

ECUACIONES DIFERENCIALES CON EXCEL

Muchas de las ecuaciones diferenciales de este curso se pueden calcular y dibujar de forma aproximada utilizando **Excel**. Para ello hay que **discretizar** la derivada, es decir reemplazar $x'(t)$ por el cociente incremental

$$(\diamond) \quad x'(t) \approx \frac{x(t+h) - x(t)}{h}$$

Ejemplo 1: Resolver la ecuación diferencial y dibujar la solución para $0 \leq t \leq 2$

$$(1) \quad x'(t) = 0.01 (x-100) (200 - x) - 5t \quad \text{con} \quad x(0) = 180$$

Solución:

(i) Primero hay que reescribir la ED (1) usando la aproximación ($\diamond$)

$$(2) \quad x(t+h) = x(t) + h \left(0.01 (x-100) (200 - x) - 5t \right) \quad \text{con} \quad x(0) = 180$$

Sustituyendo en $t=0$, $t=h$, $t=2h$, ... y denotando

$$t_0=0, \quad t_1=h, \quad t_2=2h, \dots \quad \text{y} \quad x_0 = x(t_0), \quad x_1 = x(t_1), \quad x_2 = x(t_2), \dots$$

obtenemos un sistema recurrente de iteraciones

$$(3) \quad x_1 = x_0 + h \left(0.01 (x_0 - 100) (200 - x_0) - 5 t_0 \right)$$

$$x_2 = x_1 + h \left(0.01 (x_1 - 100) (200 - x_1) - 5 t_1 \right), \quad \text{etc...}$$

(ii) **Excel** puede calcular fácilmente estas iteraciones insertándolas en una tabla del siguiente modo (elegimos por ejemplo $h=0,1$)

A1 =	0	B1 =	180
A2	= A1 + 0,1	B2	= B1 + 0,1(0.01 (B1-100) (200 - B1) - 5 A1)

y estirando la segunda fila hacia abajo obtendríamos A_k , B_k para el k que deseemos.

(iii) Utilizando el icono “Insertar Gráfico” se obtiene el dibujo deseado.

0	180
0,1	181,6
0,2	183,05144
0,3	184,359042
0,4	185,528499
0,5	186,566224
0,6	187,479136
0,7	188,27445
0,8	188,959516
0,9	189,541673
1	190,028129
1,1	190,425878
1,2	190,741626
1,3	190,981746
1,4	191,152242
1,5	191,258735
1,6	191,306452
1,7	191,300229
1,8	191,24452
1,9	191,14341
2	191,00063

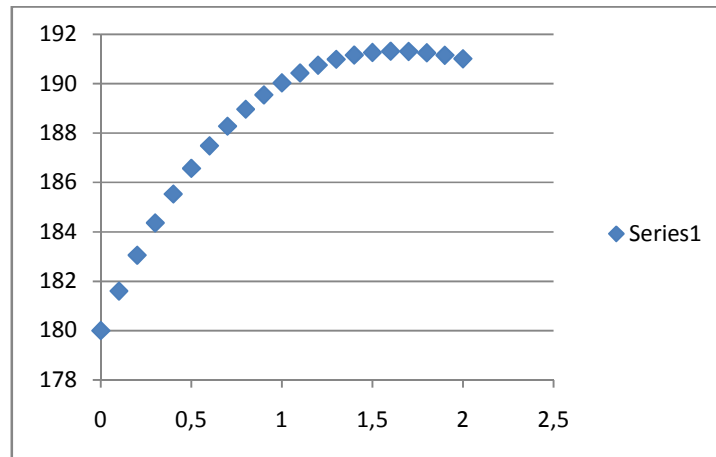


Tabla y gráfico obtenidos con Excel en el Ejemplo 1

Notas:

- Observar que esta manera de obtener soluciones aproximadas de una ecuación diferencial coincide exactamente con el **Método de Euler** con paso h .
- Excel se puede utilizar de manera similar para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales.
- Excel es útil para una rápida visualización de la solución, si no se dispone de otros programas. No obstante, recordar que las aproximaciones con el **método de Euler** pueden ser malas si el número de iteraciones es muy grande (lo que a veces se aprecia en las gráficas). En tales casos es preferible utilizar otros programas matemáticos (Derive, Matlab, Maxima,...) que utilicen métodos numéricos más precisos (como el método de Runge-Kutta, ...).