

COMANDOS BÁSICOS PARA RESOLVER EDOs CON DERIVE 5

- **Solución general de una ecuación de primer orden:**

$$p(t,x) + q(t,x) \frac{dx}{dt} = 0 \quad (1)$$

Comando: **DSOLVE1_GEN (p , q , t , x)**

Ejemplo 1: Encuentra la solución general de $x'(t) = -x(t) + \sin t$

(i) Escribimos la ecuación en la forma (1): $x - \sin t + \frac{dx}{dt} = 0$

(ii) Usamos el comando anterior:

DSOLVE1_GEN (x - sin(t) , 1 , t , x)

(iii) Obtenemos

$$e^t (\cos t - \sin t + 2x) = -2c$$

Notas:

(a) La solución suele aparecer en forma implícita. Para despejar x, usar el icono “Solve”.

(b) Para la **solución particular** con dato inicial $x(t_0) = x_0$ usar el comando

DSOLVE1 (p , q , t , x , t_0 , x_0)

- **Solución general de una ecuación de segundo orden:**

$$x''(t) + a(t)x'(t) + b(t)x(t) = f(t) \quad (2)$$

Comando: **DSOLVE2(a , b , c , t)**

Ejemplo 2: Encuentra la solución general de $x''(t) = 9x(t)$

(i) Escribimos la ecuación en la forma (2): $x'' - 9x = 0$

(ii) Usamos el comando anterior:

DSOLVE2 (0 , -9 , 0 , t)

(iii) Obtenemos

$$c_1 \cos 3t + c_2 \sin 3t$$

- **Solución numérica con el método de Euler:** $x'(t) = F(t, x(t))$ con dato inicial $x(t_0) = x_0$

EULER_ODE(F , t , x , t₀, x₀ , h , n)

donde n = número iteraciones y h = paso

Ejemplo 3: Encuentra la solución de $x'(t) = -x(t)^2 + t^2$ con $x(0) = 1$ para $0 \leq t \leq 2$ con paso $h = 0.2$

- Usamos el comando anterior:

EULER_ODE (-x² + t² , t , x , 0 , 1 , 0.2 , 10)

- Obtenemos como solución una matriz 11x2 que se puede representar gráficamente haciendo clic en el icono “2D-Plot”.

- **Solución numérica con el método de Runge-Kutta:** $x'(t) = F(t, x(t))$ con dato inicial $x(t_0) = x_0$

RK([F] , [t , x] , [t₀, x₀] , h , n)

donde n = número iteraciones y h = paso

Ejemplo 4: Encuentra la solución de $x'(t) = -x(t)^2 + t^2$ con $x(0) = 1$ para $0 \leq t \leq 2$ con paso $h = 0.2$

- Usamos el comando anterior:

RK ([-x² + t²] , [t , x] , [0 , 1] , 0.2 , 10)

- Obtenemos como solución una matriz 11x2 que se puede representar gráficamente haciendo clic en el icono “2D-Plot”.

- **Solución numérica de sistemas con el método de Runge-Kutta:**

$$\text{sistema } \begin{cases} x'(t) = F(t, x, y) \\ y'(t) = G(t, x, y) \end{cases} \quad \text{con dato inicial } \begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Comando: **RK([F , G] , [t , x , y] , [t₀ , x₀ , y₀] , h , n)**

donde n = número iteraciones h = paso

Ejemplo 5: *Encuentra la solución de*

$$\begin{cases} x'(t) = 1 - 4x + x^2y \\ y'(t) = 3x - x^2y \end{cases} \quad \text{con dato inicial } \begin{cases} x(0) = 1 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

para $0 \leq t \leq 3$ con paso $h = 0.1$

- (i) Usamos el comando anterior:

RK ([1 - 4x + x²y , 3x - x²y] , [t , x , y] , [0 , 1 , 0] , 0.1 , 30)

- (ii) Obtenemos como solución una matriz 31x3, llamémosla A.

- (iii) Para representar gráficamente las soluciones hay que extraerlas de A como dos matrices 31x2. Esto se puede hacer, por ejemplo, del siguiente modo:

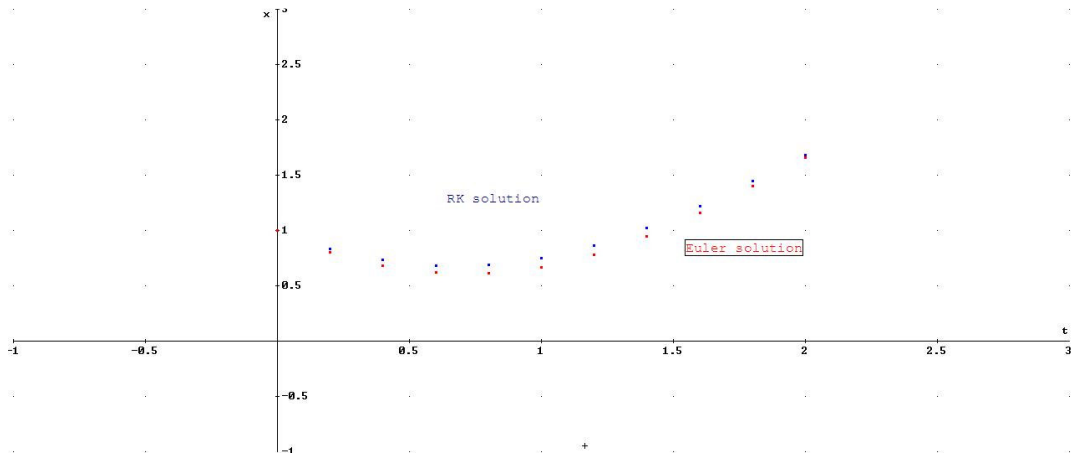
- para extraer la solución x borramos la tercera columna

(delete_element(A' , 3))'

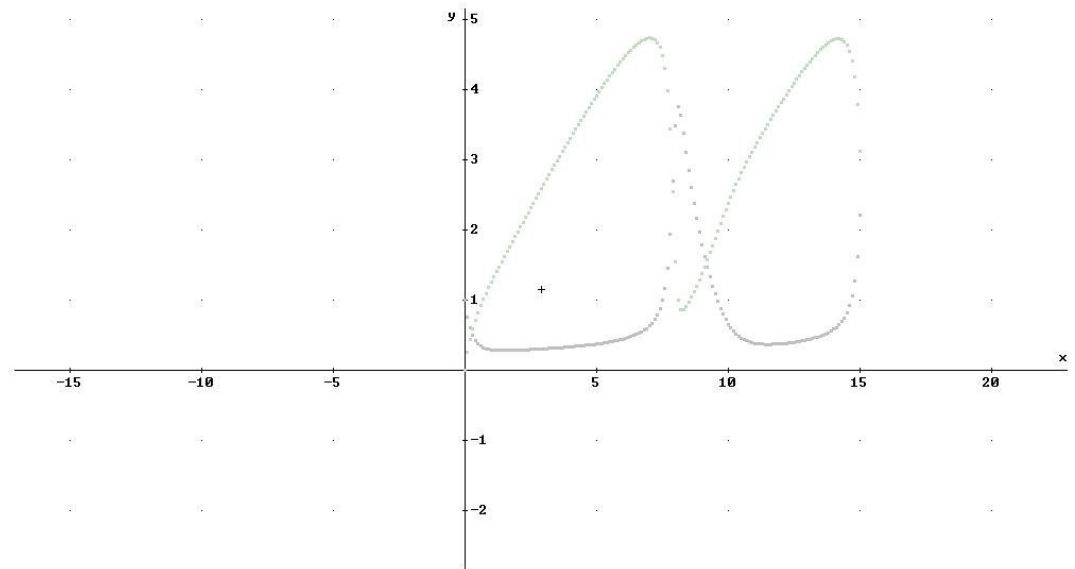
- para extraer la solución y borramos la segunda columna

(delete_element(A' , 2))'

- Nota: es necesario usar la matriz traspuesta **A'**, de otro modo el comando **delete_element** eliminaría las filas correspondientes de A.



Gráficas de los ejemplos 3 y 4.



Gráfica del ejemplo 5, para $0 \leq t \leq 15$.