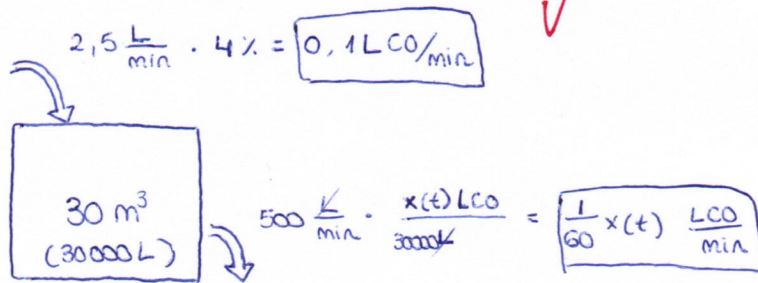


10

En una habitación de volumen 30 m^3 , una colilla olvidada en un cenicero produce $2,5$ litros de humo por minuto con un 4% de CO . A través de un respiradero, la habitación intercambia $0,5 \text{ m}^3/\text{min}$ de aire con el exterior.

- Formula una ED para $x(t)$ = litros de CO en la habitación tras t min. ¿Qué concentración de CO habrá en la habitación a largo plazo?
- Resuelve la ED y determina cuándo la concentración de CO alcanzará el nivel nocivo de $0,01\%$.
- ¿Cuántos respiraderos debería tener la habitación para que la concentración de CO en la sala nunca llegue a $0,01\%$?



a) $x'(t) = -\frac{1}{60}x(t) + 0,1$

$0 = -\frac{1}{60}x_{eq} + 0,1 \rightarrow x_{eq} = 0,1 \cdot 60 = 6 \text{ LCO} \Rightarrow q_{eq} = \frac{6 \text{ LCO}}{30000 \text{ L}} = 2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{LCO}}{\text{L}}$ $0,02\%$

b) $x(t) = 6 + ce^{-\frac{t}{60}} \quad x(0) = 0 \rightarrow C = -6$

$x(t) = 6 - 6e^{-t/60}$ ✓

Busco $t/x(t) = 3 \text{ LCO}$ (ya que $3 \text{ LCO} = 0,01\%$.)

$3 = 6 - 6e^{-t/60} \rightarrow \frac{1}{2} = e^{-t/60} \rightarrow t = \frac{60 \ln(1/2)}{-1} = 41,58 \text{ min} \approx 41 \text{ min } 30 \text{ seg}$

c) $0,01\% \cdot 30000 = 3 \text{ LCO} \Leftarrow$ (Esta debe ser la nueva x_{eq})

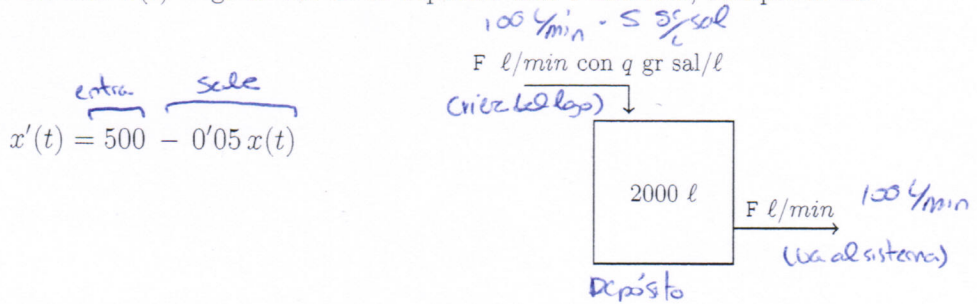
$0 = R \cdot 3 + 0,1 \rightarrow R = -\frac{1}{30}$ ✓

$-R = \frac{1}{30} = n \left(\frac{500 \text{ L}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ LCO}}{30000 \text{ L}} \right) = \frac{1}{60} n \rightarrow n = 2 \text{ respiraderos}$

Debe haber, al menos, 2 respiraderos.

10

Una fábrica dispone de un depósito con 2000 litros de agua dulce, del cual salen F litros por minuto que se utilizan como refrigerante, y entra la misma cantidad de agua procedente de un lago cercano. Debido a una filtración, las aguas del lago contienen q gramos de sal por litro. Sabiendo que la función $x(t)$ = gr de sal en el depósito tras t minutos, cumple la ED



- (a) Determina a partir de la ED el valor de las constantes F y q en el diagrama.
- (b) A largo plazo, ¿cuál será la cantidad de sal en el depósito? ¿Y la concentración?
- (c) Si el sistema de seguridad de la fábrica no permite usar aguas con más de 3 gramos de sal por litro. ¿Durante cuánto tiempo podremos utilizar el agua del depósito como refrigerante?

a) $F = 0.05 \cdot 2000 = 100 \text{ l/min}$

$q = \frac{500}{100} = 5 \text{ gr/l sal}$

$$\begin{cases} F = 100 \text{ L/min} \\ q = 5 \text{ gr/L} \end{cases}$$

b) A largo plazo, cantidad de sal en el depósito, Buro $x_{eq} \rightarrow x'(t) = 0$ en el depósito

$0 = 500 - 0.05 x_{eq} \Rightarrow x_{eq} = \frac{500}{0.05} = 10000 \text{ gr de sal}$

$q_{eq} = \frac{10000}{2000} = 5 \text{ gr/L sal}$ a el depósito

c) El sistema de la fábrica no permite usar aguas de más de 3 gr sal por litro. ¿Durante cuánto tiempo podremos utilizar el depósito como refrigerante?

Resolvo $x'(t)$.

$x'(t) = 500 - 0.05 x(t)$ $x_{eq} = 10000$ $x(t) = 10000 + C e^{-0.05t}$

Como $t=0, x=0$

$0 = 10000 + C \Rightarrow C = -10000$

$x(t) = 10000 (1 - e^{-0.05t})$ $x(t)$ = gr de sal en el depósito tras t minutos

$q(t) = \frac{x(t)}{V} = \frac{10000}{2000} (1 - e^{-0.05t}) = 5 (1 - e^{-0.05t})$

$q(t) = 5 (1 - e^{-0.05t})$ $q(t)$ = concentración de sal en el depósito tras t minutos

Buro $t / q(t) = 3 \text{ gr/l sal}$ $3 = 5 (1 - e^{-0.05t})$ $\frac{3}{5} = 1 - e^{-0.05t}$

$e^{-0.05t} = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$; $e^{-0.05t} = \frac{2}{5}$; $\ln e^{-0.05t} = \ln \frac{2}{5}$

$-0.05t = \ln \frac{2}{5}$ $t = -\frac{\ln \frac{2}{5}}{0.05} \approx 18.32 \text{ min}$

La fábrica podría utilizar el depósito como refrigerante un tiempo máximo de 18 min 19 seg