$b = 0$; el resultado se aplica después a la gráfica de $f(x) - mx$ y al punto $(x_0, y_0 - b)$. Comparar con el Problema 4-22.

(d) Considerar una recta descrita por la ecuación $Ax + By + C = 0$ (Problema 4-7). Demostrar que la distancia de (x_0, y_0) a esta recta es $(Ax_0 + By_0 + C)/\sqrt{A^2 + B^2}$.

7. El problema anterior sugiere la siguiente pregunta: ¿Cuál es la relación entre los puntos críticos de f y los de f^2?

8. Se traza una recta desde el punto $(0, a)$ hasta el eje horizontal y desde ahí otra a $(1, b)$, como en la figura 23. Demostrar que la longitud total es mínima cuando los ángulos α y β son iguales. [Como es natural, deberá entrar en juego una función: expresar la longitud en función de x, donde $(x, 0)$ es el punto del eje horizontal. La línea de puntos de la figura 23 sugiere una demostración geométrica; tanto en un caso como en otro puede resolverse el problema sin necesidad de hallar el punto $(x, 0)$.]

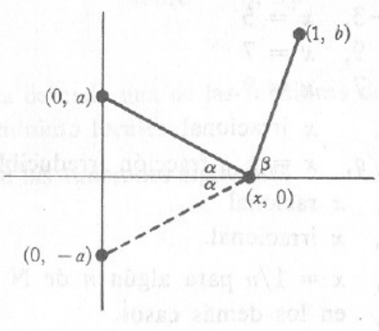

FIGURA 23

9. Demostrar que entre todos los rectángulos de igual perímetro, el de mayor área es el cuadrado.

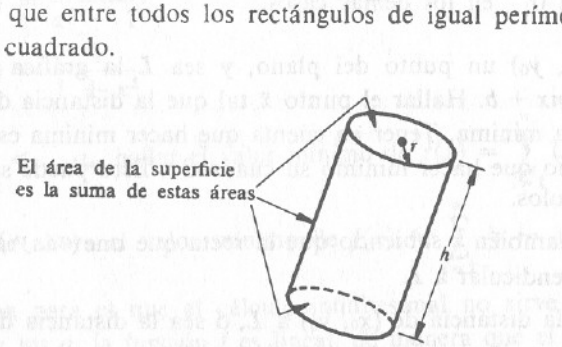

FIGURA 24

10. Entre todos los cilindros circulares rectos de volumen fijo V, hallar el c menor superficie (incluyendo las superficies de las caras superior e inferio como en la figura 24).

11. Un triángulo rectángulo cuya hipotenusa tiene una longitud a, se hace gira alrededor de uno de sus catetos. ¿Qué volumen máximo puede tener un con engendrado de esta manera?

12. Dos pasillos de anchuras respectivas a y b se encuentran formando ángulo rec to. ¿Qué longitud máxima puede tener una escalera de mano para poder se pasada horizontalmente de uno a otro pasillo? (Figura 25.)

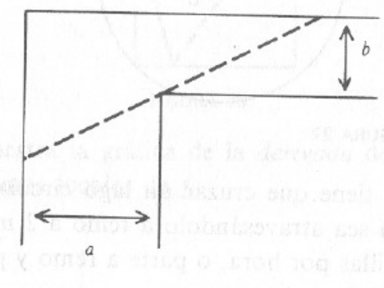

FIGURA 25

13. Se proyecta un jardín en forma de sector circular con un cierto radio R y un cierto ángulo central θ. El área del jardín ha de ser fija A (figura 26). ¿Qué valores de R y θ (en radianes) hacen mínimo el perímetro que bordea el jardín?

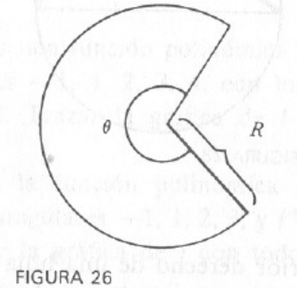

FIGURA 26

14. Demostrar que la suma de un número y su recíproco es por lo menos 2.

15. Hallar el trapecio de área máxima que puede inscribirse en un semicírculo

de radio a, con una de sus bases apoyada sobre el diámetro.

16. Se desplaza un ángulo recto a lo largo del diámetro de un círculo de radio a, tal como se indica en la figura 27. ¿Qué longitud máxima $(A + B)$ puede ser interceptada por el círculo?

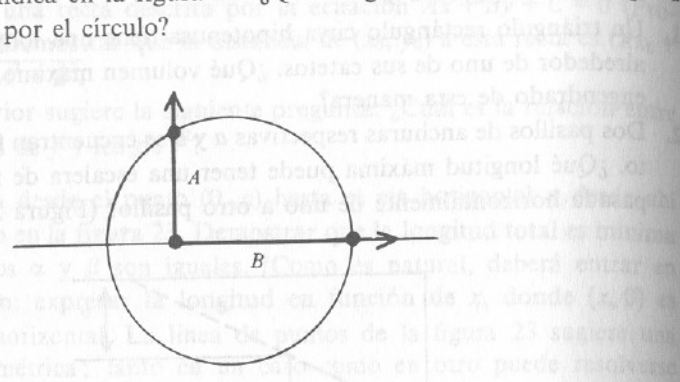

FIGURA 27

17. Miguel, el ecologista, tiene que cruzar un lago circular de una milla de radio. Puede hacerlo ya sea atravesándolo a remo a 2 millas por hora, o bordeándolo a pie a 4 millas por hora, o parte a remo y parte andando (Figura 28). ¿Cómo tendrá que hacerlo para:

(i) ver el máximo de paisaje?

(ii) cruzar lo más rápido posible?

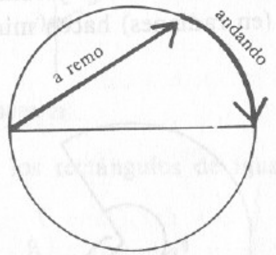

FIGURA 28

18. Se dobla el ángulo inferior derecho de una hoja de papel de modo que toque el lado izquierdo, tal como se indica en la figura 29. Si la anchura del papel es α y la hoja muy larga, demostrar que la longitud mínima de la señal del doblez es $3\sqrt{3}\,\alpha/4$.

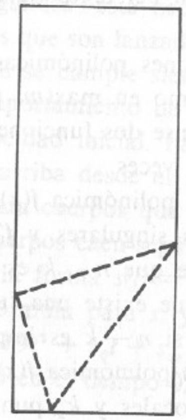

FIGURA 29

19. La figura 30 muestra la gráfica de la *derivada* de f. Hallar todos los puntos máximos y mínimos locales de f.

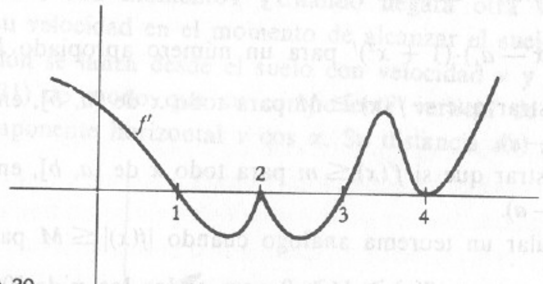

FIGURA 30

***20.** Supongamos que f es una función polinómica $f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_0$ con puntos singulares -1, 1, 2, 3, 4, con los correspondientes valores singulares 6, 1, 2, 4, 3. Trazar la grafica de f distinguiendo los casos n par y n impar.

***21.** (a) Supongamos que la función polinómica $f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_0$ tiene los puntos singulares $-1, 1, 2, 3$, y $f''(-1) = 0$, $f''(1) > 0$, $f''(2) < 0$, $f''(3) = 0$. Trazar la gráfica de f con todo el detalle posible a partir de esta información.

(b) ¿Existe alguna función polinómica con las propiedades anteriores, excepto que 3 no es punto singular?

22. Describir la gráfica de una función racional (en términos muy generales,