

03 – ENERGÍA

ALGUNOS COMENTARIOS Y CUESTIONES

Feynman: “Es importante darse cuenta que en la física actual no sabemos lo que la energía es”

03.0 – ¿Le debe interesar al óptico la energía?

03.1 – Fuerza por distancia.

03.2 – Otro modo de describir algunas fuerzas: Energía potencial gravitatoria.

- Elevando un peso en la superficie de la Tierra (fuerza constante)
- Curvas de nivel: conociendo el potencial
- Trabajo para elevar la Estación Espacial Internacional (fuerza variable)

03.3 – Energía potencial eléctrica.

- Equipotenciales. Conductores.

03.4 - Energía en un muelle.

- Energía de vibración en estructuras atómicas.

El impulso nervioso

Matemáticas: producto escalar, integración

03.0 – ¿Le debe interesar al óptico la energía?

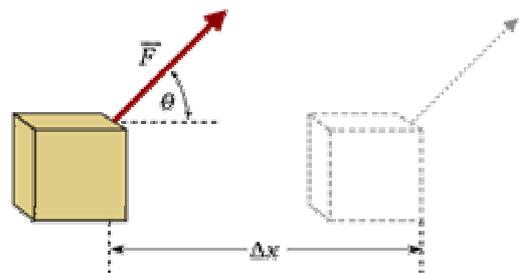
En realidad la palabra “energía” si no va acompañada por un adjetivo no tiene significado en Física, en nuestro lenguaje coloquial si la utilizamos, como en capítulos previos trataremos temas que no son de relevancia para el óptico como es la energía mecánica aunque si es de gran importancia como cultura básica científica y técnica que debe tener cualquier estudiante universitario científico o técnico, pero como en casos anteriores es más fácil de introducir esta que la energía eléctrica, a este tipo de alumno conviene que sepa qué significa un láser de 1 mW y si este puede dañar un ojo, o qué es la energía calorífica. Se supone que el alumno debería tener estos conocimientos previos pero por si no es así y por su importancia merece la pena dedicar un tiempo.

03.1 – Fuerza por distancia

En la descripción de nuestro mundo hemos estudiado las fuerzas y *averiguado* cómo deducir los movimientos que producen sobre masas puntuales, nos damos cuenta que no es lo mismo aplicar una fuerza sobre un cuerpo a lo largo de una distancia o al doble de ella, también veremos que es importante el ángulo que formen la fuerza y el desplazamiento, por eso introducimos un nuevo concepto, *trabajo realizado por una fuerza*, esta magnitud es escalar. La fuerza es un vector, el desplazamiento también lo es, ambos vectores forman un ángulo como se muestra en la situación de la figura. Si la fuerza es constante a lo largo del recorrido, la siguiente expresión se adaptará bien a nuestro nuevo concepto.

$$W = F \cdot l \cdot \cos \theta = \vec{F} \cdot \vec{l}$$

A este tipo de producto lo llamaremos *producto escalar de dos vectores*. Definimos trabajo, W , realizado por una fuerza constante F como el producto escalar de dicha fuerza por el desplazamiento que haya realizado. La unidad será $N m$ y se le llama *Julio*, otra unidad muy utilizada para medir la energía es la *caloría*, $1 J = 0.24 cal$ y $1 cal = 4.185 J$, en nutrición se utiliza la *Caloría* que es equivalente a la *kilocaloría*.

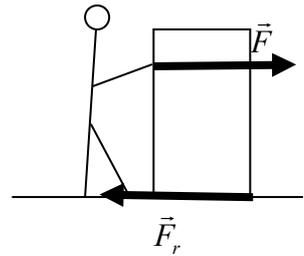


Si la fuerza no es constante a lo largo de la trayectoria, o el ángulo que forman ambos varía, el trabajo lo calculamos sumando el producto de la fuerza por desplazamientos tan pequeños como deseemos, en los que podamos considerar que estas magnitudes son aproximadamente constantes.

$$W = \sum \vec{F} \cdot \vec{\Delta r} = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Cuando la suma es de términos en que los incrementos son infinitesimales se expresa con el gusanillo que los matemáticos llaman integral. Esta expresión tiene su relevancia por lo que se merece un nombre, este es *circulación a lo largo de una línea*.

Como en el cálculo del trabajo intervienen tres factores, módulo de la fuerza, desplazamiento y ángulo que forman fuerza y desplazamiento, el trabajo puede ser cero bien porque al aplicar una fuerza no se produzca desplazamiento, empujamos un muro y este no se desplaza, o porque el ángulo que forman fuerza y desplazamiento sea de 90°, si empujamos un objeto con una fuerza igual a la de rozamiento este se desplaza con velocidad constante, el trabajo en este caso también será cero.



*Tarea: Trabajo nulo:
¿En que casos el trabajo de una fuerza resulta nulo?*

Si por efecto de la aplicación de una fuerza a un cuerpo de masa m este modifica su velocidad diremos que el trabajo de la fuerza se ha invertido en modificar su *energía cinética*, por este procedimiento se puede demostrar que *la energía cinética de un cuerpo viene dada por el producto de su masa por el cuadrado de su velocidad dividido por dos*.

$$E_c = m v^2/2$$

En la imagen la Estación Espacial Internacional, se encuentra en órbita circular alrededor de la Tierra

*Tarea
Describe las fuerzas que actúan y el movimiento de la EEI.*



¿Qué trabajo realiza la fuerza con que la Tierra la atrae?

03.2 - Otro modo de describir algunas fuerzas: Energía potencial gravitatoria.

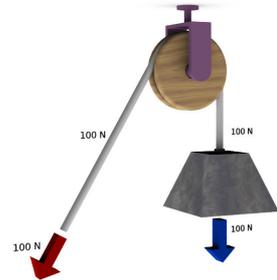
03.2.1 – Elevando un peso en la superficie de la Tierra (fuerza constante)

- Mediante una polea:

En la superficie de la Tierra actúa una fuerza que resulta constante sobre cada cuerpo, su peso. Podemos calcular el trabajo para levantar un cuerpo de masa m una altura h en la superficie de la Tierra.

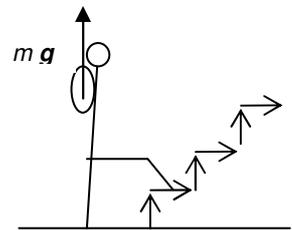
$$W = \vec{F} \cdot \vec{l} = F l \cos \theta = m g h$$

La fuerza que aplico y el desplazamiento tienen la misma dirección y sentido por lo que el producto escalar de la fuerza por el desplazamiento es igual al producto de sus módulos, al desplazamiento vertical total lo llamo h y la fuerza que tengo que aplicar es su peso.



- Subiendo la escalera:

Al subir la misma masa por una escalera la fuerza también es constante pero el camino lo podemos descomponer en tramos paralelos que tienen dirección perpendicular a la fuerza y tramos verticales que tienen la misma dirección y sentido que la fuerza.



$$W = \sum \vec{F} * \Delta \vec{l} = \sum \vec{F} * \Delta \vec{l}_h + \sum \vec{F} * \Delta \vec{l}_v = \sum \vec{F} * \Delta \vec{l}_v = \sum F * \Delta l_v = F * \sum \Delta l_v = m g h$$

Los productos escalares de la fuerza por los desplazamientos horizontales es cero dado que el ángulo que forman es de 90 grados, por lo que el primer término se anula, el producto escalar de la fuerza por los desplazamientos verticales nos da el producto de la fuerza por dicho desplazamiento dado que el ángulo que forman es cero. La fuerza la podemos sacar factor común y nos queda finalmente el mismo resultado que en el caso de elevar el peso mediante una polea, este resultado no es una casualidad, usando cualquier recorrido que elijamos para elevar un cuerpo obtendremos el mismo resultado.

Tarea

Una vez subido el objeto lo dejamos caer ¿qué trabajo realiza el peso?

- Campos conservativos, circulación.

Cualquiera que sea el camino que utilicemos para elevar un cuerpo en la superficie de la Tierra, el trabajo realizado nunca depende del camino recorrido. A las fuerzas que cumplen esta notable propiedad las bautizamos con el nombre de “fuerzas conservativas”. Si tenemos un campo de fuerzas conservativas, como el campo gravitatorio, debido a que el trabajo que realizan dichas fuerzas sólo depende de los puntos inicial y final y no del camino que recorramos para ir de uno a otro, podemos definir diferencia de potencial entre esos dos puntos como un valor característico de dichos puntos, y si tomamos algún punto como referencia, podemos definir una función potencial para cada punto.

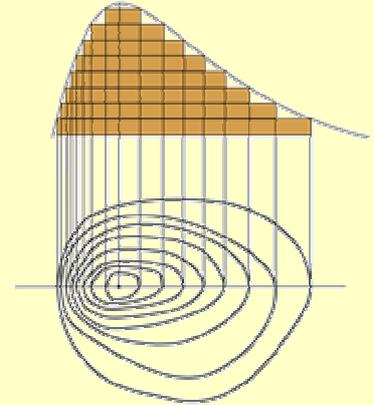
03.2.2 – Curvas de nivel: conociendo el potencial.

Una curva de nivel es aquella línea que en un mapa une todos los puntos que tienen igualdad de condiciones y de altura o cota. En nuestro lenguaje podremos decir que son líneas que tienen el mismo potencial, son *curvas equipotenciales*

Tarea

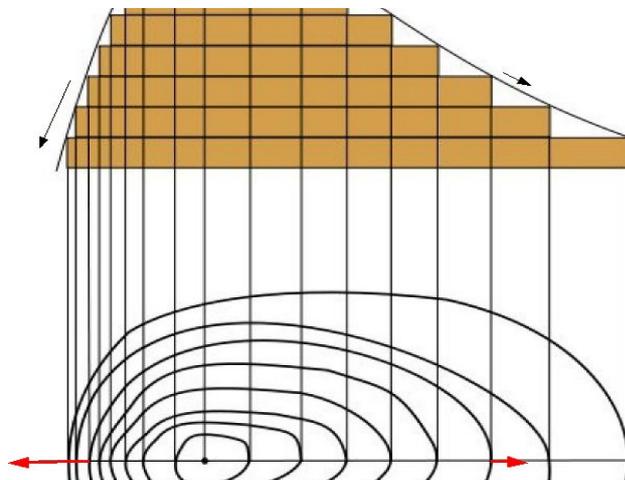
Si nos desplazamos por una curva de nivel ¿Qué trabajo realizamos?

¿Qué camino debemos seguir si queremos subir con el menor esfuerzo posible?



http://es.wikipedia.org/wiki/Curva_de_nivel

Si conocemos los potenciales ¿qué podemos decir de las fuerzas? Otro modo de describir el mundo de las fuerzas conservativas.



La variación de potencial al pasar de una línea a otra es la misma en cualquier parte de la imagen. La fuerza sobre la unidad de masa multiplicada por la distancia en la parte izquierda y en la derecha deben ser iguales, si la distancia a la derecha es el triple que en la parte izquierda la fuerza será la tercera parte. Expresando todas estas ideas en nuestro lenguaje simbólico y en una dimensión (*matemáticas cualitativas*)

$$\Delta U = F \cdot \Delta x \quad \longrightarrow \quad F = \frac{\Delta U}{\Delta x} \quad \longrightarrow \quad F = - \frac{dU}{dx}$$

Si conocemos la función potencial en un punto, la fuerza la podemos obtener como la variación con respecto al desplazamiento, el signo negativo se debe a que la fuerza va de potenciales mayores a menores.

03.2.3 – Trabajo para elevar la Estación Espacial Internacional (fuerza variable)

Calculemos ahora el trabajo para elevar la estación espacial desde la superficie de la Tierra hasta su posición orbital a una distancia aproximada de 360 km sobre dicha superficie. Tenemos que ejercer una fuerza similar por lo menos a la fuerza con que la Tierra atrae a toda esa estructura. En este caso no podemos considerar que la fuerza es constante en este recorrido, recordemos su expresión:

$$\mathbf{F} = G \frac{M_T * m_e}{r^2} \mathbf{u}_r$$

Para calcular el trabajo que tenemos que hacer, dividimos el camino en partes infinitesimales y sumamos:

$$W = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = G * M_T * m_e \int_{r_T}^{r_{EEI}} r^{-2} dr = G * M_T * m_e \left(\frac{1}{r_T} - \frac{1}{r_{EEI}} \right) = - \Delta U * m_e = [U(r_{EEI}) - U(r_T)] * m_e$$

Tarea

En la imagen el transbordador Endeavour despegando en su viaje hacia la Estación Espacial Internacional. Comentar sobre la fuerza que se necesita en esta operación y el camino que recorre la nave.

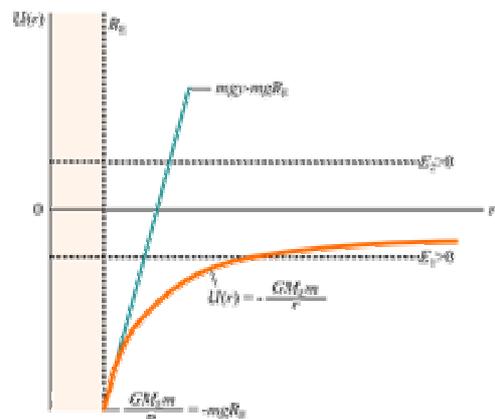
Comparar esta situación con las fuerzas y las trayectorias una vez acoplada a la EEI.



El trabajo que hemos realizado es un trabajo *contra las fuerzas del campo*, hemos aumentado la energía potencial del sistema. Hemos definido una función potencial para la Tierra en cada punto mediante la expresión:

$$U(r) = - G \frac{M_T}{r}$$

Esto lo podemos hacer porque la integral no depende del camino recorrido, da igual que subamos la estación espacial *“por una escalera”* o *“por un ascensor”*; si la subimos por una trayectoria que no sea radial siempre



podremos descomponer la trayectoria en pequeños desplazamientos horizontales y radiales como hicimos en el caso de la escalera, los productos escalares en los tramos horizontales se anulan quedando únicamente la componente radial. La energía potencial que posee un cuerpo de masa m situado a una distancia r del centro de la tierra es su masa por el potencial en dicho punto. Las fuerzas del campo van en el sentido de los potenciales decrecientes.

En los ejemplos que hemos trabajado el sistema estudiado modifica su disposición, tanto en el caso del peso que subimos por la escalera como el de la nave que sube a la EEI, diremos que se modifica la energía potencial del sistema.

Tarea

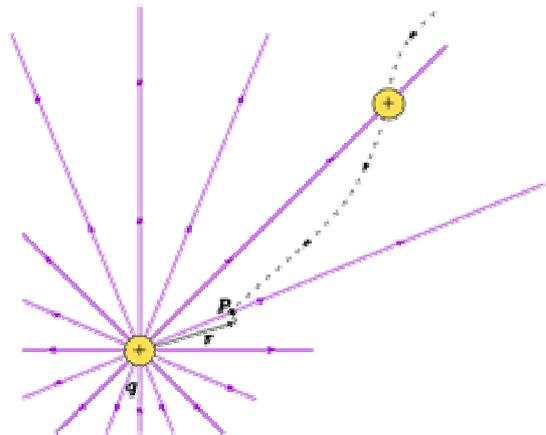
¿A qué distancia de la Tierra tenemos que poner una masa para que su energía potencial sea máxima? ¹

¿cuánto vale en este caso la energía potencial?

03.3 - Energía potencial eléctrica.

En el caso de cargas eléctricas nos vamos a encontrar con una variedad de situaciones mucho más ricas que en el caso de las masas, pero las propiedades van a ser similares debido a la igualdad formal de las expresiones básicas que describen ambos fenómenos, es decir, el campo electrostático también es conservativo y podemos definir potencial electroestático de una carga como:

$$U(r) = k \frac{Q}{r}$$



Lo obtenemos mediante la definición de potencial eléctrico como el “trabajo para traer la unidad de carga desde el infinito hasta el punto r contra las fuerzas del campo”.

$$U(r) = - \int_{\infty}^r \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r}$$

A diferencia del campo eléctrico, el potencial es una función escalar, por lo tanto más sencilla de calcular en principio si conocemos la distribución de cargas, además la dependencia con la distancia es con el inverso y no con el inverso de la distancia al cuadrado. La unidad en la que se mide será la correspondiente a la energía dividido por la carga: *Julio/Culombio*, se le da el nombre de voltio (V).

¹ El máximo de energía potencial es cero y se encuentra en el infinito.

De la anterior expresión podemos despejar el campo si conocemos el potencial, si $U(\mathbf{r})$ es la solución de la integral significa que su derivada me debe dar el campo $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ pero como tengo tres variables, x, y, z la relación se complica algo:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\partial U(\mathbf{r})}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial U(\mathbf{r})}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial U(\mathbf{r})}{\partial z} \mathbf{k} = \left[\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k} \right] U(\mathbf{r}) = \nabla U(\mathbf{r})$$

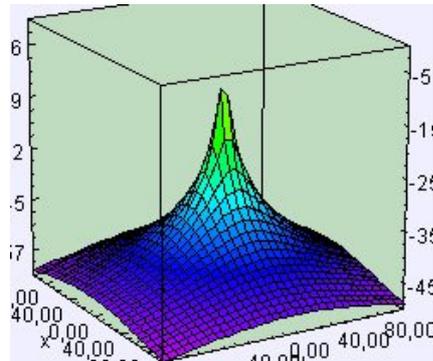
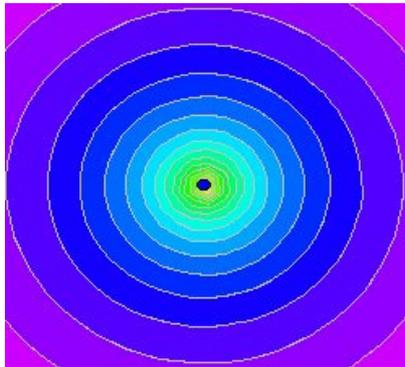
En donde llamamos:

$$\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k} \equiv \nabla$$

Estamos trabajando con campos vectoriales, para describirlos necesitaremos de operadores, "expresiones que operan sobre...", vectoriales.

Equipotenciales

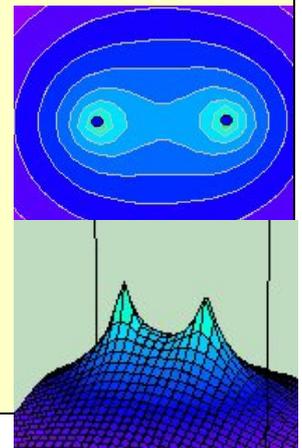
Las líneas y superficies que tienen igual potencial se llaman equipotenciales. Como vimos en la anterior expresión el potencial creado por una carga depende de la distancia a dicha carga, todos los puntos que se encuentran a la misma distancia de dicha carga puntual tendrán el mismo valor del potencial, el lugar geométrico de dichos puntos serán esferas centradas en la carga. Siguiendo con las analogías con los fenómenos gravitatorios, esta visión se correspondería con la Tierra, que sería la carga +q, pero los potenciales no crecerían de esa forma ni el campo tendría ese sentido ¿porqué?



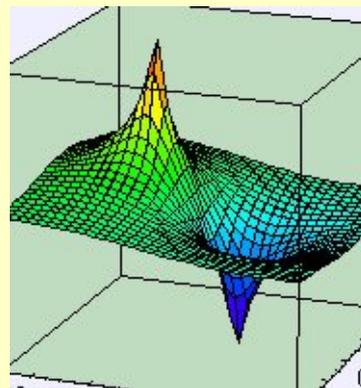
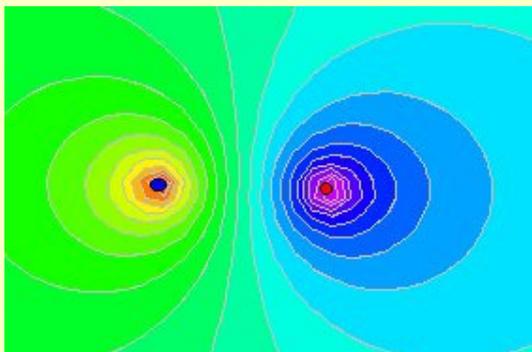
En dos dimensiones visualizaríamos circunferencias, si dibujamos el potencial en tres dimensiones con los puntos de igual potencial a igual altura, obtenemos algo similar a las curvas de nivel

Tarea:

¿A qué distribución de cargas se corresponden las siguientes imágenes?



Tarea: ¿A qué distribución de cargas se corresponde las siguientes imágenes?



Imágenes generadas con la simulación ParticlesAndWalls desarrollada con Ejs por Francisco Esquembre

Tarea

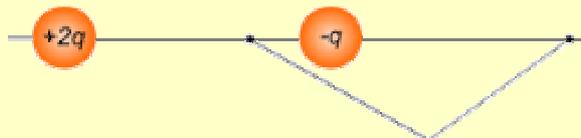
¿Se realiza trabajo si movemos una carga por una superficie equipotencial?

¿Cómo serán las líneas del campo?

El hecho de que el valor del potencial en un punto sea cero no es significativo, lo importante son las variaciones que pueda tener el potencial en los puntos próximos.

Tarea

¿Hay puntos de potencial cero en la recta que une las dos cargas? Si los hay ¿Cuáles son?



Conductores

Un material conductor es aquel que permite el movimiento libre de las cargas eléctricas en su interior. La superficie

Tarea

La superficie de un conductor que se encuentre en equilibrio, es una superficie equipotencial ¿qué significa?

¿Porqué es equipotencial?

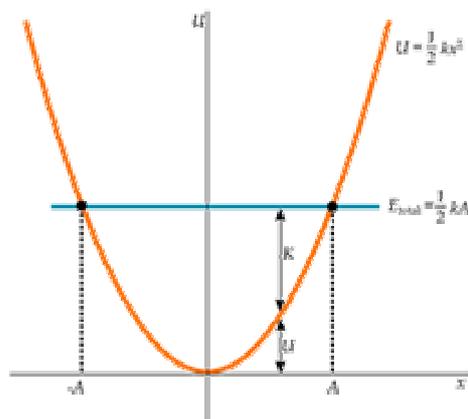
¿Cómo será el campo eléctrico en esa superficie?

03.4 - Energía en un muelle.

En el caso de un muelle la fuerza viene dada por:

$$F = -k \cdot x$$

Recordemos que el signo menos proviene de que la fuerza que ejerce el muelle tiene sentido opuesto al desplazamiento. Hemos tomado como origen de coordenadas el punto de equilibrio. Supongamos una masa m unida a ese muelle que se encuentra inicialmente en su estado de equilibrio, estiro hasta una distancia x , el trabajo que realizo viene dado por la expresión:



$$W_{yo} = \int_0^x F_{yo} \cdot dx = - \int_0^x F \cdot dx = \int_0^x k \cdot x \cdot dx = \frac{1}{2} k \cdot x^2 = U(x)$$

La fuerza que yo realizo es de sentido opuesto a la fuerza que ejerce el muelle sobre la masa, Esta será la expresión para la energía potencial de un muelle que se encuentra estirado una longitud x de su posición de equilibrio. Si conocemos la energía potencial de un sistema unidimensional, la fuerza que ejerce dicho sistema la podemos obtener de la expresión:

$$F = - \frac{dU(x)}{dx}$$

– Diagramas de energía potencial.

La representación gráfica de la energía potencial de un sistema nos da también información gráfica de las fuerzas del sistema dada la interpretación gráfica de la derivada.

– Energía de vibración en estructuras atómicas.

Se recomienda realizar los ejercicios propuestos en la simulación que puedes encontrar en: http://colos.inf.um.es/fislets/II1Mecanica/II06Energia/II6_3.html

R E S U M E N

DESCRIPCIÓN – NATURALEZA

↓

INTERACCIONES ⇨ **FUERZAS**

↓

Las fuerzas pueden realizar un trabajo que definimos como el producto escalar de la fuerza por el desplazamiento

↓

Las fuerzas pueden { *modificar la velocidad de un cuerpo* ⇨ *Varía su energía cinética*
o
modificar la disposición de un sistema ⇨ *Varía su energía potencial*

Nos hemos centrado en nuestra descripción de la Naturaleza en estudiar las interacciones, hemos estudiado las interacciones gravitatorias, electrostáticas y magnetostáticas, estas interacciones se manifiestan mediante fuerzas, estas pueden, básicamente, modificar la velocidad del cuerpo sobre el que actúa o la estructura del sistema.

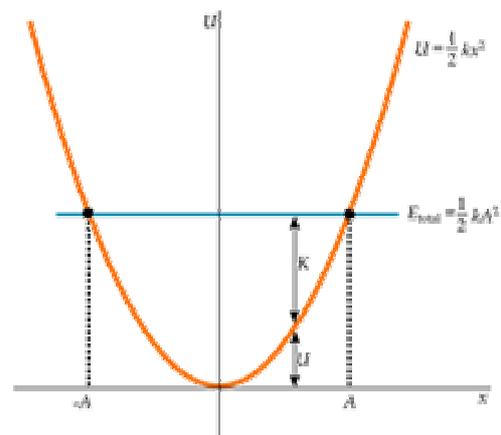
Advertimos las diferencias que existen según las Fuerzas actúen a lo largo de diferentes recorridos y también según el ángulo que formen las fuerzas con ese recorrido, esto nos lleva a definir un nuevo concepto: Trabajo, como el producto escalar de la fuerza por el desplazamiento y a considerar otro concepto, el de energía cuyas variaciones provienen del trabajo que realizan las fuerzas.

La expresión de la variación de la energía potencial gravitatoria para pequeñas distancias de la superficie de la Tierra viene dada por:

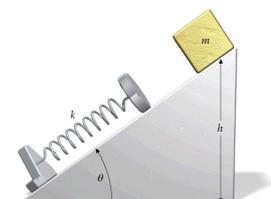
$m g h$

CUESTIONES

- Una persona camina un kilómetro por un sendero llano sin desplazar verticalmente su centro de gravedad ¿Qué trabajo ha realizado?
- Una fuerza constante actúa sobre una masa y se desplaza una cierta distancia ¿en qué caso el trabajo de esa fuerza puede ser cero?
- Diferencias y similitudes en el trabajo para subir una masa una cierta altura mediante una polea o subiendo por una escalera.
- Una persona eleva mediante una polea una masa desde el suelo a un tercer piso, en otra ocasión la misma masa la sube por la escalera ¿en qué caso realiza más trabajo para subir la masa?
- Un satélite de masa m se encuentra en órbita circular a una altura de 6 000 km sobre la Tierra ¿qué trabajo realiza la fuerza gravitatoria de la tierra sobre dicho satélite en una órbita?
- ¿Qué relación existe entre las fuerzas del campo gravitatorio y el potencial gravitatorio?
- ¿Qué característica tiene un campo de fuerzas conservativo? Pon algún ejemplo.
- Diferencias y similitudes en el trabajo para subir una masa una cierta altura muy pequeña comparada con el radio de la Tierra, sobre la superficie de la misma, y el trabajo para subir esa masa a una distancia de la Tierra comparable con el radio de ella.
- ¿Cuánto vale, respecto a la tierra, la energía potencial de una masa m que se encuentra en el infinito?
- ¿Qué podemos decir de un cuerpo que tiene energía total negativa respecto a la tierra?
- ¿Qué podemos decir de dos cargas que tienen energía potencial negativa?
- ¿Qué podemos decir del campo gravitatorio o del electrostático y de la fuerza gravitatoria o de la eléctrica respecto al trabajo que realizan?
- ¿Qué podemos decir del potencial gravitatorio o electrostático y de la energía gravitatoria o eléctrica?
- ¿En qué se parecen y en qué se diferencian el potencial gravitatorio de una masa puntual o esférica y el potencial electrostático de una carga eléctrica?
- ¿Qué ventaja tiene el plantear un problema aplicando la conservación de la energía frente a utilizar las fuerzas? Aplícalo al caso de dos bolas de billar en un choque elástico unidimensional.
- La gráfica de la figura representa la energía potencial de un muelle ¿Cómo podemos describir el movimiento de una masa unida a dicho muelle que se desplaza desde $-A$ hasta $+A$, en términos de energía? ¿Qué podemos decir de la fuerza que ejerce dicho muelle?
- ¿Qué trabajo realiza un campo magnético \mathbf{B} sobre una carga eléctrica q que viaja con una velocidad \mathbf{v} si actúa durante un metro?



- Utilizar el principio de conservación de la energía para tratar el sistema de la figura.



- ¿Son las fuerzas de rozamiento conservativas?