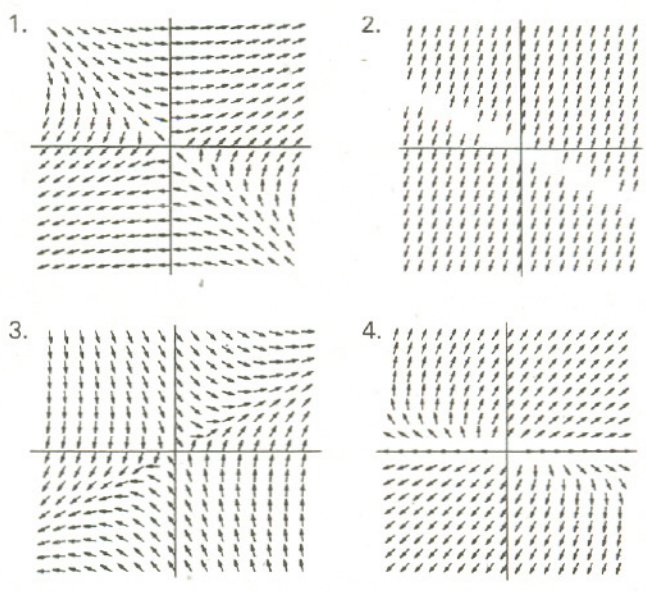


- 1.- Dar un ejemplo de un sistema lineal de ecuaciones diferenciales para el que $\mathbf{X}(t) = \begin{pmatrix} e^{-t} \\ \alpha \end{pmatrix}$ sea una solución para toda constante $\alpha \in \mathbb{R}$.
- 2.- Calcular los autovectores de la matriz $\begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, donde α es un parámetro constante. Dibujar el diagrama de estados de las soluciones para $\alpha = -1, 0, 2$. Justificar en el dibujo qué ocurre cuando $\alpha \rightarrow 1$.
- 3.- Considerar el sistema $\mathbf{X}'(t) = \begin{pmatrix} 2\alpha & \beta \\ \beta & 0 \end{pmatrix} \mathbf{X}(t)$. Dibujar un diagrama de parámetros $\alpha\beta$ donde se distingan los distintos tipos de soluciones.
- 4.- Probar que las soluciones del sistema $\mathbf{X}'(t) = \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \mathbf{X}(t)$, al representarlas en el diagrama de estados, tienden a 0 **tangencialmente al autovector** $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ cuando $\lambda < 0$. Encontrar además la solución general y describir el diagrama de estados para el caso $\lambda = 0$.
- 5.- Considera el sistema **no lineal** $\begin{cases} x'(t) = |y(t)| \\ y'(t) = x(t) \end{cases}$. Utiliza las ideas que hemos visto en clase para esbozar el diagrama de estados.
- 6.- [Braun, p. 172]. Ciertos cañones tienen un mecanismo de amortiguación del retroceso que sigue la ecuación del muelle amortiguado $mx''(t) + \nu x'(t) + kx(t) = 0$, donde $x(t)$ denota el desplazamiento del cañón respecto de la posición de equilibrio (en metros). Se sabe que la masa del cañón es de 100 Kg., y se elige $k = 100\alpha^2$ y $\nu = 200\alpha$, para un cierto valor de α . Además, al momento del disparo se tiene $x(0) = 0$ y $x'(0) = 100$ m/seg. Calcular la solución explícita de la ecuación diferencial. ¿Cómo habría que elegir α si queremos que tras 1 seg. el retroceso del arma sea menor de 10 cm (i.e. $|x(1)| \leq 0.1$)? ¿Y si además queremos que $|x'(1)| \leq 0.1$?
- 7.- Tenemos un depósito de 600 l. de agua con una cantidad inicial de Q_0 gr. de sal disuelta. En tiempo $t = 0$ abrimos un grifo externo que añade al depósito agua de mar con una concentración de 50 gr. de sal por litro y a un ritmo de .75 l/min. Por otro lado, abrimos un tapón en el fondo del depósito que elimina agua a ese mismo ritmo. Encontrar una expresión para la **concentración** de sal en el depósito en tiempo t .
- 8.- En una habitación de $27 m^3$, originalmente con aire limpio, se enciende un cigarillo cuyo humo contiene un 4% de monóxido de carbono. El humo se genera a una tasa de $45 cm^3/seg$, y suponemos que se mezcla de manera homogénea e instantánea con el aire de la habitación. ¿Cuándo se alcanzará en la habitación una concentración de monóxido de carbono del 0.012%? [Esta concentración se considera ya nociva para la salud.]

9.- Encuentra una correspondencia entre las siguientes ecuaciones lineales y los diagramas de isoclinas de la figura

$$\mathbf{X}'(t) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{X}(t), \quad \mathbf{Y}'(t) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \mathbf{Y}(t)$$

$$\mathbf{Z}'(t) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{Z}(t), \quad \mathbf{W}'(t) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \mathbf{W}(t)$$



10. Encuentra una correspondencia entre las siguientes ecuaciones lineales y los diagramas de fases de la figura

$$\mathbf{X}'(t) = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{X}(t), \quad \mathbf{Y}'(t) = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \mathbf{Y}(t), \quad \mathbf{Z}'(t) = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{Z}(t)$$

$$\mathbf{A}'(t) = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{A}(t), \quad \mathbf{B}'(t) = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \mathbf{B}(t), \quad \mathbf{C}'(t) = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \mathbf{C}(t)$$

