

SOLUCIONES

10/

1.- En un cultivo de laboratorio se observa que cierto tipo de células cancerígenas aumentan su peso neto a un ritmo del 3% cada día. Por otro lado, al final del día aplicamos una dosis de radiación que elimina aprox 3 mgr de éstas células. Si al comenzar el tratamiento tenemos un tumor de 75 mgr,

- a) Determina  $x(n)$  = mgr de células cancerígenas en el cultivo al inicio del día  $n$ .
- b) Esboza una gráfica con los valores de  $x(n)$ , para  $n = 0, 10, 20, 30, 40$
- c) ¿Cuánto tiempo tardaremos en eliminar el tumor?
- d) ¿Cuánto tendríamos que aumentar la dosis para eliminar el tumor en 30 días?
- e) ¿Se podría eliminar el tumor con la dosis inicial si su tamaño original fuese el doble (150 mg)?

a)  $x(n)$  = mgr de células cancerígenas en el cultivo al inicio del día  $n$

$x(0) = 75$

$x(1) = x(0) + 0.03 x(0) - 3 = x(0) \cdot 1.03 - 3$

$x(2) = x(1) + 0.03 x(1) - 3 = x(1) \cdot 1.03 - 3 = (x(0) \cdot 1.03 - 3) \cdot 1.03 - 3 = 1.03^2 x(0) - 1.03 \cdot 3 - 3$

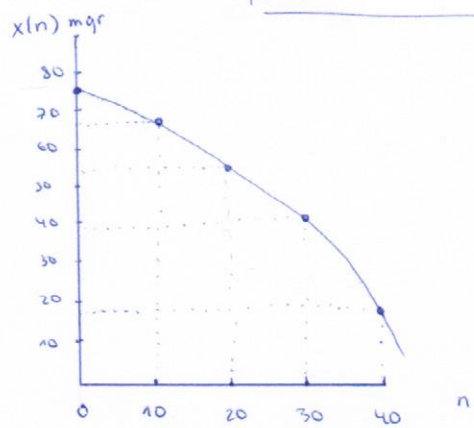
$x(3) = x(2) + 0.03 x(2) - 3 = x(2) \cdot 1.03 - 3 = (1.03^2 x(0) - 1.03 \cdot 3 - 3) \cdot 1.03 - 3 = 1.03^3 x(0) - 1.03^2 \cdot 3 - 1.03 \cdot 3 - 3$

$x(n) = 1.03^n \cdot x(0) - \frac{1.03^n - 1}{1.03 - 1} \cdot 3 \rightarrow x(n) = 1.03^n \cdot 75 - 100 (1.03^n - 1) = 1.03^n \cdot 75 - 100 \cdot 1.03^n + 100 =$

$x(n) = -25 \cdot 1.03^n + 100$

b)

n	x(n)
0	75
10	66,40
20	54,84
30	39,32
40	19,45



c)  $x(n) = 0$  ¿n?

$0 = -25 \cdot 1.03^n + 100$   
 $-100 = -25 \cdot 1.03^n \rightarrow \frac{-100}{-25} = 1.03^n \rightarrow 4 = 1.03^n \rightarrow \ln 4 = n \ln 1.03 \rightarrow n = \frac{\ln 4}{\ln 1.03}$

$n = 46,89$   
 ||  
 47 días

En eliminar el tumor tardaremos aproximadamente 47 días.

d) ¿k? n = 30  $x(n) = 0$

$x(30) = 1.03^n x(0) - \frac{1.03^n - 1}{1.03 - 1} \cdot k \rightarrow 0 = 1.03^{30} \cdot 75 - \frac{1.03^{30} - 1}{1.03 - 1} \cdot k$

$\frac{1.03^{30} - 1}{1.03 - 1} k = 1.03^{30} \cdot 75$

$k = \frac{(1.03^{30} \cdot 75) \cdot (1.03 - 1)}{1.03^{30} - 1} = 3,826 \approx 4 \text{ mgr}$

Tendríamos que aumentar la dosis aproximadamente 4 mgr

e) ¿se puede eliminar? ¿si el tamaño original fuese el doble (150 mgr)?

$$X(n) = 0$$

$$X(0) = 150$$

$$X(n) = 1.03^n x(0) - \frac{1.03^n - 1}{1.03 - 1} \cdot 3$$

$$0 = 1.03^n \cdot 150 - 100(1.03^n - 1)$$

$$0 = 1.03^n \cdot 150 - 100 \cdot 1.03^n + 100$$

$$-100 = 50 \cdot 1.03^n$$

$$\frac{-100}{50} = 1.03^n \rightarrow \ln(-2) = \ln 1.03^n$$

No es posible eliminarlo con el tamaño inicial de 150 mgr.