

Nombre

1.- a) Resuelve la integral $\int \frac{3}{(t+1)(2-t)} dt$

b) Inyectamos un fármaco a un paciente con velocidad (instantánea) $v(t) = \frac{3}{(t+1)(2-t)}$ (en mgr/min). ¿Qué cantidad de fármaco habrá en el cuerpo del paciente al cabo de 1 min (si inicialmente no hay nada)?

$$a) \int \frac{3}{(t+1)(2-t)} dt = \int \frac{dt}{t+1} + \int \frac{dt}{2-t} = \boxed{\ln(t+1) - \ln(2-t) + C}$$

$$\frac{3}{(t+1)(2-t)} = \frac{A}{t+1} + \frac{B}{2-t} = \frac{A(2-t) + B(t+1)}{(t+1)(2-t)}$$

$$3 = A(2-t) + B(t+1)$$

$$t=2 \rightarrow 3 = 3B \rightarrow \boxed{B=1}$$

$$t=-1 \rightarrow 3 = 3A \rightarrow \boxed{A=1}$$

b) $v(t) = \frac{3}{(t+1)(2-t)}$ en mgr/min

$x(t)$?

$$x(0) = 0$$

$$x(t) = x'(t) = v(t) = \int \frac{3}{(t+1)(2-t)} = \ln|t+1| - \ln|2-t| + C$$

$$\xrightarrow{x(0)=0} 0 = \ln 1 - \ln 2 + C \rightarrow C = \ln 2 - \ln 1 = \ln\left(\frac{2}{1}\right) \Rightarrow \boxed{C = \ln 2}$$

$$\boxed{x(t) = \ln\left(\frac{t+1}{2-t}\right) + \ln 2}$$

$$\xrightarrow{t=1 \text{ min}} x(1) = \ln\left(\frac{1+1}{2-1}\right) + \ln 2 = \ln 4 = \boxed{1.39 \text{ mgr}}$$

Nombre

2.- En el proceso de descomposición de un gas $A_2 \rightarrow 2A$, la presión parcial $P(t)$ del gas tras t segundos cumple la ED

$$P'(t) = -kP(t)^2,$$

para una cierta constante $k > 0$. Si inicialmente la presión parcial es 0'75, y al cabo de 6 segundos baja a 0'25,

- a) Encuentra una expresión para $P(t)$, esboza su gráfica, y determina el valor de k .
- b) ¿Qué presión habrá al cabo de 12 segundos? ¿Cuánto tiempo llevará rebajar la presión a 0'10?



$P(t)$ = presión parcial del gas tras t segundos

$$P'(t) = -kP(t)^2$$

$$k > 0$$

$$P(0) = 0.75$$

$$P(6) = 0.25$$

a) Resolver ED:

$$\frac{dP}{dt} = -kP^2 \quad ; \quad \int \frac{dP}{P^2} = -k \int dt = -k \cdot t + C$$

$$\frac{-1}{P} = -kt + C \rightarrow P = \frac{-1}{-kt + C}$$

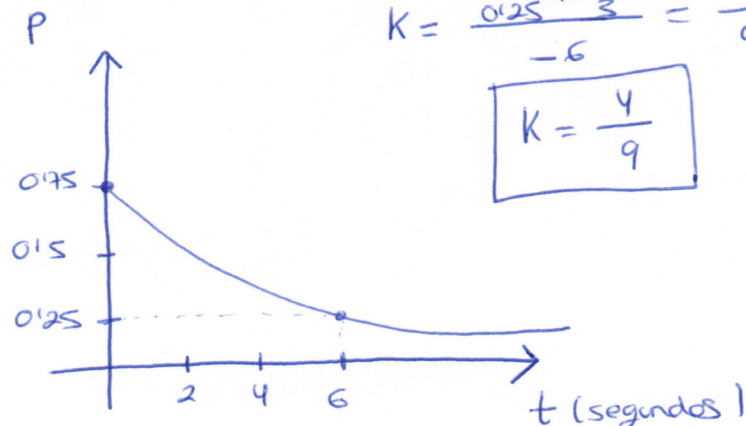
$$P(0) = 0.75 \rightarrow 0.75 = \frac{-1}{C} \rightarrow \boxed{C = -\frac{4}{3}}$$

$$P(6) = 0.25 \rightarrow 0.25 = \frac{-1}{-6k - \frac{4}{3}}$$

$$-6k - \frac{4}{3} = \frac{-1}{0.25} \quad ; \quad -6k = \frac{-1}{0.25} + \frac{4}{3}$$

$$k = \frac{\frac{-1}{0.25} + \frac{4}{3}}{-6} = \frac{4}{9}$$

$$\boxed{P(t) = \frac{-1}{-\frac{4}{9}t - \frac{4}{3}}}$$



$$\boxed{k = \frac{4}{9}}$$

$$b) P(12) = \frac{-1}{-\frac{4}{9} \cdot 12 - \frac{4}{3}} = 0.15$$

Busco t / $P(t) = 0.10$

$$0.10 = \frac{-1}{-\frac{4}{9}t - \frac{4}{3}}$$

$$-\frac{4}{9}t - \frac{4}{3} = -10 \rightarrow -\frac{4}{9}t = -10 + \frac{4}{3} = \frac{-26}{3}$$

$$t = \frac{-26 \cdot 9}{3 \cdot (-4)} = 19.5 \text{ segundos}$$

