Ejemplos con DpGraph

Utilización de los parámetros **`a,b,c,d`**

ej 1 Observe como cambia la gráfica de $a\,\mathrm{sen}(bx+c)$ al cambiar los valores de los parámetros a, b, c con la barra de desplazamiento.

ej 2 Observe como cambia la superficie $z = a(x^2 + by^2)$ al modificar los parámetros a, b con la barra de desplazamiento.

ej 3 Aquí los parámetros (a, b) son las coordenadas esféricas de un punto de una esfera donde se ha trazado el plano tangente. Observe como al cambiar el punto, modificando a,b con la barra de desplazamiento, cambia el plano tangente.

Uso de los parámetros U, V y de la variable **`time`**.
Curvas parametrizadas en el espacio y en el plano.

ej 4 Este ejemplo sencillo, que muestra la imagen de un trozo de hélice $f(t) = (2\cos t, 2\,\mathrm{sen}\,t, t/2)$, se puede tomar como referencia para visualizar curvas parametrizadas. La hélice se ha parametrizado mediante el parámetro $V \in (-4\pi, 4\pi)$, usando el comando CYLINDRICAL(2,V,0.5*V). Los trozos de los tres ejes que aparecen en la figura se han parametrizado con $U \in (-4, 4)$ usando los comandos CYLINDRICAL(U,0,0), CYLINDRICAL(U,Pi/2,0), CYLINDRICAL(0,0,2*Pi*U).

ej 5 Después de esto, usando la variable `time`, es fácil conseguir un muelle que se estira y encoge.

ej 6 Segmento girando: Un segmento que forma con el eje OX un ángulo variable = `time` se parametriza con el parámetro U usando el comando RECTANGULAR(U*cos(time), U*sin(time),0) El parámetro V se usa para parametrizar los trozos de los ejes que aparecen en la figura.

ej 7 Aquí se puede ver una elipse como lugar geométrico de los puntos cuya suma de distancias a los focos es constante. En ej 8 se puede ver la interpretación geométrica de la parametrización $\mathbf{f}(t) = (a\cos t, b\,\mathrm{sen}\,t)$, $t \in [0, 2\pi]$. Los puntos $\mathbf{p}(t) = (a\cos t, a\,\mathrm{sen}\,t)$ y $\mathbf{q}(t) = (b\cos t, b\,\mathrm{sen}\,t)$ describen circunferencias de radios a y b, respectivamente, centradas en $(0, 0)$. El punto que tiene la abscisa del primero y la ordenada del segundo, describe la elipse. Si se desea, se pueden cambiar las longitudes a,b, de los semiejes usando la barra de desplazamiento.

ej 9 Con este ejemplo se muestra como visualizar una curva dada en forma implícita como intersección de las dos superficies. En este caso las superficies son $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $\;x + y^2 + z^3 = 1/2$.

Transformaciones del plano

ej 10 Aquí se visualiza a imagen de triángulo $0 < u < a, |v| < bu$, mediante la función $\mathbf{f}(u, v) = (u^2 + v^2, 2uv)$.

ej 11 Se muestra la imagen de los rectángulos $0 < u < 2a,\ 0 < v < 2b\pi$ mediante la función $\mathbf{f}(u, v) = (\operatorname{ch} u \cos v, \operatorname{sh} u \operatorname{sen} v)$. Los valores iniciales $a = 1$, $b = 1$ se pueden cambiar con la barra de desplazamiento a otros valores $0 \le a \le 2$, $0 \le b \le 2$.

Superficies parametrizadas.
Coordenadas cilindricas y esféricas

ej 12 Para obtener la gráfica de $z = ae^{\frac{1}{x^2+y^2-1}}$ sobre el disco $x^2 + y^2 \le 1$ es conveniente usar coordenadas cilindricas. Observe como cambia la superficie al modificar el valor del parámetro `a`.

ej 13 Esfera que se infla y desinfla a velocidad variable según el valor del parámetro `a` que se puede modificar con la barra de desplazamiento.

ej 14 , Ej 15 , ej 16 Se muestra el trozo de esfera imagen de la parametrización $\mathbf{f}(\phi, \theta) = (\cos\theta\cos\phi, \cos\theta \operatorname{sen}\phi, \operatorname{sen}\theta)$, $0 < |\phi| < a\pi/2$. $0 < \theta < b2\pi/2$. Con la barra de desplazamiento los valores iniciales $a = 1/2$, $b = 1/4$, se pueden cambiar a otros valores $a, b \in [0, 1]$.

ej 17 Observe como se cambia un tubo helicoidal al modificar los valores de los parámetros `a,b` con la barra de desplazamiento.

Curvas y superficies de nivel

ej 18 Se muestra un truco para dibujar líneas de nivel $f(x, y) = c$, más o menos espaciadas según el valor del parámetro 'a'.

ej 19 Aquí se visualiza la gráfica de la función $z = 3 - \operatorname{sen}(x) - y^2$ sobre el rectángulo $\{(x, y) : |x| \le 4, |y| \le 2\}$. Luego en ej 20 se pueden ver sus curvas de nivel para $c \in \{nh : n \in \mathbb{N}\}$, y en ej 21 se muestra como han sido generadas estas curvas de nivel. El valor inicial $h = 0{,}7$, se puede cambiar a otro valor $h \in [0{,}7, 3]$, modificando el valor del parámetro a con la barra de desplazamiento.

ej 22 , ej 23 ej 24 . Aquí se puede ver la gráfica y las curvas de nivel de la superficie $z = (x^2 + 3y^2)e^{1-x^2-y^2}$ sobre el rectángulo $\{(x, y) : |x| \le 2, |y| \le 3\}$.

ej 25 El mismo truco se usa para visualizar las superficies de nivel $f(x, y, z) = c$ más o menos espaciadas según el valor del parámetro 'a'.

ej 26 También podemos ver como cambian las superficies de nivel $f(x, y, z) = c$ cuando c varía con el tiempo. Aquí se pueden ver las superficies de nivel de la función $f(x, y, z) = x + y^2 - z^3$, en el cubo $|x| < 3/2, |y| < 3/2, |z| < 3/2$.

Sucesiones de funciones

Para dibujar los sucesivos términos de una sucesión de funciones $f_n(x)$ como última linea de comando se escribe `GRAPH3D(z=f(n,x))` y luego se reemplaza `n` por la expresión `1+floor(a*(time-floor(time))`, donde interviene la función `floor`, parte entera. Esta expresión toma valores enteros que varían periódicamente con el tiempo. Cuanto mayor sea el parámetro 'a', más términos de la sucesión se dibujarán. También se puede sustituir `time` por `time/b` para que varíe, según el parámetro 'b', la rapidez con que aparecen en pantalla las sucesivas gráficas.

suc 1 Sucesión $\frac{1}{1+x^n}$.

suc 2 Sucesión $\frac{x}{1+x^{2n}}$

suc 3 Sucesión $nx(1-x^2)^n$

suc 4 Sucesión $\frac{5}{1+(x-n)^2}$

suc 5 suc 6 Se observa que la sucesión $f_n(x) = \frac{1}{1+n^2x^2}$ converge uniformemente hacia la función $f \equiv 0$, pero en $x = 0$ la sucesión de derivadas $f_n'(x) = \frac{1-n^2x^2}{(1+x^2n^2)^2}$ converge hacia $\lim_n f_n'(0) = 1 \neq 0 = f(0)$.

suc 7 suc 8 Se observa la convergencia y la convergencia uniforme sobre intervalos de dos sucesiones que dependen del parámetro d que se puede modificar con la barra de desplazamiento. Observe el diferente comportamiento según los valores del parámetro.

Estudio local algunas funciones $z = f(x,y)$

nl1 nl2 nl3 nl4 Se observan las gráficas de varias funciones $z = f(x,y)$ que no tienen límite $(0,0)$.

C1 Gráfica de $z = yx^2/(x^2+y^2)$, continua y no diferenciable en $(0,0)$.

C2 Modificando los valores del parámetro 'a' se puede apreciar como cambia el comportamiento local de la función $z = x^{2a}/(x^2+y^2)$ en el punto $(0,0)$.

ND1 ND1a ND1b ND1c ND1d Varias formas de apreciar la no diferenciabilidad en $(0,0)$ de la función continua $z = yx^2/(x^2+y^4)$.

Se observa que la gráfica de esta función tiene rectas tangentes horizontales en $(0,0)$ según todas las direcciones. Sin embargo f no es diferenciable en $(0,0)$ porque la aproximación local de las rectas tangentes no es uniforme respecto a la dirección.