

III - INTERACCIONES: TAREAS 1 - resueltas

Fuerza entre dos personas.

III.1 – Calcular la interacción gravitatoria entre dos personas de masa 80 Kg que se encuentran separadas un metro, compárese con la fuerza que la Tierra ejerce sobre cualquiera de ellos. $G = 6.672 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ Kg}^{-2}$

Solución:

La fuerza de interacción entre dos masas viene dada por la ley de la gravitación universal de Newton:

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2} \mathbf{u}_r \quad G = 6.672 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ Kg}^{-2}$$

$$F = 6.672 \cdot 10^{-11} \cdot 80 \cdot 80 = 4.2 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

Si esta fuerza la expresamos en kp, su valor será unas diez veces menor es decir del orden de $4 \cdot 10^{-9}$ kp, del orden de centésimas de millonésimas el valor del peso de la persona, 80 kp.

Fuerza eléctrica en un átomo de hidrógeno

III.2 – En el átomo de hidrógeno el electrón está separado del protón por una distancia media aproximada de $5.3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ ¿Cuál es el módulo de la fuerza electrostática entre ambos? Carga del electrón $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Solución:

$$F = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2} \mathbf{u}_r \quad k = 1/(4 \pi \epsilon_0) = 8.99^9 \text{ N}^1 \text{ m}^2 \text{ C}^{-2}$$

$$F = 8.99^9 \text{ N}^1 \text{ m}^2 \text{ C}^{-2} (1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2 / (5.3 \cdot 10^{-11} \text{ m})^2 = 8.19 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

Comparación cuantitativa entre las fuerzas eléctrica y gravitatoria

III.3 – Calcular la relación que existe entre la fuerza eléctrica y la gravitatoria ejercidas entre el protón y el electrón de un átomo de hidrógeno.

Masa del protón $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, masa del electrón $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Solución: $2.27 \cdot 10^{39}$

Carga de cuerpos macroscópicos

III.4 – Dos cucharones de agua contienen cada uno 18.02 g, se encuentran separados 1m.

- Determinar la carga positiva y la carga negativa de uno de los cucharones.
- Determinar la fuerza gravitatoria entre dos masas de agua de 18.02 g.
- Supongamos que a una de las masas de agua le quitamos toda la carga negativa y que a la otra le anulamos la positiva ¿qué fuerza electrostática se ejercerá entre ambas?

Peso molecular del agua 18.02 g, número de Avogadro $6.02 \cdot 10^{23}$, $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Solución:

a) El oxígeno tiene 8 protones y 8 electrones, el hidrógeno un protón y un electrón, el agua está formada por un átomo de oxígeno y dos de hidrógeno, la carga tanto positiva como negativa de un mol de agua será el número de moléculas que hay en un mol multiplicado por el número de electrones o protones de cada molécula por la carga de cada uno de ellos:

$$6.02 \times 10^{23} \cdot 10 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 963\,000 \text{ C}$$

b) $6.672 \cdot 10^{-11} \cdot 18.2 \cdot 10^{-3} \cdot 18.2 \cdot 10^{-3} = 2.2 \cdot 10^{-14} \text{ N}$

c) $9 \cdot 10^9 \cdot 963 \cdot 10^3 \cdot 963 \cdot 10^3 = 8.3 \cdot 10^{21} \text{ N}$

Masa de la Tierra.

III.5 – Calcular la masa de la Tierra si su radio es de $6.4 \times 10^6 \text{ m}$,

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N kg}^{-2} \text{ m}^2$$

Solución: $6 \times 10^{24} \text{ kg}$

- Descripción del problema y planteamiento (qué sabemos):

La Tierra ejerce una fuerza sobre los cuerpos que se encuentran en su superficie a la que llamamos peso, si solamente actúa esta fuerza los cuerpos caen con una aceleración de 9.8 m s^{-2} . Esta fuerza la podemos expresar mediante la ley de gravitación universal suponiendo que la distancia, a efectos gravitacionales, entre la Tierra y estos cuerpos es el radio de la misma.

- Relaciones matemáticas:

Las descripciones anteriores se expresan matemáticamente en las siguientes expresiones:

Fuerza que ejerce la Tierra sobre un cuerpo en su superficie = Peso = $m \cdot g$

$$F = G \cdot M_T \cdot m / R_T^2$$

De estas dos expresiones despejamos la masa de la Tierra:

$$M_T = g \cdot R_T^2 / G = 9.8 \cdot (6.4 \times 10^6)^2 / 6.67 \times 10^{-11} = 9.8 \cdot 40.96 / 6.67 \cdot 10^{23} = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Peso

III.6 – ¿Cuánto pesa una persona de 80 kg que se encuentra en la estación espacial internacional? Radio de la órbita de la estación 360 km sobre la superficie de la tierra, comente el resultado. ¿Qué pesaría si se encontrase a una altura sobre la tierra igual al radio de esta?

Solución: 700 N; 195 N

Si llamamos peso a la fuerza con que la Tierra atrae a un objeto, de acuerdo con la expresión de la Ley de Gravitación Universal enunciada por Newton:

$$\begin{aligned} \text{Peso} &= G M_T m / d^2 = 6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times 80 / ((6.4 + 0.36) \cdot 10^6)^2 = \\ &= 3201.6 \times 10^{13} / 45.7 \times 10^{12} = 700 \text{ N} \end{aligned}$$

$$700 \text{ N} / 9.8 = 71.4 \text{ kp}$$

En la superficie de la Tierra $80 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} = 784 \text{ N}$

Su peso aparente en la Estación Espacial Internacional sería cero ya que cae hacia la Tierra con la misma aceleración que la estación espacial “cae”.

Si se encuentra a una altura igual al radio de la Tierra la fuerza sobre el cuerpo será:

$$\text{Peso} = G M_T m / d^2 = 6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24} \times 80 / (2 \times 6.4 \times 10^6)^2 = 195 \text{ N}$$

Es decir, la cuarta parte de lo que pesaba en la superficie de la Tierra dado que la distancia al centro de esta se ha duplicado y la fuerza varía con el inverso del cuadrado de la distancia.

Fuerza entre cargas en una dimensión

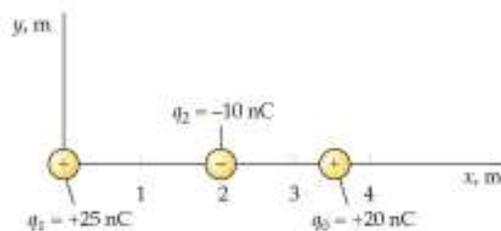
III.7 – Tres cargas puntuales se encuentran sobre el eje x; q_1 se encuentra en el origen, q_2 en $x = 2 \text{ m}$ y q_0 en $x (x > 2 \text{ m})$.

a) Encontrar la fuerza neta sobre q_0 ejercida por q_1 y q_2 si $q_1 = +25 \text{ nC}$, $q_2 = -10 \text{ nC}$ y $x = 3.5 \text{ m}$.

b) Encontrar una expresión para la fuerza neta sobre q_0 debida a q_1 y q_2 en el intervalo $2 \text{ m} < x < \infty$. Interpretar el resultado.

c) Si q_0 se encuentra en $x = 1 \text{ m}$ determinar la fuerza neta que actúa sobre esta carga.

Solución: $-432 \times 10^{-9} \text{ N}$

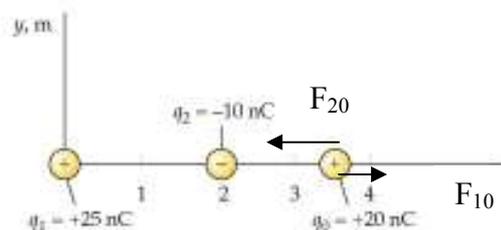


La fuerza entre dos cargas viene expresada por la Ley de Coulomb

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{d^2} \mathbf{u}_r \quad k = 1/(4 \pi \epsilon_0) = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$$

Cuando queremos encontrar la fuerza ejercida por varias cargas se suman las fuerzas de cada una de ellas como si no existieran las demás, es el llamado principio de superposición, hay que tener en cuenta que es una suma de vectores, en este caso estamos en una dimensión por lo que sumamos o restamos según los sentidos de las fuerzas.

a) La fuerza de la carga 1 sobre la carga 0 es repulsiva dado que ambas son positivas mientras que la fuerza de la carga 2 sobre la carga 0 es atractiva debido a que son de distinto signo.



$$F = F_{10} + F_{20} = k * q_1 * q_0 / d_{10}^2 - k * q_2 * q_0 / d_{20}^2$$

$$= 9 \times 10^9 * 20 \times 10^{-9} (25 \times 10^{-9} / 3.5^2 - 10 \times 10^{-9} / 1.5^2) = -9 \times 20 \times 2.4 \times 10^{-9} = -432 \times 10^{-9} \text{ N}$$

Fuerza negativa significa que va en sentido hacia la izquierda, aunque la carga 1 que repele a la 0 es mayor que la carga 2 que la atrae, como esta está más cerca el balance es negativo.

$$b) F = F_{10} + F_{20} = k * q_1 * q_0 / x^2 - k * q_2 * q_0 / (x-2)^2$$

Para puntos muy alejados x y $x-2$ podemos aproximarlos a x y tenemos:

$$F = F_{10} + F_{20} = k * q_0 (q_1 - q_2) / x^2$$

Observamos que a distancias grandes la fuerza es la debida a la suma de las cargas 1 y 2

c) Si ponemos la carga 0 entre la 1 y la 2 las fuerzas se sumarán.

$$F = 9 \times 10^9 * 20 \times 10^{-9} (25 \times 10^{-9} / 3.5^2 + 10 \times 10^{-9} / 1.5^2) = 9 \times 20 \times 2.4 \times 10^{-9} = 1.159 \times 10^{-6} \text{ N}$$