

Capítulo 1

Ilustraciones con DpGraph

1.1. Para el Capítulo 1

Ejemplo 1.1 *La parametrización usual de una elipse.*

En los ejemplos `Elipse1.dpg` `Elipse2.dpg` se visualiza la interpretación geométrica de la parametrización de una elipse $\mathbf{f}(t) = (a \cos t, b \sin t)$, $t \in [0, 2\pi]$: Los puntos $\mathbf{p}(t) = (a \cos t, a \sin t)$ y $\mathbf{q}(t) = (b \cos t, b \sin t)$ describen circunferencias de radios a y b , respectivamente, centradas en $(0, 0)$. El punto que tiene la abscisa del primero y la ordenada del segundo, describe la elipse.

Ejemplo 1.2 *La hélice.*

La función $\mathbf{f}(t) = (a \cos t, a \sin t, bt)$, $t \in (0, 2k\pi)$, con $a > 0$, proporciona la parametrización de una curva, llamada hélice, (Ejecute `Helice.dpg`) que tiene la forma de un muelle que da k vueltas alrededor de su eje (en este caso, el eje OZ).

Ejemplo 1.3 *Curvas de nivel de una función de dos variables.*

- En `Sup1.dpg`, se visualiza la gráfica de la función $z = (x^2 + 3y^2)e^{1-x^2-y^2}$ sobre el rectángulo $\{(x, y) : |x| \leq 2, |y| \leq 3\}$. Sus curvas de nivel se pueden ver ejecutando `CN1.dpg`. En `CN2.dpg` se muestra como han sido generadas estas curvas de nivel. Se generan diferentes juegos de curvas de nivel cambiando el valor del parámetro a con la barra de desplazamiento de DpGraph.

- En `Sup2.dpg` se visualiza la gráfica de la función $z = 3 - \sin(x) - y^2$ sobre el rectángulo $\{(x, y) : |x| \leq 4, |y| \leq 2\}$ y en `CN3.dpg` se pueden ver sus curvas de nivel para $c \in \{nh : n \in \mathbb{N}\}$. En `CN4.dpg` se muestra como han sido generadas estas curvas de nivel. El valor inicial $h = 0,7$, se puede cambiar a otro valor $h \in [0,7, 3]$, modificando el valor del parámetro a con la barra de desplazamiento de DpGraph.

Ejemplo 1.4 *Parametrización usual de la esfera.*

En `Esfera.dpg` se muestra el trozo de esfera obtenido como imagen de la parametrización $\mathbf{f}(\phi, \theta) = (\cos \theta \cos \phi, \cos \theta \sin \phi, \sin \theta)$, $0 < |\phi| < a\pi/2$. $0 < \theta < b2\pi/2$. (Los valores iniciales $a = 1/2$, $b = 1/4$ se pueden cambiar a otros valores $a, b \in [0, 1]$ activando la barra de desplazamiento de DpGraph.

Ejemplo 1.5 *Superficies de nivel (isotermas) de una función de tres variables.*

En `SupNivel1.dpg`, `SupNivel2.dpg` se pueden ver las superficies de nivel de la función de tres variables, $t = x + y^2 - z^3$, en el cubo $|x| < 3/2$, $|y| < 3/2$, $|z| < 3/2$.

Ejemplo 1.6 *Intersección de dos superficies (curvas en forma implícita).*

En `CurvImp.dpg` se visualiza la curva intersección de las superficies

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad x + y^2 + z^3 = 1/2$$

Ejemplo 1.7 *Transformaciones entre planos.*

En `CV1.dpg` se muestra la imagen de triángulo $0 < u < a$, $|v| < bu$, mediante la función $\mathbf{f}(u, v) = (u^2 + v^2, 2uv)$. Los valores iniciales $a = 1$, $b = 1$ se pueden cambiar, activando la barra de desplazamiento de DpGraph, a otros valores $0 \leq a \leq 2$, $0 \leq b \leq 3$. Para valores $b > 1$ se aprecia que \mathbf{f} no es inyectiva sobre el triángulo.

En `CV2.dpg` se pueden ver las imágenes de rectángulos $0 < u < 2$, $0 < v < 2b\pi$ mediante la función $\mathbf{f}(u, v) = (\operatorname{ch} u \cos v, \operatorname{sh} u \sin v)$. El valor inicial $b = 1$ se pueden cambiar, activando la barra de desplazamiento de DpGraph, a otros valores $0 \leq b \leq 2$. Para $b > 1$ se observa que \mathbf{f} no es inyectiva sobre el rectángulo.

1.2. Para el Capítulo 2

Ejemplo 1.8 *En `R2-NormaP2.dpg`, `R3-NormaP.dpg` se puede ver la forma de las bolas, en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 , para la norma $\|\cdot\|_p$. (el valor inicial $p = a = 1$ se puede cambiar a otro valor $p = a \in [1, 5]$ con la barra de desplazamiento)*