MATEMÁTICAS, 1º grado Bioquímica **Test 2, 10/11/2014** **A**

Nombre: ....

10

1.- En una zona agrícola se construye un embalse de riego que inicialmente almacena 500 m^3 de agua. Debido a la evaporación y a las filtraciones cada semana se pierde aproximadamente un 1 % del volumen del embalse.

(a) ¿cuánto tiempo tiene que pasar para que se vacíe hasta la mitad?

(b) Suponer que la lluvia aporta al embalse unos 3 m^3 semanales, ¿cuántos m^3 contendrá después de 52 semanas? ¿Se llegará a vaciar hasta la mitad en algún momento?

(c) ¿Cuánto debería llover semanalmente para que el embalse contuviese 400 m^3 a largo plazo?

$x(n) \rightarrow$ Cantidad de agua en el embalse tras "n" semanas. $x(0) = 500 m^3$

$x(0) = 500$

$x(1) = 0{,}99\, x(0)$

$x(2) = 0{,}99\, x(1) = 0{,}99^2\, x(0)$

$x(3) = 0{,}99\, x(2) = 0{,}99^3\, x(0)$

$x(n) = 0{,}99^n\, x(0) \longrightarrow \boxed{x(n) = 500 \cdot 0{,}99^n}$ ✓

a) Buscamos "n" / $x(n) = 250 m^3$

$x(n) = 500 \cdot 0{,}99^n \longrightarrow 250 = 500 \cdot 0{,}99^n \rightarrow 0{,}99^n = 0{,}5 \rightarrow \ln 0{,}99^n = \ln 0{,}5 \rightarrow n = \dfrac{\ln 0{,}5}{\ln 0{,}99} \rightarrow n = 68{,}97$ semanas $\rightarrow$

$\rightarrow \boxed{n \simeq 69 \text{ semanas} \simeq 16 \text{ meses}}$ ✓

b) Lluvia $\rightarrow +3 m^3$ a la semana

$x(t) \rightarrow$ Cantidad de agua en el embalse tras "n" semanas, lloviendo $x(0) = 500 m^3$

$x(0) = 500$

$x(1) = 0{,}99\, x(0) + 3$

$x(2) = 0{,}99\, x(1) + 3 = 0{,}99(0{,}99\, x(0) + 3) + 3 = 0{,}99^2 x(0) + 0{,}99 \cdot 3 + 3$

$x(3) = 0{,}99\, x(2) + 3 = 0{,}99(0{,}99^2 x(0) + 0{,}99 \cdot 3 + 3) + 3 = 0{,}99^3 x(0) + 0{,}99^2 \cdot 3 + 0{,}99 \cdot 3 + 3 = 0{,}99^3 x(0) + 3(1 + 0{,}99 + 0{,}99^2)$

$x(n) = 0{,}99^n x(0) + 3(1 + 0{,}99 + 0{,}99^2 + \dots + 0{,}99^{n-1}) = 0{,}99^n x(0) + 3\dfrac{0{,}99^n - 1}{0{,}99 - 1} = 0{,}99^n x(0) - 300(0{,}99^n - 1) \longrightarrow$

$\longrightarrow \boxed{x(n) = 200 \cdot 0{,}99^n + 300}$ ✓

Buscamos $x(n) / n = 52$

$x(52) = 200 \cdot 0{,}99^{52} + 300 \longrightarrow \boxed{x(52) = 418{,}59 m^3}$

Vemos que ocurre a largo plazo:

$\lim_{n \to \infty} (200 \cdot \cancel{0{,}99^n} + 300) = 300 m^3$

A largo plazo el embalse tendrá $300 m^3$, por lo tanto, nunca tendrá $250 m^3$, que es la mitad.

Bien ✓

c) $x(n) = 0{,}99^n x(0) + k\dfrac{0{,}99^n - 1}{0{,}99 - 1}$, siendo $x(0) = 500$ $k \rightarrow$ Agua que aporta la lluvia semanalmente

Buscamos "k" / $x(n) = 400$ a largo plazo, es decir, "n" tiende a ∞

$\lim_{n \to \infty} \left(500 \cdot \cancel{0{,}99^n}^{\,0} + k\dfrac{\cancel{0{,}99^n}^{\,0} - 1}{-0{,}01}\right) = 400 \longrightarrow k\dfrac{-1}{-0{,}01} = 400 \longrightarrow 100k = 400 \longrightarrow \boxed{k = 4 m^3 \text{ de lluvia a la semana}}$

✓