

EJERCICIOS ANÁLISIS MATEMÁTICO II PRIMER CURSO DE CIENCIAS FÍSICAS

TEMA 1: Representación gráfica y formas cuadráticas

1. Describir los conjuntos de nivel de las siguientes funciones de \mathbb{R}^2 y esbozar su gráfica:

$$\begin{aligned} f(x, y) &= 1 - x^2 - y^2; & g(x, y) &= 4 - 3x + 2y; \\ h(x, y) &= x^2 + xy; & i(x, y) &= -2x^2 + y^2 + 4xy; \\ j(x, y) &= 6x^2 + 2y^2 - 12xy; & k(x, y) &= x^2 + y^2 - 2x; \\ l(x, y) &= x^2 + y^2 + 4x - 2by - 2b & & (b \text{ constante}). \end{aligned}$$

2. Describir los conjuntos de nivel de las siguientes funciones de \mathbb{R}^3 :

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= 1 - x - y - z; & g(x, y, z) &= 4x^2 + y^2 + 9z^2; \\ h(x, y, z) &= 2x^2 + y^2 + 2yz; & i(x, y, z) &= xy + yz; \\ j(x, y, z) &= xy + z^2; & k(x, y, z) &= x^2 - 2x + 4yz. \end{aligned}$$

3. Esbozar las transformaciones lineales de \mathbb{R}^2 , $F(X) = AX$, para las matrices A :

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Relacionar las siguientes funciones en \mathbb{R}^2 con las gráficas correspondientes:

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \frac{\sin x}{x} \frac{\sin y}{y}; & g(x, y) &= \frac{x}{y}; \\ h(x, y) &= |x - y|; & i(x, y) &= e^{-x^2 - 2y^2}; \\ j(x, y) &= \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}; & k(x, y) &= \frac{1}{1 + 9x^2 + y^2}. \end{aligned}$$