

TEMAS 10 Y 12

1. Suponiendo que la probabilidad de que un niño nazca varón es 0,51, hallar la probabilidad de que una familia de 6 hijos tenga:
 - (a) por lo menos, una niña,
 - (b) por lo menos, un niño,
 - (c) por lo menos, dos niños y una niña.

2. En una muestra de 100 páginas de un libro se ha contado el número $N = \text{erratas por página}$, con los siguientes resultados:

$N =$	0	1	2	3	4	5
Frecuencia	27	37	23	9	2	2

Suponiendo que N sigue una distribución de Poisson, encontrar el valor más adecuado del parámetro λ . Hallar la probabilidad de que en una página tomada al azar haya alguna errata. ¿Cuál es la probabilidad de que en 5 páginas consecutivas de este libro no haya erratas?

3. Una compañía de seguros con 11200 asegurados sabe que el 0,005% de la población fallece cada año debido a un cierto tipo de accidente. Hallar la probabilidad de que la compañía tenga que pagar:
 - (a) a 2 o más asegurados por este motivo en un año determinado,
 - (b) a más de 3 asegurados en el plazo de dos años.
4. Los valores producidos por un cierto test se distribuyen según una normal $N(100, 16)$. Calcular:
 - (a) la probabilidad de que un valor elegido al azar sea superior a 120;
 - (b) la probabilidad de que sea superior a 120 si lo hemos elegido al azar entre los valores superiores a 110.
5. Un botánico ha observado que la anchura X de las hojas del álamo tiene media $\mu = 6$ cm, y que el 90% de las hojas tiene una anchura inferior a 7,5 cm. Suponiendo que X sigue una distribución $N(\mu, \sigma)$, hallar σ , y calcular la proporción de hojas que miden más de 8 cm.
6. Al estudiar una cierta población de coleópteros resulta que la anchura del 77% de los individuos es menor que 12 mm, y que el 84% mide más de 7 mm. Si esa anchura sigue una distribución $N(\mu, \sigma)$, hallar μ y σ .
7. Las necesidades diarias de un cierto recurso varían como una $N(100, 20)$ y la disponibilidad del mismo (independientemente), como una $N(140, 10)$. Calcular la probabilidad de que en un cierto día no haya suficiente.

8. Capturamos 10 gacelas de una manada en el que el peso por ejemplar (en kg) se distribuye como una $N(50, 6)$.
- Dar la distribución de la variable aleatoria $Y = \text{“número de gacelas, de las 10 capturadas, con peso } < 40 \text{ kg”}$. Calcular $P(Y = 2)$.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que podamos transportar las 10 gacelas en un vehículo que admite una carga de 475 kg? ¿Y si admite una carga de 550 kg?
9. Las mediciones de la velocidad de la luz con un determinado aparato se distribuyen como una $N(\mu = 299.892, \sigma = 96)$ (en km/seg). Calcular la probabilidad de que una secuencia de 10 mediciones dé tres o más valores por encima de 300.000.
¿Cuál es la probabilidad de que la media de las 10 mediciones no se desvíe en más de 40 km/seg del valor μ ?
10. Vamos a tirar 400 veces una moneda.
- Hallar la probabilidad de que el número de caras que salga esté entre 160 y 190.
 - Hallar un número d tal que, con probabilidad 0,95, el número de caras obtenido no se aleje de 200 más de d unidades.
 - Si al hacer el experimento salen 228 caras, ¿es razonable desconfiar de que la moneda esté equilibrada? ¿Y si salen 57 caras en las primeras 100 tiradas?
11. En un experimento sobre la capacidad de adivinación de 5 sujetos, se les pidió en 7500 ocasiones que adivinasen el palo de una carta elegida al azar. Si lo adivinaron en 1947 ocasiones, ¿pudo deberse al azar?
12. La longitud (=10 mm) de ciertos tornillos al salir de fábrica tiene errores distribuidos como una $N(0, 0.4)$. El tornillo se considera desechable si su longitud es menor que 9 mm o mayor que 11 mm. La fábrica empaqueta los tornillos en cajas de 101 unidades, y se compromete a reemplazar toda caja con más de 1 tornillo defectuoso.
Calcular la probabilidad de que eso ocurra.
13. Si una cierta pieza tiene una esperanza media de vida de 1 mes, ¿cuántos repuestos debemos dejar en almacén para estar 99% seguros de que basten para un año? Usar la aproximación Normal para responder, suponiendo que la vida T de cada repuesto tenga desviación típica $\sigma \leq 1$ mes.

14. Cien alumnos de una clase han realizado un experimento de medición de la velocidad de la luz y han obtenido una colección de 100 datos con una media de 299.890,04 y una desviación estándar de 5,03.
La velocidad de la luz es $c = 299892,45$ km/seg. ¿Podemos creer que los aparatos de medida que usan están bien calibrados?
15. Un comerciante decide dar las vueltas exactas cuando el precio acaba en 1, 2, 6 ó 7 cts y redondear a los 5 cts más cercanos en los otros casos. Si hay unas 1000 compras al día, calcula aproximadamente las ganancias que esto le reporta, y da un intervalo en el que probablemente se encuentren.
16. Para determinar el índice de audiencia de un programa de televisión se pregunta a una muestra de 10000 personas de la población objetivo. Si 4568 estaban viendo el programa, da un intervalo con confianza al 95% del porcentaje de televidentes del programa.
17. Una empresa de buzoneo quiere comprobar que sus trabajadores hacen bien su trabajo de reparto. Para ello se han tomado 50 buzones al azar donde se debería haber repartido propaganda y se ha comprobado que en 12 de ellos no se había repartido. Sabiendo que un 5% de las veces hay problemas que impiden el acceso a los buzones, ¿se puede sospechar que algunos repartidores no están cumpliendo?
18. Un gobierno quiere cambiar el modelo de los impuestos directos, pero no quiere que disminuyan sus ingresos con este cambio. Para ello se toma una muestra aleatoria de $n=100$ familias, se calcula la cuota resultante con el nuevo modelo de impuesto y con el anterior, y se halla su diferencia.
Si la diferencia media es de -22 euros, con desviación estándar de 170 euros, ¿se puede estar seguro, con una confianza del 95%, de que el cambio de modelo producirá una pérdida de ingresos en las arcas del Estado?
Si no es así, ¿qué tamaño de muestra necesitamos para conseguir ese nivel de confianza?
19. Para medir la concentración de H_2SO_4 de un tanque utilizamos pequeñas muestras en las que medimos la concentración con una precisión de décimas de moles por litro; supongamos concretamente que la desviación estándar de nuestras medidas sea 10^{-1} mol/l.
¿Cuántas mediciones debemos hacer para asegurar, con confianza del 90%, que la media de todas las medidas nos da la concentración con una precisión de centésimas de moles por litro?
20. Un examen consta de 100 preguntas con 4 alternativas cada una. Se desea tener 99% de confianza en que los alumnos que superen la prueba sepan dar la respuesta correcta al menos al 50% de las preguntas. ¿Cuál debe ser el número mínimo de respuestas correctas para aprobar el examen?