

Nombre y DNI:

Grupo:

.....

1.- (a) Calcular la integral $\int_0^{\pi/4} \operatorname{sen}^3 x \cos^5 x \, dx$.

(b) Calcular el límite $\lim_{n \rightarrow \infty} (3n^2 + 2n + 1)^{\frac{1}{\ln(5n+2)}}$.

NOTA: 2 puntos

2.- Estudiando los extremos de la función $f(x) = \frac{\ln x}{x}$,

(a) demostrar que $x^e \leq e^x$ para todo $x > 0$;

(b) encontrar el menor b para el que se tenga $x \leq e^{bx}$, para todo $x \geq 1$.

NOTA: 3 puntos

Nombre y grupo:

3.- (a) Enunciar los teoremas de Bolzano y Rolle.

(b) Demostrar que la ecuación $x^3 - 3x^2 + 9x = 3 \cos x$ tiene una solución real, y que además ésta es única.

NOTA: 2 puntos

Nombre y grupo:

4.- (a) Determinar los valores de a para los que la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(a-1)^n}{(2n+1)2^n}$ es convergente, absolutamente convergente, o divergente.

(b) Calcular explícitamente la suma de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)}$

NOTA: 3 puntos