

0A6. Análisis Matemático II

Código	Tipo	Curso	Créditos	Trabajo	Duración	Idioma
0A6	Troncal	2º	15	420 horas	Anual	Español

Profesorado	Área / Departamento	Despacho Facultad	Teléf.	e-mail	Horario de tutorías
Gabriel Vera Botí	Análisis Matem. / Matemáticas	1.08 Matem.	86888 3538	gvb@um.es	L,X 12-14 J 18-20
Matías Raja Baño	Análisis Matem. / Matemáticas	0.01 Matem.	86888 4166	matias@um.es	L,X,J 12-14

Presentación de la asignatura

Análisis Matemático II es una asignatura troncal de 15 créditos dedicada esencialmente al estudio de las funciones de varias variables reales. El núcleo de la asignatura está dedicado al Cálculo Diferencial e Integral junto con los requisitos topológicos que le dan fundamento. En esta asignatura se completa y culmina el estudio de los contenidos de carácter troncal referentes al cálculo diferencial e integral iniciados en la asignatura Análisis Matemático I de primer curso. Las materias que se enseñan en esta asignatura son de reconocida utilidad como herramienta básica en diversos campos del saber científico (Física, Ingeniería, Economía, Estadística, Informática...)

Objetivos

- Un objetivo transversal de esta asignatura es que los alumnos continúen practicando y perfeccionando el lenguaje y el método propio de las Matemáticas. Además de comprender las demostraciones de los teoremas, se pretende que los alumnos aprendan a detectar el papel de las hipótesis mediante ejemplos y contraejemplos adecuados.
- Otro objetivo transversal de la asignatura es iniciar a los alumnos en el conocimiento y manejo de la geometría analítica tridimensional. Este objetivo se abordará al analizar e interpretar geométricamente diversos conceptos y resultados, y al plantear y resolver problemas clásicos de naturaleza geométrica.
- Conocer las nociones básicas del Análisis Matemático que son importantes para el estudio de ésta y otras asignaturas del área: convergencia y continuidad uniforme, norma en un espacio de funciones, completitud. Conocer y manejar los fundamentos sobre límites y continuidad de funciones reales de varias variables reales.
- Conocer los fundamentos y el formalismo del Cálculo Diferencial de funciones vectoriales de varias variables reales y saber utilizarlo para resolver problemas clásicos (geométricos y de optimización).
- Conocer los fundamentos del Cálculo Integral, para funciones reales de varias variables reales, y saber aplicarlo para el cálculo de áreas y volúmenes y otros problemas clásicos.
- Conocer los fundamentos de la integración sobre dominios curvos (integral curvilíneas y de superficie) y los resultados básicos del Análisis Vectorial, donde confluyen el Cálculo Diferencial y el Cálculo Integral.
- Adquirir destreza en la modelización y resolución de problemas de la vida real que se puedan abordar combinando técnicas del cálculo diferencial e integral.

Conocimientos previos necesarios

- Los conceptos básicos de topología en el ámbito de los espacios métricos que se enseñan en la asignatura de primer curso *Topología* (troncal de 6 créditos).
- El cálculo diferencial y el cálculo integral, para funciones reales de una variable real, que se enseña en la asignatura de primer curso *Análisis Matemático I* (troncal de 18 créditos).
- Aplicaciones lineales, matrices, determinantes y los nociones básicas de la geometría euclídea que se enseñan en la asignatura de primer curso *Álgebra Lineal y Geometría Euclídea* (troncal de 15 créditos).

Competencias de la titulación a las que contribuye la asignatura

TI1, TI7, TP6, TS1, TS2, TS3, ED2, ED9, EP3, EP6, EP12, EA4, EA5, EA6, EO1, EO3

Competencias específicas de la asignatura

- Distinguir entre la convergencia puntual y la convergencia uniforme. El alumno debe ser capaz de averiguar los intervalos de la recta real sobre los que converge uniformemente una sucesión o serie de funciones concreta (que puede depender de un parámetro).
- Analizar propiedades de regularidad de funciones de varias variables (continuidad, continuidad uniforme, grado de diferenciabilidad, analiticidad, convexidad...)
- Razonar con inversas locales y con funciones definidas implícitamente.
- Conocer la noción de espacio tangente a una curva o superficie y saber obtener sus ecuaciones cuando ésta viene dada en forma explícita, implícita o paramétrica.
- Conocer la noción general de subvariedad diferenciable de R^n y la de espacio tangente a la misma en un punto.
- Plantear y resolver problemas de optimización con y sin restricciones de ligadura, haciendo énfasis en el planteamiento de problemas que modelizan situaciones reales.
- Manejar adecuadamente los sistemas de coordenadas curvilíneas usuales (coordenadas polares, cilíndricas, esféricas...) y utilizarlos para efectuar cambios de variable en operadores diferenciales sencillos (p.e. Laplaciano en coordenadas polares) y para calcular integrales múltiples.
- Aplicar las técnicas de cálculo integral de varias variables (integración reiterada y cambio de variable) para calcular integrales múltiples.
- Resolver problemas que impliquen el cálculo de integrales, procedentes de las aplicaciones geométricas y físicas del cálculo integral: volúmenes de sólidos (en particular de revolución), cálculo de masas y centros de masa, momentos de inercia.
- Saber utilizar el cálculo diferencial e integral de funciones vectoriales de variable real para resolver problemas clásicos de naturaleza física y geométrica (movimiento planetario, longitudes de curvas paramétricas, cálculo del centro de masa de un alambre).
- Conocer los resultados básicos del análisis vectorial clásico (integrales de línea y de superficie) y saber aplicarlos e interpretarlos en el lenguaje de la Física.
- Conocer y saber aplicar las condiciones que permiten intercambiar el orden de dos procesos sucesivos de paso al límite. Entender el papel que desempeña la convergencia uniforme en estos problemas.
- Conocer y saber utilizar los resultados básicos sobre continuidad, y derivabilidad de funciones definidas como mediante series o integrales que dependen de un parámetro.

- Saber utilizar algún programa de representación gráfica de curvas y superficies en el espacio ordinario para interpretar geoméricamente los conceptos básicos de la materia (visualización del comportamiento local de una función, de los puntos estacionarios en los problemas de extremos con ligaduras, de recintos de integración...)

Programa de la Asignatura

1. Introducción.

Diversas formas de describir analíticamente curvas y superficies. Curvas y superficies de nivel. Introducción a los sistemas de coordenadas curvilíneas.

2. Sucesiones y series de funciones.

Convergencia puntual y convergencia uniforme. Condición de Cauchy y criterio de Weierstrass. Teoremas sobre continuidad, derivabilidad e integrabilidad del límite de una sucesión de funciones. Versiones para series.

3. Espacios métricos y espacios normados

Normas en \mathbb{R}^n . Noción general de espacio normado. Normas en $C[a, b]$. Normas equivalentes. Topología de un espacio normado. Espacios completos. Conjuntos compactos.

4. Límites y continuidad

Límite funcional. Condición de Cauchy. Continuidad en un punto y continuidad global. Extremos de funciones reales continuas en conjuntos compactos. Continuidad uniforme y convergencia uniforme. Espacios normados de dimensión finita. Norma de una aplicación lineal continua.

5. Integral de Riemann de funciones de varias variables

Funciones integrables Riemann en un intervalo. Propiedades de la integral. Integrabilidad de las funciones continuas. Conjuntos medibles Jordan y definición de la integral sobre estos conjuntos. Los conjuntos de contenido nulo y su papel en el cálculo integral. Conjuntos de medida nula y caracterización de las funciones integrables.

6. Técnicas de cálculo integral y aplicaciones

Integración iterada y cambio de variable. Cálculo de integrales dobles y triples. Aplicaciones geométricas y físicas del cálculo integral.

7. Funciones definidas por integrales

Integrales impropias. Paso al límite bajo la integral. Continuidad y derivabilidad de las integrales dependientes de un parámetro.

8. Funciones vectoriales de variable real.

Cálculo diferencial para funciones vectoriales de variable real. Teorema del incremento finito y desarrollo de Taylor. Longitud de un arco de curva. Integral respecto al arco.

9. Aplicaciones diferenciables.

Funciones de varias variables: Derivada según un vector y derivadas parciales. Aplicaciones diferenciables. Condición suficiente de diferenciabilidad. Regla de la cadena. Gradiente. Interpretaciones geométricas. Teorema del incremento finito.

10. Diferenciabilidad de orden superior

Funciones varias veces diferenciables. Derivadas parciales de orden superior. Permutabilidad del orden de las derivaciones. Desarrollo de Taylor para funciones de varias variables. Funciones convexas.

11. Funciones inversas e implícitas

Teorema de la función inversa. Cambios de variable y coordenadas curvilíneas. Funciones implícitas. Noción de subvariedad de \mathbb{R}^n . Espacio tangente.

12. Optimización

Extremos sin restricciones. Extremos condicionados: Método de los multiplicadores de Lagrange. Aplicaciones geométricas.

13. Integral de línea

Campos de vectores y formas diferenciales. Integración curvilínea: Independencia del camino y existencia de función potencial. Teorema de Green. Aplicaciones.

14. Cálculo vectorial

Área de una superficie. Integración de funciones sobre superficies. Integración de campos y formas diferenciales sobre superficies. Teoremas clásicos del Análisis Vectorial.

Metodología didáctica

La asignatura está organizada en dos partes, que corresponden a los dos cuatrimestres. Los temas 1-7 corresponden al primer cuatrimestre y los temas 8-14 al segundo, aunque debido a la asimetría en los cuatrimestres es posible que la exposición del tema ocho comience en el primer cuatrimestre. La teoría se desarrollará mediante clases magistrales en pizarra. La parte práctica se distribuirá en dos tipos de sesiones: clases de pizarra donde se enseñará a los alumnos las diferentes estrategias para abordar los problemas característicos de la asignatura, y talleres de problemas en sesiones de dos horas semanales, donde los alumnos harán ejercicios y resolverán problemas bajo las indicaciones y supervisión de los profesores.

A principio de curso se entregará a los alumnos una relación de ejercicios y problemas, clasificados por temas. Algunos se resolverán en clase, para ilustrar aspectos teóricos de interés, otros se abordarán en los talleres de problemas y se seleccionarán unos pocos para que los alumnos los entreguen resueltos. Entre estos ejercicios figurarán algunos referentes a redacción de textos matemáticos, bien escribiendo con detalle la demostración de un resultado importante (particularizándolo o generalizándolo), bien completando alguna demostración incompleta de la que se les haya proporcionado un esquema, o bien, realizando una crítica minuciosa de algún texto redactado de forma ambigua e imprecisa. En las horas de tutoría se corregirán y supervisarán individualmente los trabajos entregados. Como herramienta de apoyo para esta asignatura, tanto en clases teóricas como en clases prácticas, se usará el programa DpGraph, muy apropiado para visualizar en el espacio gráficas de funciones, recintos de integración y problemas de optimización.

Estimación del volumen de trabajo del estudiante (ECTS)

Actividad / Horas	Presenciales	Personales	Totales
Lecciones magistrales	80	95	175
Resolución de problemas	25	60	85
Talleres de problemas	38	30	68
Trabajos individuales	0	40	40
Entrevistas individuales	10	5	15
Consultas tutorías	10	5	15
Controles	8		8
Exámenes parciales	9		9
Examen final	5		5
TOTALES	185	235	420
Relación Trabajo/ECTS	$420/15 = 28$		

Temporalización o cronograma

Capítulo	Contenidos	Clases Teo	Clases Prob	Semanas (prev.)
1	Introducción	3	4	1-2
2	Sucesiones y series de funciones	5	5	2-4
3	Espacios métricos y normados	7	4	4-6
4	Límites y continuidad	7	6	6-9
5	Integral de Riemann	7	4	9-11
6	Técnicas de cálculo integral	6	9	11-14
7	Funciones definidas por integrales	6	2	14-16
8	Funciones vectoriales de variable real	4	3	16-17
9	Aplicaciones diferenciables	7	7	17-20
10	Diferenciabilidad de orden superior	7	5	20-22
11	Funciones inversas e implícitas	7	6	22-25
12	Optimización	5	7	25-27
13	Integral de línea	6	3	27-29
14	Cálculo vectorial	5	3	29-30

Criterios básicos de evaluación

La evaluación versará sobre la adquisición de los conocimientos, habilidades y destrezas fijados en el correspondiente apartado. La evaluación continua —más abajo detallada— y las tutorías personalizadas permitirán a estudiantes y profesores obtener información del proceso de aprendizaje y, eventualmente, introducir las acciones necesarias para mejorarlo.

El proceso de evaluación se realiza en dos formas: mediante exámenes escritos tradicionales y mediante evaluación continua.

1. Se realizarán dos exámenes parciales escritos, realizados al finalizar cada uno de los cuatrimestres y, eventualmente, un examen final. El examen final deberán realizarlo sólo los alumnos que no hayan superado globalmente la asignatura. Versará sobre la asignatura entera o la parte no superada, según la situación de cada cual, explicitada en un listado que se publicará al efecto.

Los exámenes constarán de teoría (40 % del total) y problemas (60 % del total).

Cada uno de los exámenes se calificará de 0 a 10 puntos, y la nota que corresponde a este apartado es la media de las notas obtenidas en los parciales (o las eventuales recuperaciones en el examen final). Para superar la evaluación parcial y/o final se tendrá que alcanzar un mínimo de 2,5 puntos en el apartado de problemas.

2. La evaluación continua se realizará bajo dos formas.
 - a) La entrega de ejercicios o trabajos individuales corregidas y calificadas por el profesorado; tales entregas se realizarán en fechas que serán oportunamente señaladas. Cada una de las entregas será calificada de 0 a 10 puntos.
 - b) La realización de al menos dos controles escritos (uno por cuatrimestre) con una duración de dos horas, en fechas que se anunciarán convenientemente. Cada uno de estos controles será calificado de 0 a 10 puntos.

Por este apartado de evaluación continua, en cada cuatrimestre, el alumno recibirá entre 0 y 2 puntos en total, que se añadirán a la puntuación obtenida en el apartado de problemas de cada parcial. En el final se añadirá la media de la puntuación obtenida en esta evaluación continua.

La adición de estos puntos por evaluación continua se realizará de acuerdo con la siguiente tabla, que indica la puntuación añadida en cada control, siendo n el número de controles totales que se realicen:

Puntuación obtenida	Puntos a sumar
$0 \leq x < 4$	0
$4 \leq x < 6$	$\frac{0,7}{n}$
$6 \leq x < 8$	$\frac{1,1}{n}$
$8 \leq x < 10$	$\frac{1,5}{n}$

De esta forma se obtienen como máximo 1,5 puntos. Los puntos restantes hasta 0,5 se obtienen proporcionalmente a partir de la media obtenida en los ejercicios entregados y a la valoración que el profesorado haga del grado de adquisición de la competencia de expresión rigurosa y clara, fundamentalmente a través de la calidad y rigor de la redacción escrita.

Para poder obtener la calificación correspondiente a esta evaluación continua el alumno debe realizar al menos el 75 % de los controles y entregar al menos las dos terceras partes de los ejercicios propuestos.

El hecho de que la evaluación continua se realice por cuatrimestres permitirá eliminar un parcial aunque en el correspondiente examen no se haya alcanzado una calificación de cinco o superior. Además, una puntuación en algún control de siete puntos o superior, podrá permitir la eliminación de alguna pregunta en el parcial correspondiente. La materialización de esta posibilidad no es automática, sino que será decisión de los profesores de la asignatura, en base al nivel de adquisición de la correspondiente competencia que el alumno haya mostrado en el control.

Para aprobar la asignatura hay que alcanzar 5 puntos.

En la convocatoria de septiembre se realizará un único examen de toda la asignatura con las características generales del examen final. Una vez calificado se aplicará el incremento correspondiente a la evaluación continua, de la misma forma que en la convocatoria de junio.

En la convocatoria de febrero (abierta exclusivamente a alumnos que ya cursaron la asignatura en el curso académico 2007–08, sin superarla), se realizará un examen escrito que será el único elemento de evaluación.

Bibliografía Básica

1. F. Bombal, L. Rodríguez y G. Vera. *Problemas de Análisis Matemático*. 3 vol. AC. Madrid 1987. (Sig. 26-65,0/1, 26-213, 26-29,0/4, 26-30,0/4, 26-31,0/5)
2. J.A.Fernández Viña. *Análisis Matemático, Vol II y III* Tecnos. Madrid 1992. (Signat. 26B5,0/6, 26B9,0/3, 26B10,0/4, 26B6,0/3, 26-328, 26-244, 26B13,0/3)
3. J. E. Marsden, A. J. Tromba. *Cálculo Vectorial*. Pearson 1998. (Sig. 53A26,0/2)
4. G. Vera. *Lecciones de Análisis Matemático II*. Distribuidos en SUMA. 2005.

Bibliografía Complementaria

1. J. A. Abia, J. García y C. Marijuán. *Cálculo diferencial en R^n* . Los autores. Valladolid 1998.
2. T. A. Apostol. *Análisis Matemático*. Seg. Ed. Reverté. Barcelona 1976. (Sig. 26B8,0/6, 26-271)
3. T. A. Apostol. *Calculus*. Seg. Ed. Reverté. Barcelona 1986. (Sig. 26-22,0/5)
4. G. H. Edwards. *Advanced Calculus of Several Variables*. Academic Press 1973.
5. J. A. Facenda y F. J. Freniche. *Integración de funciones de varias variables*. Pirámide. Madrid 2002. (Sig. 26B33 a 26B37)
6. C. Fernández, Fco. J. Vázquez y J. M. Vegas. *Cálculo Diferencial de Varias Variables*. Thomson. Madrid 2002.
7. W. H. Fleming. *Functions of Several Variables*. Springer-Verlag 1977. (Sig. 26B29,0/1)