TEMA 8

1. Se lanzan 3 monedas al aire, ¿cuál es la probabilidad de obtener al menos dos caras? ¿Y de obtener al menos una cara?

2. Un ordenador asigna un código de 4 letras al azar como identificación para conectarse. Si consideramos un alfabeto de 26 letras (no se incluye la ñ) ¿cuál es la probabilidad de que un código no contenga vocales, si se permite la repetición de letras? ¿Y si no se permite la repetición de letras?

3. Los números de identificación personal (NIP) de las tarjetas de cajeros automáticos tienen cuatro dígitos. ¿Cuál es la probabilidad de que un NIP elegido al azar tenga al menos un cero? ¿Y de que contenga al menos un 0 y un 2?

4. ¿Cuál es la probabilidad de que los cuatro dígitos de la matrícula de un coche formen un número capicúa?

5. Los exámenes de oposición para profesor de secundaria constan de un temario con 71 temas (en matemáticas), de los cuales se escogen dos al azar y el alumno tiene que desarrollar uno a su elección. ¿Cuántos temas hay que prepararse para tener una probabilidad del 90% de pasar el examen?

6. En una licenciatura hay 1000 alumnos repartidos así:

| | Chicos | Chicas |
|---|---|---|
| Usan gafas | 187 | 113 |
| No usan gafas | 413 | 287 |

   Se elige al azar uno de ellos. Halla la probabilidad de que sea: a) Chico, b) Chica, c) Use gafas, d) No use gafas, e) Sea chica con gafas, f) De que use gafas si sabemos que es chica.

7. Las plantas de una especie pueden tener flores rojas homocigóticas (RR), rojas heterocigóticas (Rr) o blancas (rr). Aproximadamente, el 70% de las plantas con flores rojas son heterocigóticas. Nos traen una planta con flores rojas y, para diagnosticar si es o no homocigótica, la cruzamos con una planta de flores blancas. Si de este cruce obtenemos 5 plantas con flores rojas, ¿cuál es la probabilidad de que sea homocigótica?

8. Se ha hecho un estudio de 100000 coches utilitarios de tres marcas A, B y C durante un año, resultando los siguientes datos:

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| Tuvieron un accidente | 650 | 200 | 150 |
| No tuvieron un accidente | 49350 | 19800 | 29850 |

   (a) ¿Cuál de las tres marcas ha resultado ser más segura?

(b) Decir si tener un coche de alguna de las marcas A, B o C es independiente de tener un accidente o no.

(c) Calcula la probabilidad de que si un coche tiene un accidente sea de la marca A.

9. Una prueba de diagnóstico para un cierto tipo de cáncer, tiene probabilidad 0,96 de resultar positiva si el paciente tiene cáncer; el 95% de los individuos sin cáncer dan prueba negativa. Se elige un individuo al azar en una población de personas, de las cuales el 0,5% tienen dicho tipo de cáncer.

   (a) Probabilidad de que el individuo dé positivo y tenga cáncer. Probabilidad de que dé positivo y no tenga cáncer.

   (b) Si sabemos que el individuo ha dado resultado positivo, ¿cuál es la probabilidad de que tenga cáncer?

TEMA 9

1. En un puesto de una feria se venden boletos a 50 pts. Hay un 15% de boletos con un premio de 100 pts, un 5% con premio de 200 pts y un 1% con premio de 1000 pts. Sea $X$ la variable aleatoria "ganancia del tendero por boleto". Determinar la función de masa de $X$ y la ganancia media por boleto.

2. Consideremos el experimento aleatorio de lanzar dos dados, y las variables aleatorias siguientes: $X =$ *"mayor de los dos números obtenidos"* , $Y =$ *"suma de las puntuaciones de los dos dados"* respectivamente. Hallar la función de masa conjunta y las distribuciones marginales. Calcular las esperanzas y desviaciones típicas de $X$ e $Y$.

   Hallar las probabilidades de los distintos valores de $X$ si sabemos que $Y = 6$. ¿Son independientes las variables $X$ e $Y$?

3. Consideremos un compuesto radioactivo y supongamos que el tiempo $T$ de descomposición de un átomo de dicho compuesto es una variable aleatoria con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} ke^{-\alpha x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

   Explica qué relación debe haber entre $\alpha$ y $k$ . Si se trata del $C_{14}$, la vida medio es de 5800 años, es decir $P(0 \leq X \leq 5800) = \frac{1}{2}$. Halla $\alpha$ y $E[X]$.

4. El tiempo de vida de una bombilla (en años) viene dado por la función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} xe^{-x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

Calcular la probabilidad de que la bombilla dure más de dos años. ¿Cuál es la esperanza de vida de la bombilla y desviación típica? ¿Qué probabilidad hay de que la bombilla dure más que ese valor esperado? Hallar la mediana.

5. Tenemos en una bolsa 10 bolas rojas, 10 bolas blancas y 10 bolas azules. Extraemos tres bolas. Sea $X$ el número de bolas rojas e $Y$ el número de bolas blancas. Calcular $V[X]$, $V[Y]$ y $V[X+Y]$. Utilizar esto para argumentar que $X$ e $Y$ no son independientes, y dar algún otro argumento (más directo) que pruebe ese mismo hecho.

6. Un tren pasa (puntualmente) cada 6 minutos. Suponiendo que llego hasta la estación con un autobús cuya hora de llegada allí es totalmente impredecible, ¿cuál será la función de densidad de la variable aleatoria $X =$"*tiempo de espera en la estación*"?. ¿Cuál es el tiempo medio de espera?

<u>Tema 11</u>

1. Al medir la base y la altura de un triángulo (con una cinta graduada en $cm$) resultan respectivamente: $0.98\ m$ , $2.07\ m$ . Al calcular su área, la calculadora da: $1.0143\ m^2$ . ¿Cuántos de esos dígitos tiene sentido conservar? ¿Qué precisión deberíamos tener en las medidas para deducir el área con menos de $30\ cm^2$ de error?

2. Medimos varios diámetros del ruedo (aproximadamente circular) de una plaza de toros, y obtenemos medidas distribuídas entre $39.3 \pm 0.9\ m$ . Calcula valores aproximados para su circunferencia y su área, acompañados de límites de error.

3. Sabemos que una cierta concentración $x(t)$ va descendiendo en la forma $x(t) = x(0)e^{-kt}$ , y para deducir el valor de $k$ tomamos 2 muestras con 1 hora de intervalo. Obtenemos:

   la 1a. vez, $132 \pm 5\ \mu g/l$ ; 1 hora después, $118 \pm 3\ \mu g/l$.

   Usa esos valores para deducir el valor de $k$ . ¿Cuán fiable es ese valor, teniendo en cuenta la precisión de las dos medidas?

   En este cálculo se ha supuesto *exacta* la "hora de intervalo", pero la toma de muestras no fué instantánea. ¿Qué cambia si admitimos ahí un error de a lo sumo $3\ min$ ?

   ¿Cuánto más tarde debemos tomar muestras de nuevo si queremos conocer $k$ con un error $< 10\%$? (suponiendo que la precisión relativa de las medidas sea aproximadamente como la de antes). ¿Y cuánto más tarde si queremos conocer $e^{-k}$ con un error $< 1\%$?

4. Para comprobar la precisión del velocímetro de mi coche, circulo 1 Km (entre 2 mojones de autopista) manteniendo la aguja lo más quieta posible en 120 (digamos, con un error absoluto $< \pm 2$ todo el rato) y uso un

cronómetro, que arranco en el primer mojón y paro en el segundo, y que me da 31.28 *seg*.

Si estimo mi error al pulsar el crono cada vez en $\pm 0.2$ *seg* como máximo, ¿qué factor de multiplicación tengo que usar para convertir las lecturas de mi aparato en velocidad real, y con qué precisión lo conozco?

¿Qué hacer para mejorar esa precisión hasta un 1%?