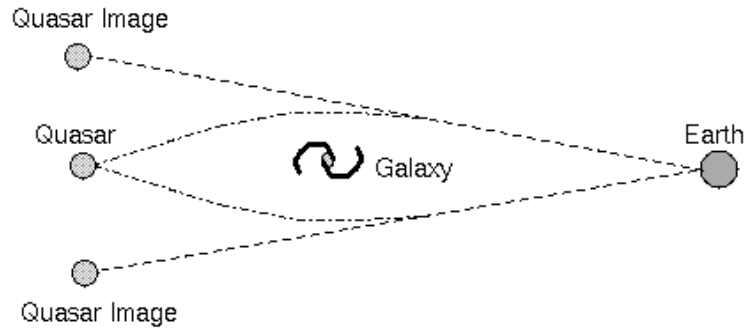
Normal position  
of star.



Apparent position  
of star.



# Lente gravitatoria

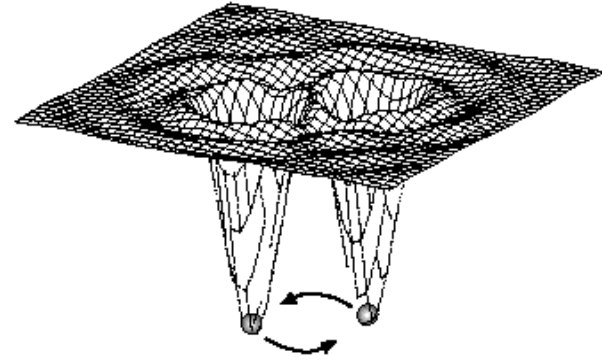


**Gravitational Lens G2237+0305**

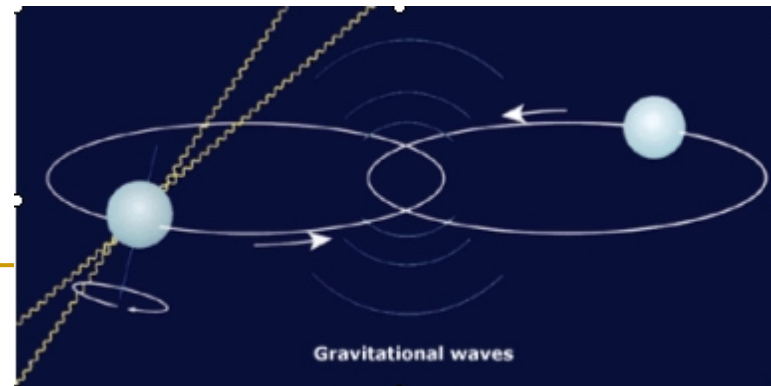
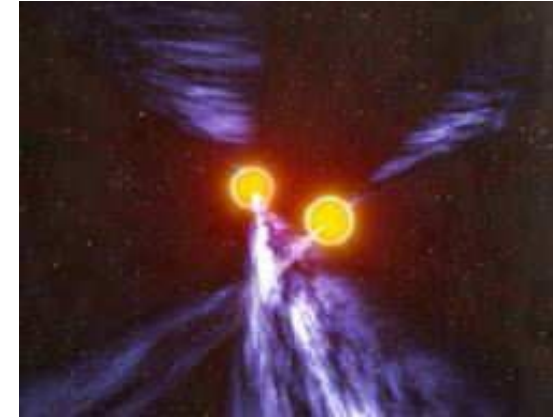


# Efectos en púlsares binarios

- Son un laboratorio ideal:
  - Entorno de gravedad extrema (estrellas de neutrones).
  - Reloj preciso (púlsar): el del compañero va más lento cuando pasa por zonas de mayor gravedad.
  - Medidas más cómodas que en BH.
- Dos efectos importantes:
  - Avance del periastro: alteración del eje de rotación de un cuerpo por el tirón gravitatorio de sus compañero.
  - Ralentización del movimiento orbital por emisión de ondas gravitatorias (OGs).



A binary system of compact massive objects rapidly orbiting each other produces ripples in spacetime.



# QQ Ondas gravitacionales y púlsares binarios

PSR1936 Hulse & Taylor (1973)

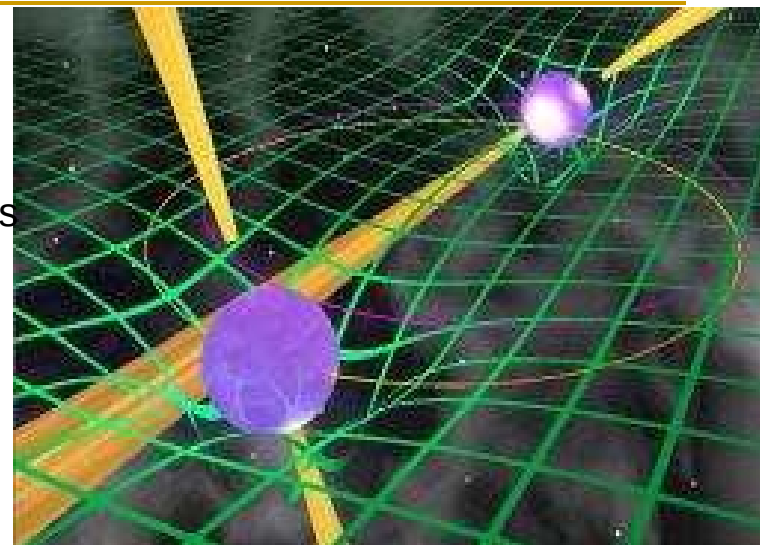
$m_1=m_2=1.4M_{sol}$ ;  $d=1700a.l.$ ;  $d_{12}=1R_{sol}$

Retraso (enrojecimiento grav + exceso de camino)=4.3 ms

Movimiento respecto compañero medido con Doppler

(la frecuencia aumenta al acercarse a nosotros)

precesión  $4^\circ/año$ ,  $dP/P=-1s/13000año$



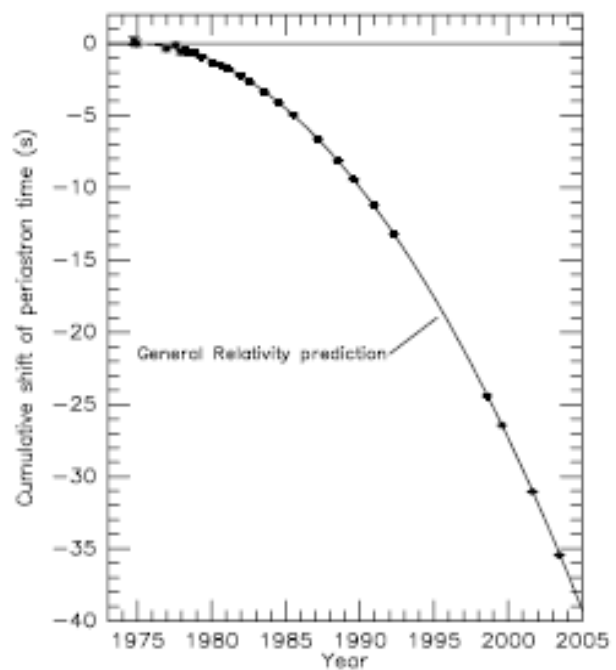
PSR0737: púlsar doble y eclipsante en radio

- Avance periastro: un pelo / UA

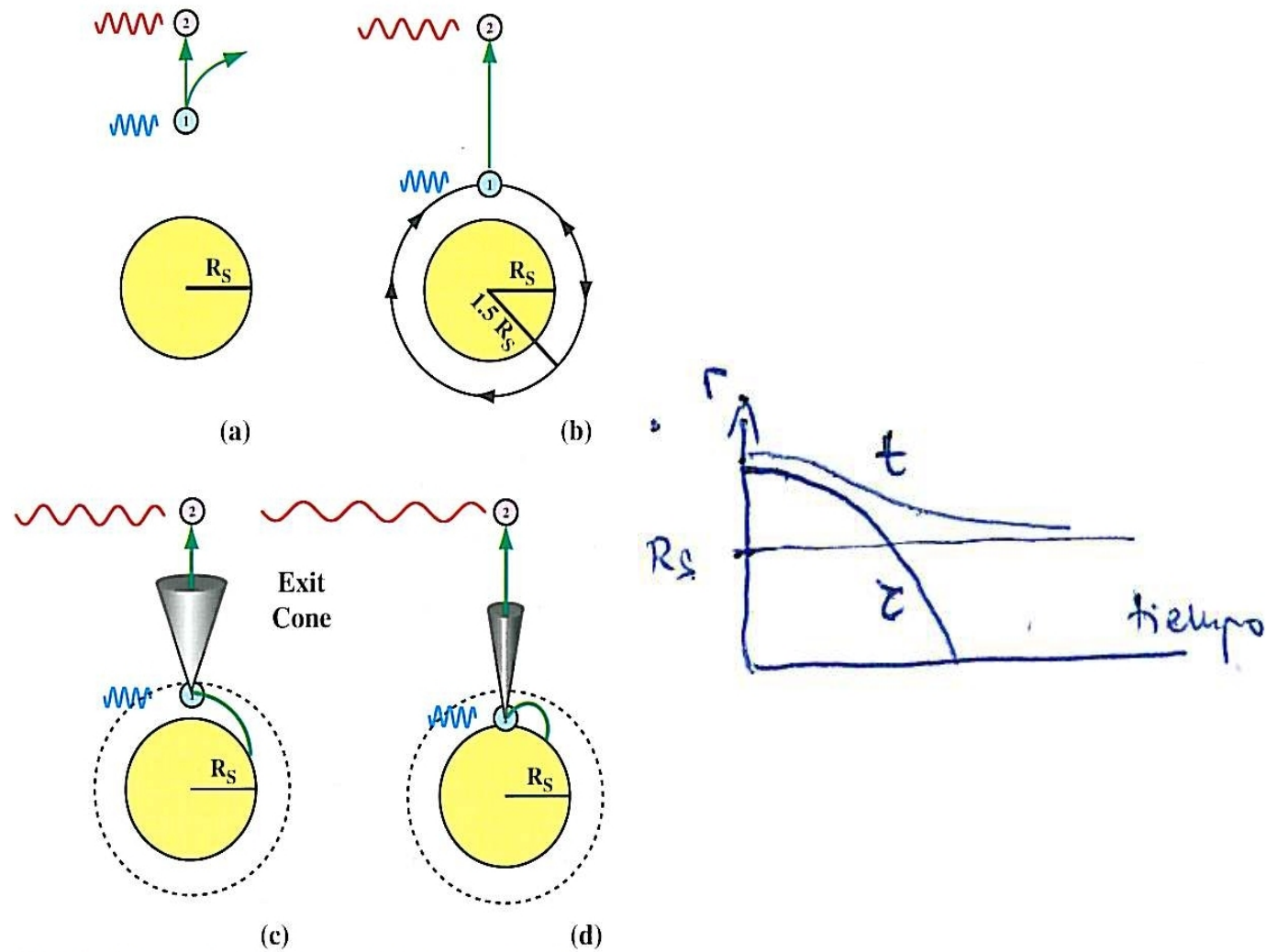
- Atenuación por OG: -7mm/día

Parameter	Symbol (units)	Value
(i) "Physical" parameters:		
Right Ascension	$\alpha$	$19^h 15^m 27.^s 99999(2)$
Declination	$\delta$	$16^\circ 06' 27.'' 4034(4)$
Pulsar period	$P_p$ (ms)	$59.029997402727(5)$
Derivative of period	$\dot{P}_p$	$8.62713(8) \times 10^{-18}$
(ii) "Keplerian" parameters:		
Projected semimajor axis	$a_p \sin i$ (s)	$2.341774(1)$
Eccentricity	$e$	$0.6171338(4)$
Orbital period	$P_b$ (day)	$0.322997402727(5)$
Longitude of periastron	$\omega_0$ ( $^\circ$ )	$226.57518(4)$
Julian date of periastron	$T_0$ (MJD)	$46443.99688317(3)$
(iii) "Post-Keplerian" parameters:		
Mean rate of periastron advance	$\dot{\omega}$ ( $^\circ \text{ yr}^{-1}$ )	$4.22659(5)$
Redshift/time dilation	$\gamma'$ (ms)	$4.2919(8)$
Orbital period derivative	$\dot{P}_b$ ( $10^{-12}$ )	$-2.4184(9)$

Table 7: Parameters of other binary pulsars. References may be found in the text; for an online catalogue of pulsars with reasonably up-to-date parameters, see [8].



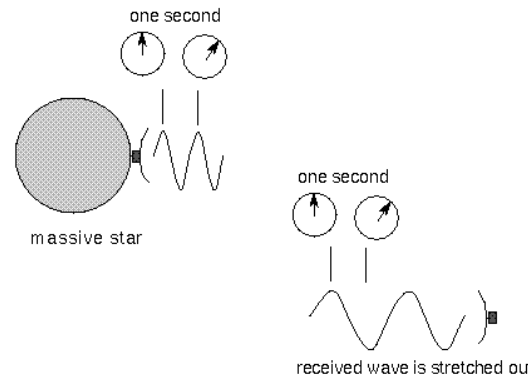
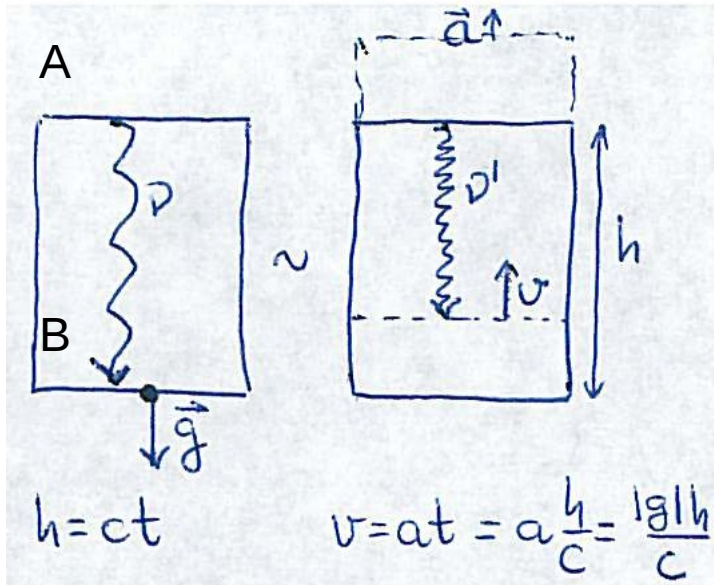
# Efectos en agujeros negros



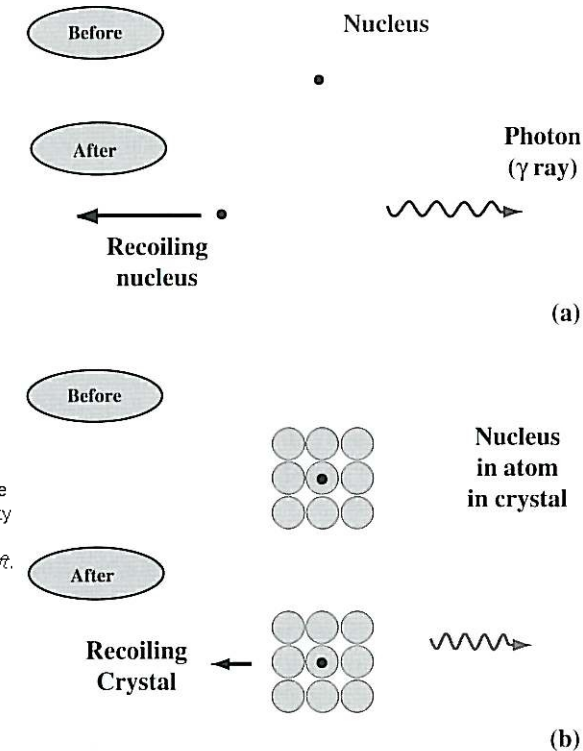
**Fig 8.12.** Approaching a black hole. Astronaut 1 approaches the black hole while astronaut 2 stays behind. In each frame, the emitted and received wave correspond to a beam sent from 1 to 2.



# Enrojecimiento gravitatorio



Since gravity stretches time, we have to wait **longer** to see the next wave crest pass by us than observers in the strong gravity field: the frequency is smaller. All forms of light travel at the **same** speed, so the wavelength is longer: *gravitational redshift*.



**Fig 8.10.** The Mössbauer effect. (a) Emission of a gamma-ray by a free nucleus. To conserve momentum, the nucleus recoils. The recoiling nucleus carries away some energy. Therefore, the energy of the gamma-ray is less than the energy difference between the two levels involved in the particular transition. (b) If the nucleus is part of an atom, which is, in turn, part of a crystal, the whole crystal must recoil. Since the crystal is much more massive than the nucleus, its recoil is negligible. This means that the energy of the gamma-ray is always equal to the difference between the two levels involved in the transition.

La onda emitida en el techo (más lejos del centro de la Tierra) se observa en el suelo más azul  $\nu' > \nu$  .  
 Recíprocamente, ondas enviadas cerca de una gran masa aparecen enrojecidas para el observador lejano.  
 Otra forma de verlo:  $c$  constante y  $t$  mayor implican que  $\lambda = ct$  sea mayor.  
 Confirmado con experimento por efecto Mössbauer

- Si el receptor (B) no acelera a velocidades relativistas  $\left(\frac{v}{c}\right)^2 \ll 1$   $\left(\frac{gh}{c^2}\right)^2 \ll 1$
- Y tomamos SRI en el suelo:  $z_B(t) = \frac{1}{2}gt^2$   $z_A(t) = h + \frac{1}{2}gt^2$
- Distancia de viaje del primer pulso emitido por A en  $t=0$  y recibido por B en  $t=t_1$ :  

$$z_A(0) - z_B(t_1) = h - \frac{1}{2}gt_1^2 = ct_1$$

- Recorrido (más corto) del segundo pulso emitido por A en  $t = \Delta\tau_A$  y recibido por B en  $t = t_1 + \Delta\tau_B$ :

$$z_A(\Delta\tau_A) - z_B(t_1 + \Delta\tau_B) = h + \frac{1}{2}g\Delta\tau_A^2 - \frac{1}{2}g(t_1 + \Delta\tau_B)^2 = h - \frac{1}{2}gt_1^2 - gt_1\Delta\tau_B = c(t_1 + \Delta\tau_B - \Delta\tau_A)$$

- Intervalo entre los dos pulsos visto por uno y por otro:  $\phi = \frac{-GM}{z} = gz$   

$$\Delta\tau_B = \Delta\tau_A \left(1 - \frac{gh}{c^2}\right) = \Delta\tau_A \left(1 - \frac{\phi_A - \phi_B}{c^2}\right) \quad \phi_A - \phi_B = g(z_A(0) - z_B(0)) = gh$$

- Enrojecimiento gravitatorio (gravitational redshift):

$$\boxed{v_B = v_A \left(1 - \frac{\phi_A - \phi_B}{c^2}\right)^{-1} \simeq v_A \left(1 + \frac{\phi_A - \phi_B}{c^2}\right)} \quad \text{hasta orden } \frac{1}{c^2}$$

# Explicación: E-T curvado

- Probemos una explicación geométrica de la gravedad. Ejemplo de geometría 4D curva para el caso estático (no variable con el tiempo) y de gravedad leve:

$$ds^2 = -\left(1 + \frac{2\phi}{c^2}\right)(c dt)^2 + \left(1 - \frac{2\phi}{c^2}\right)(dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

	+1	+1	+1	3D euclídeo plano
-1	+1	+1	+1	4D Minkowski plano (RE)
-[]	+[]	+[]	+[]	4D curvado (RG)

- Señal de A a B en dirección x. Rayos ya no siguen 45° pero tendrán todos la misma forma en E-T (geometría estática, indepte de t).

$$\Delta t; \quad \Delta x = \Delta y = \Delta z = 0$$

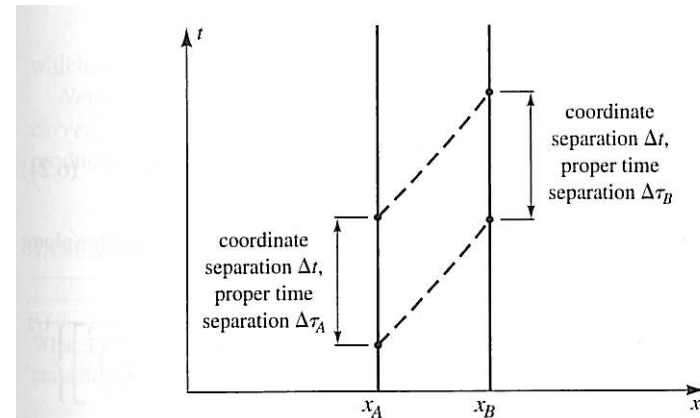
$$\Delta \tau_A^2 \equiv \frac{-\Delta s^2}{c^2} = \left(1 + \frac{2\phi_A}{c^2}\right) \Delta t^2 + 0 + 0 + 0$$

$$\Delta \tau_A = \left(1 + \frac{2\phi_A}{c^2}\right)^{1/2} \Delta t \simeq \left(1 + \frac{\phi_A}{c^2}\right) \Delta t$$

$$\Delta \tau_B \simeq \left(1 + \frac{\phi_B}{c^2}\right) \Delta t \quad \Downarrow$$

$$\Delta \tau_B \simeq \left(1 + \frac{\phi_B}{c^2}\right) \Delta \tau_A \left(1 + \frac{\phi_A}{c^2}\right)^{-1} \simeq \left(1 + \frac{\phi_B - \phi_A}{c^2}\right) \Delta \tau_A$$

- $\Delta t$  se corresponde con  $\Delta \tau_A, \Delta \tau_B$



**FIGURE 6.13** Emission and reception of light signals in the model curved spacetime (6.20). This spacetime diagram (where  $c = 1$ ) shows the world lines of two stationary observers A and B. Signals are emitted at A with a proper time interval  $\Delta \tau_A$  related to a coordinate time interval  $\Delta t$  by (6.21). Since the line element (6.20) is independent of  $t$ , the coordinate interval between the reception of the signals is also  $\Delta t$ , but the proper time interval  $\Delta \tau_B$  between these events is different from  $\Delta \tau_A$ . The rate of reception is different from the rate of emission.

# Movimiento newtoniano en E-T

- Partícula en potencial gravitatorio. El tiempo propio entre dos puntos A y B del E-T depende de la línea de mundo seguida:

$$\tau_{AB} = \int_A^B d\tau = \int_A^B \left( \frac{-ds^2}{c^2} \right)^{1/2} = \int_A^B \left[ \left( 1 + \frac{2\phi}{c^2} \right) dt^2 - \frac{1}{c^2} \left( 1 - \frac{2\phi}{c^2} \right) (dx^2 + dy^2 + dz^2) \right]^{1/2}$$

- Podemos usar t para parametrizar la l.d.m. Multiplico y divido por dt.

$$\tau_{AB} = \int dt \left[ \left( 1 + \frac{2\phi}{c^2} \right) - \frac{1}{c^2} \left( 1 - \frac{2\phi}{c^2} \right) \left( \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 \right) \right]^{1/2}$$
$$\left[ 1 + \frac{2\phi}{c^2} - \left( \frac{1}{c^2} - \frac{2\phi}{c^4} \right) V^2 \right]^{1/2} \simeq \left[ 1 + \frac{2\phi}{c^2} - \frac{V^2}{c^2} \right]^{1/2} \simeq 1 + \frac{1}{c^2} \left( \phi - \frac{V^2}{2} \right) \simeq 1 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{V^2}{2} - \phi \right)$$
$$\Rightarrow \tau_{AB} \simeq \int_A^B dt \left[ 1 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{V^2}{2} - \phi \right) \right]$$

- La l.d.m. que hace extrema  $\tau_{AB}$  es la que hace extrema  $(V^2/2 - \phi)$ , que es el lagrangiano no relativista. Luego **la gravedad newtoniana puede expresarse en términos estrictamente geométricos a partir de un E-T curvo**. La presencia de masa curva el E-T y los objetos se mueven siguiendo trayectorias de tiempo propio extremo.

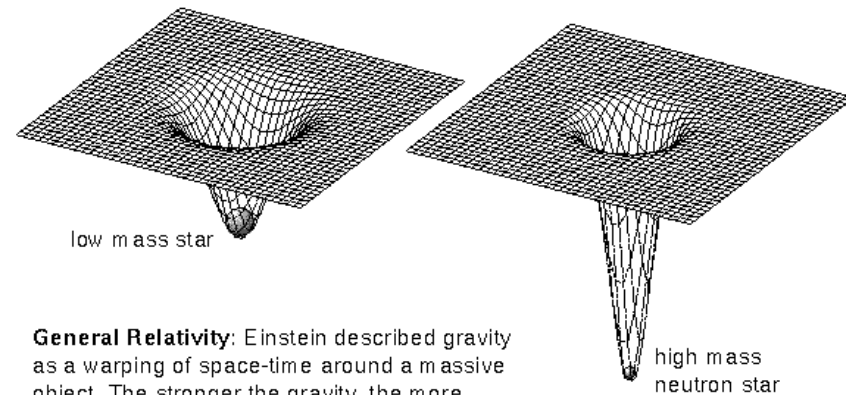
# Formulación de la gravedad: newtoniana vs geométrica

TABLE 6.1 Newtonian and Geometric Formulations of Gravity Compared

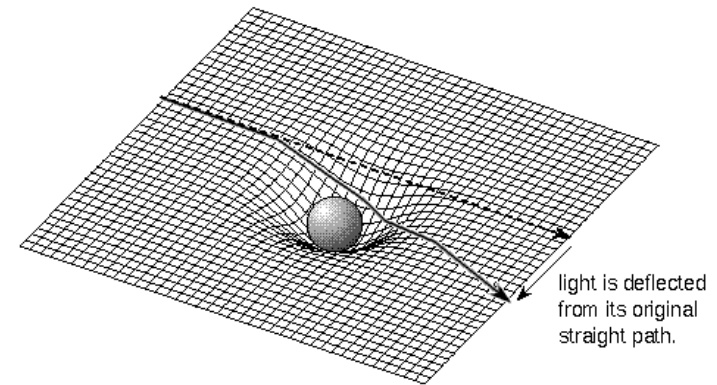
	Newtonian	Geometric Newtonian	General Relativity
What a mass does	Produces a field $\Phi$ causing a force on other masses $\vec{F} = -m\vec{\nabla}\Phi$	Curves spacetime $ds^2 = -\left(1 + \frac{2\Phi}{c^2}\right)(c dt)^2 + \left(1 - \frac{2\Phi}{c^2}\right)(dx^2 + dy^2 + dz^2)$	Curves spacetime
Motion of a particle	$m\vec{a} = \vec{F}$	Curve of extremal proper time (first order in $1/c^2$ )	Curve of extremal proper time
Field equation	$\nabla^2\Phi = +4\pi G\mu$	$\nabla^2\Phi = +4\pi G\mu$	Einstein's equation

# Origen de los efectos

- Gravedad entendida como la curvatura del propio E-T alrededor de cada masa: “la materia le dice al espacio cómo curvarse y éste le dice a la materia cómo moverse”.
- La Tierra no orbita alrededor del Sol por atracción gravitatoria instantánea; simplemente sigue la trayectoria “más corta” en el E-T (geodésica).
- La luz también sigue el camino más corto en el E-T, camino que está curvado por la gravedad (retraso temporal respecto a cálculos clásicos).



**General Relativity:** Einstein described gravity as a warping of space-time around a massive object. The stronger the gravity, the more space-time is warped.



**General Relativity:** Light travels along the curved space taking the shortest path between two points. Therefore, light is deflected toward a massive object! The stronger the local gravity is, the greater the light path is bent.