B

20/1/2015

Nombre y dni: [redacted]

1.- Se mide la concentración de urea en sangre (en mg/dL) a varios individuos, en un estudio sobre la eficacia de cierta dieta, obteniéndose los datos

2	3	3	1'2

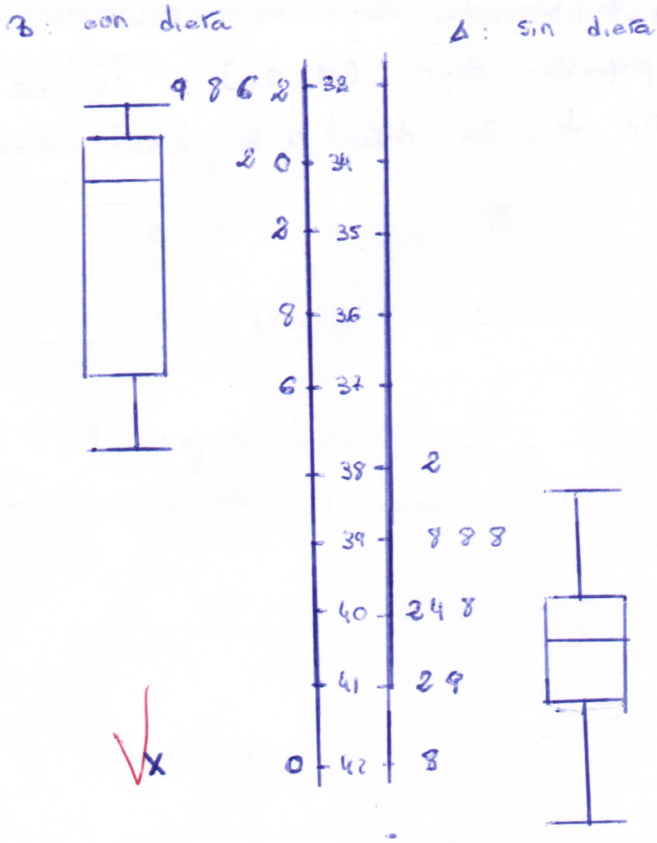
A: sin dieta	40'8	39'8	38'2	40'4	41'9	42'8	40'2	39'8	39'8	41'2
B: con dieta	33'6	34'0	36'8	42'0	33'9	33'8	33'2	35'2	34'2	37'6

(a) Representa los datos mediante un diagrama de tallos y hojas, y mediante un diagrama de tipo boxplot. Extrae de los dibujos alguna conclusión sobre la eficacia o no de la dieta.

(b) Para el grupo B, calcula mediana y cuartiles, y determina si hay sesgos o valores atípicos. Calcula también $\bar{x}$ y σ. ¿Es apropiado decir que los datos están centrados en $\bar{x} \pm \sigma$? ¿Entre media y mediana, qué medición es más razonable?

Nota: 2 puntos

2



$Me_A : \frac{\text{Dato } 5^o + \text{Dato } 6^o}{2}$

$Me_A = \frac{40,2 + 40,4}{2} = 40,3$

$Q_{1A} = 39,8$

$Q_{3A} : 41,2$

$Me_B : \frac{\text{Dato } 5^o + \text{Dato } 6^o}{2}$

$Me_B : \frac{34,0 + 34,2}{2} = 34,1$

$Q_{1B} : 33,8$

$Q_{3B} : 36,8$

$RI_A : 1,4$

$I_{TA} : [Q_1 - \frac{3}{2} R_I, Q_3 + \frac{3}{2} R_I]$

$I_{TA} : [39,8 - \frac{3}{2}(1,4), 41,2 + \frac{3}{2}(1,4)]$

$I_{TA} : [37,7 , 43,3]$

En A: no hay datos atípicos

$R_{IB} = 3$

$I_{TB} : [33,8 - \frac{3}{2}(3), 36,8 + \frac{3}{2} 3]$

$I_{TB} : [29,3 , 40,9]$

En B hay un dato atípico 42,0

Conclusión: Sin la dieta los datos aparecen centrados en torno a 39,8 y 41,2 con muy poco sesgo hacia la derecha. Con la dieta en cambio los datos aparecen más dispersos, encuadrados entre 33,8 y 36,8 con un sesgo importante hacia la derecha. La dieta reduce en medida la concentración de urea en sangre pero no es igual de efectiva en todos los pacientes por lo que además de la dieta conviene añadir otros métodos.

Para b: $\bar{x} = 35,43$

$\sigma = 2,58$

$\bar{x} : 35,43$

$Me : 31,1$

$(\bar{x} \pm \sigma) : (35,43 - 2,58 \ , \ 35,43 + 2,58)$

$(\bar{x} \pm \sigma) : (32,85 \ , \ 38,01)$

En el intervalo $(\bar{x} \pm \sigma)$ se encuentran el 68% de los datos, pero no hay que olvidar que la media tiene un sesgo que hay que tener en cuenta.

Entre la media y la mediana hay una var[illegible] de casi una unidad. Esto se debe a [illegible] la media está influida por el sesgo hacia la derecha del que hablábamos. [illegible] la mediana es más razonable. ✓

A la hora de elegir un intervalo en el que los datos están centrados, es preferible elegir $[Q_1, Q_3]$, en este caso $[33,8 \ , 36,8]$ donde aparecen el 50% de los datos y los datos estarán centrados entorno a ese intervalo

bien ✓

Nombre y dni: .... 280.-P ....

2.- En una reacción enzimática cooperativa se sabe que V =velocidad de la reacción, depende de S =concentración de sustrato, según la función

$$V(S) = \frac{S^n}{k^n + S^n},$$

donde n, k son constantes *positivas* deseamos determinar. En un laboratorio se recogen los siguientes datos

S	15	30	45	60	75	90	105	120
V	0.30	0.61	0.72	0.84	0.88	0.92	0.95	0.96

3

(i) Calcula la recta de regresión de los datos $\left(\log S, \log\left(\frac{V}{1-V}\right)\right)$, y describe la calidad del ajuste.

(ii) Estima el valor de los parámetros n y k, usando que $\log \frac{V}{1-V} = n \log S - n \log k$.

(iii) Representa en una gráfica los puntos y la curva originales, con los parámetros que has obtenido en (i)+(ii), y describe si te parece un buen ajuste.

(iv) ¿Sabrías dar una estimación más directa de los parámetros n y k con regresión no lineal?

Nota: 3 puntos

$\ln \frac{V}{1-V} = n \ln S - n \ln k$

$c = Ax - B$

$c = 1{,}921x - 6{,}153624$

$A = 1{,}921 \qquad A = n = 1{,}921$

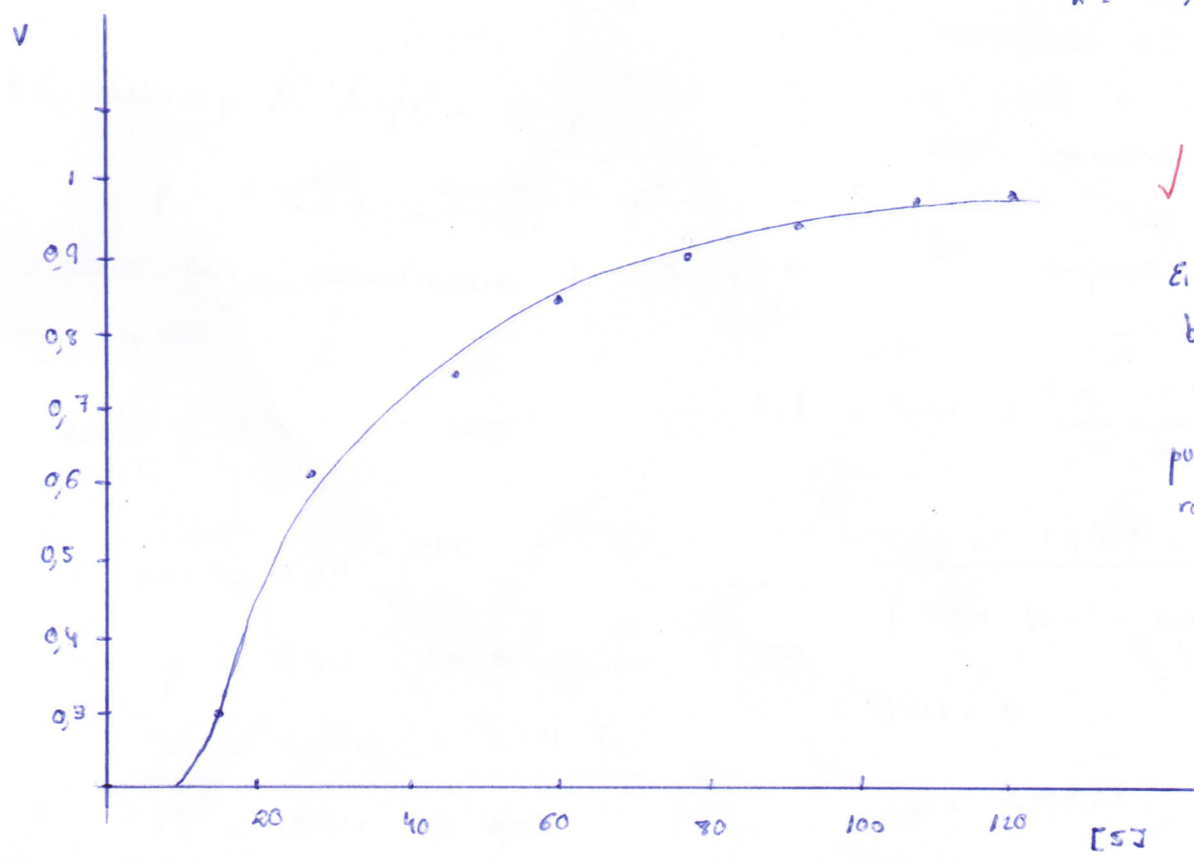
$B = -6{,}1536 = -n \cdot \ln k$

$\ln k = \frac{-6{,}1536}{-1{,}921} = 3{,}20333$

$k = e^{3{,}20333}$

$k = 24{,}614$

r: 0,99489 ← ajuste bastante bueno a nivel de coeficiente de correlación.



Es un ajuste bastante bueno, que se ajusta muy bien a los puntos de la reacción de cooperac

Nombre y dni: 5072-M . . . .

3.- La concentración (en mol/l) de ciertos compuestos A, B, C que aparecen en la descomposición de un ácido dependen del pH de la disolución según las funciones

$$A(p) = \frac{100}{100 + 20e^p + e^{2p}}, \quad B(p) = \frac{20e^p}{100 + 20e^p + e^{2p}}, \quad C(p) = \frac{e^{2p}}{100 + 20e^p + e^{2p}}.$$

(a) Dibuja las funciones en un mismo gráfico. ¿Qué cantidades de A, B, C hay cuándo p es grande?

(b) Determina para qué valor de p se igualan las concentraciones de A y C, y cuándo es la concentración de A menor que 0'05.

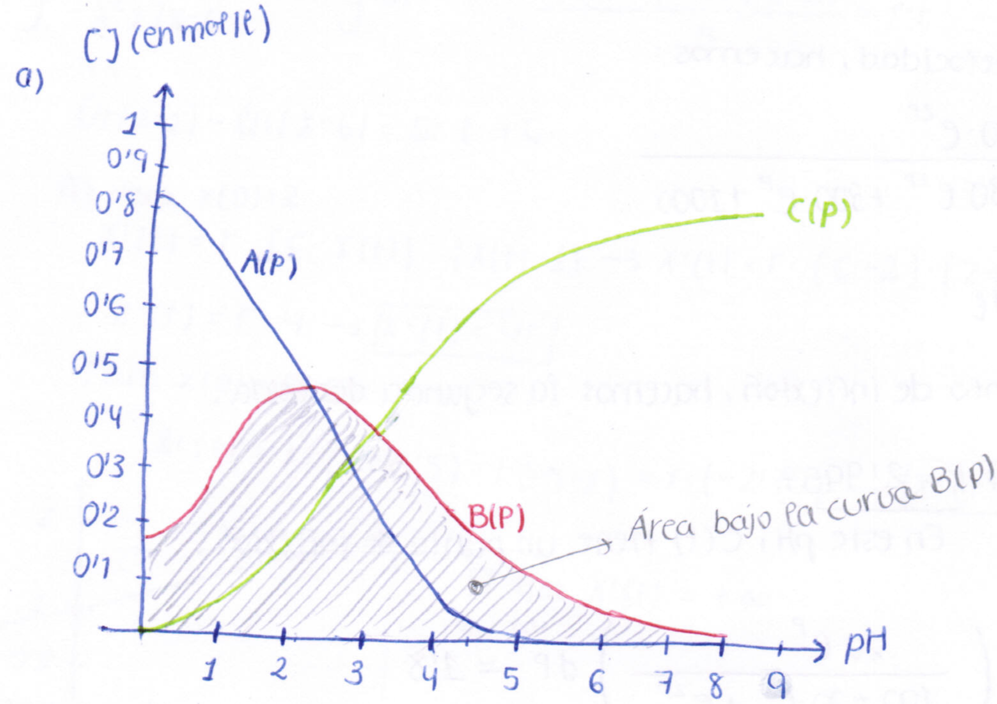
(c) Determina la concentración máxima de B, y para qué pH ocurre.

(d) Para el compuesto C, ¿a qué velocidad crece su concentración cuando el pH es 2? ¿En qué pH tiene un punto de inflexión?

(e) Calcula el área bajo la curva $B(p)$ cuando $0 \le p \le 7$.

Nota: 3 puntos

a)



¿ las cantidades de A,B,C cuándo p es grande ?

$\lim_{p \to +\infty} (A(p)) = 0 \text{ mol/l}$ $\quad \lim_{p \to +\infty} (B(p)) = 0 \text{ mol/l}$ $\quad \lim_{p \to +\infty} (C(p)) = 1 \text{ mol/l}$

b) $A(p) = C(p)$

Para $P = 1'61$, las concentraciones de $A(p)$ y $C(p)$ son iguales.

Lo he hecho poniendo en máxima:

plot2d ([A(p), B(p), C(p)], [p,0,10])

y he colocado el puntero justamente en el punto donde A(P) y C(p) se cortan en la gráfica.

~ a ojo pero bien

$$A(P) = \frac{100}{100 + 20 \cdot e^{P} + e^{2P}} = 0'5$$

$P_H = 1'42 \rightarrow$ Para un PH superior a este, la concentración de A será menor de 0'5.

c) la concentración de B será máxima para un pH de 2'3026

$B'(P) = 0 \longrightarrow p = 2'3026$

$B(P) \Rightarrow B(2'3026) = 0'5$

De manera que la máxima concentración de B que puede haber es de 0'5 mol/l.

d) Para hallar la velocidad, hacemos:

$$C'(p) = \frac{20 \cdot e^{2P}}{e^{3P} + 30 \cdot e^{2P} + 300 \cdot e^{P} + 1000}$$

$C'(2) = 0'2$ mol/l

Para hallar el punto de inflexión, hacemos la segunda derivada.

$C''(P) = 0 \longrightarrow \underline{P = 2'9957}$

En este pH, C(t) tiene un punto de inflexión.

e) $$\int_0^7 B(P) = \int_0^7 \left(\frac{20 \cdot e^{P}}{100 + 20 \cdot e^{P} + e^{2P}} \right) dP = 1'8$$

De esta manera, podemos sacar el área bajo la curva, el cual es de 1'8.

Nombre y dni: ....

4.- En cierta reacción química los moles de producto $x(t)$ tras t segundos evolucionan según la ED

$$x'(t) = k\,x(t)\,(12 - x(t))$$

donde $k > 0$ es una constante.

(a) Determina la cantidad de producto a largo plazo, y esboza la gráfica de $x(t)$ para los datos iniciales $x(0) = 2$ y $x(0) = 14$ (en este apartado no es necesario resolver la ED).

(b) Si empezamos con 2 moles de producto, y al cabo de 3 segundos se alcanzan 6 moles, ¿qué valor tiene k? ¿Cuántos moles habrá tras 6 segundos de reacción?

Nota: 2 puntos

a) Buscamos la situación de equilibrio (x_{eq})

$0 = K \cdot x_{eq}(12 - x_{eq})$

$k(12x_{eq} - x^2_{eq}) = 0$

sabemos que $K>0$

Por tanto

$-x^2_{eq} + 12x_{eq} = 0$

$x_{eq}(-x_{eq} + 12) = 0$

$\rightarrow x_{eq} = 12, \quad x_{eq} = 0$

Por tanto, podemos decir que a largo plazo, la cantidad de producto tiende a la situación de equilibrio ($x_{eq} = 12$ moles) $\rightarrow$ a largo plazo.

b)

$$\frac{dx}{dt} = Kx(12-x)$$

$$\int \frac{dx}{x(12-x)} = K\int dt = Kt + C$$

$$\int \frac{dx}{x(12-x)} = \int \frac{A}{x}dx + \int \frac{B}{12-x}dx = \int \frac{1/12}{x}dx + \int \frac{1/12}{12-x}dx = \frac{1}{12}\ln|x| - \frac{1}{12}\ln|12-x|$$

$$= \frac{1}{12}\left(\ln|x| - \ln|12-x|\right)$$

$$= \frac{1}{12}\left(\ln\left|\frac{x}{12-x}\right|\right)$$

$$\frac{1}{x(12-x)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{12-x} = \frac{A\cdot(12-x) + Bx}{x(\cancel{12-x})}$$

$1 = A(12-x) + Bx$

$\rightarrow x=0 \rightarrow 1 = A\cdot 12 \rightarrow A = 1/12$

$\rightarrow x=12 \rightarrow 1 = B12 \rightarrow B = 1/12$

$\frac{1}{12}\cdot \ln\left|\frac{x}{12-x}\right| = K\cdot t + C \xrightarrow{\text{Si } x(0)=2} \frac{1}{12}\ln\left|\frac{2}{12-2}\right| = 0+C$

$\boxed{C = \frac{\ln 0'2}{12}} \simeq -0'134$

$\ln\left|\frac{x}{12-x}\right| = 12Kt + 12C$

$x(0)=2$

$x(3)=6$

Calculamos K $x(3)=6$

$\ln\left|\frac{6}{12-6}\right| = 12K\cdot 3 + \ln 0'2$

$-\ln 0'2 = 36\cdot K$

$\boxed{K = \frac{-\ln 0'2}{36}} \simeq 0'045$

Para calcular los moles al cabo de 6 segundos, tenemos que despejar x (un poco)

$\ln\left|\frac{x}{12-x}\right| = \frac{-\ln 0'2}{3}\, t + \ln 0'2$

$\frac{x}{12-x} = 0'536t \cdot 0'2$

$\frac{x}{12-x} = e^{0'536t}\cdot 0'2 = 5 \longrightarrow x = 12\cdot 5 - 5x$

$6x = 60 \rightarrow \boxed{x = 10 \text{ moles}}$

$\cancel{x = 68560'3 - 5713'63x}$

$\cancel{x = \frac{68560'3}{5714'63} \simeq 11'998}$

Sol: $x(6) = 10$ moles

a) Con respecto a la gráfica:

$x(0)=2$

$x(0)=14$