LA SIGNATURA DE UN SISTEMA COHERENTE

Jorge Luis Navarro Camacho

Discurso de ingreso leído por el Académico Electo:
Ilmo. Sr. D. Jorge Luis Navarro Camacho
en el acto de la Sesión Solemne de su Toma de
Posesión como Académico de Número, celebrado el 2
de junio de 2022 y discurso de contestación a cargo
del Académico de Número:
Ilm. Sr. D. José María Ruiz Gómez.

El autor agradece a los profesores Pascual Lucas Saorín y Luis J. Alías Linares el diseño del formato del texto. Así mismo, agradece al profesor José M. Ruiz Gómez su discurso de contestación y su colaboración en la revisión de este trabajo y las sugerencias y correcciones realizadas. En cualquier caso, la versión final del mismo, con sus posibles errores o incorrecciones, es responsabilidad única del autor.

Índice general

Presentación y agradecimientos

Excelentísimo Señor Presidente
Ilustrísimo Señor Secretario
Ilustrísimos Académicos
Excelentísimas e Ilustrísimas Autoridades
Señoras y Señores
Queridos amigos

Es para mí un auténtico honor estar aquí hoy para formalizar mi toma de posesión como Académico Numerario de la Academia de Ciencias de la Región de Murcia. Reconocimiento que recibo con enorme orgullo y sincero agradecimiento.

Agradecimiento en primer lugar hacia la Academia de Ciencias de la Región de Murcia y, en particular, a los ilustres académicos que han impulsado mi candidatura, D. Ángel Ferrández Izquierdo, D. José M. Ruiz Gómez y D. Pascual Lucas Saorín, y también a todos los académicos que apoyaron mi candidatura. Esta distinción supone para mí un inmenso orgullo, y la asumo con responsabilidad y compromiso.

En segundo lugar agradecer a mis "padres científicos" D. José María Ruiz Gómez (mi director de tesis doctoral) y D. Procopio Zoroa Terol (catedrático jubilado de la Universidad de Murcia tristemente fallecido en verano de 2020), iniciadores de esta línea de investigación en el Departamento de Estadística e Investigación Operativa de la Universidad de Murcia, así como a todos los profesores de mi grupo de investigación, mi departamento y de la Facultad de Matemáticas de esta universidad, sin los cuales nada de esto estaría ocurriendo. José María ha sido como un segundo padre para mí y sin su apoyo yo no estaría aquí. Agradecimiento también a la Ilma. Académica Dª Ángela Molina Gómez por su apoyo, amistad, y por el tiempo robado con José María.

También quiero mencionar a mis "hijos científicos" que tienen gran parte de este mérito. Por fecha de defensa de sus tesis doctorales, agradezco su colaboración y amistad a D. Antonio Guillamón (ex-director de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales y Profesor Titular de la UPCT), Dª. Yolanda del Águila (Profesora Titular de la Univ. Almería), D. Carlos J. Sandoval (Profesor Ens. Secundaria y Profesor Asociado de la UPCT), D. Pedro J. Hernández (Catedrático de Ens. Secundaria y Profesor Asociado de la UPCT y la UMU) y D. Rafael Rubio (Profesor Ens. Secundaria).

Como dijo recientemente nuestro monarca, su Majestad el Rey Felipe VI: "Investigar es colaborar". Por ello, mi agradecimiento también para todos mis coautores y para los que de una u otra forma me han ayudado en mi producción científica. Agradecer la financiación obtenida en diversos proyectos de investigación que me ha permitido difundir mi investigación y conocer a muchos de estos coautores. Pido disculpas por adelantado por si se me olvida alguno de ellos.

Dentro de la **Región de Murcia** me gustaría señalar a los profesores del departamento de Estadística e Investigación Operativa: J.M. Ruiz, N. Zoroa, F. Belzunce y M. Franco; a los profesores y alumnos UMU: J.S. Carrión (académico honorario), C. Navarro, M. Munuera, P. Fernández y M.C. Gómis, así como a la profesora de la UPCT: M.C. Ruiz.

Dentro de **España** señalar a los profesores de la **Univ. Almería:** Y. del Águila y J. Fernández; de la **Univ. Cádiz:** M.A. Sordo, A. Suarez-Llorens y A. Arriaza; de la **Univ. Cantabria y CUNEF de Madrid:** J.M. Sarabia; de la **Univ. Autónoma de Madrid:** N. Torrado y de la **Univ. Alicante:** J. Mulero.

Como coautores en **Europa** me gustaría destacar en **Italia** a F. Spizzichino (Univ. La Sapienza, Roma), F. Pellerey (Politécnico de Turín), A. di Crescenzo (Univ. Salerno), F. Durante (Univ. Salento), N. Loperfido (Univ. Urbino), M. Longobardi y C. Calì (Univ. Nápoles); en **Alemania** a M. Burkschat y E. Cramer (Univ. RWTH de Aachen); en **Turquía** a S. Eryilmaz (Univ. Atilim, Ankaran); en **Polonia** a T. Rychlik (Academia Polaca de las Ciencias), P. Mizula y K. Jasinski (Univ. Nicolaus Copernicus, Torun); en **Grecia** a G. Psarrakos (Univ. de El Pireo); en **Bélgica** a P. Mathonet (Univ. Liège); en **Luxemburgo** a J.L. Marichal (Univ. de Luxemburgo) y en **Francia** a C. Paroissin (Univ Pau et Pays Adour, Pau).

Por último, destacar a los autores siguientes de otros continentes. En **Canada:** N. Balakrishnan (Univ. McMaster, Hamilton); en **Estados Unidos de América:** F.J. Samaniego (Univ. California, Davis), M. Shaked (Univ. Arizona), S. Kotz (Univ. George Washington) y H.K.T. Ng (Southern Methodist University, Dallas, Texas); en **Irán:** M. Asadi y S. Ashrafi (Univ. de Isfahan), M. Alimohammadi y M. Esna-Ashari (Univ. Alzahra, Teheran, Iran) y A. Toomaj (Univ. Gonvad Kavous); en **India:** D. Bhattacharya (Univ. Visva–Bharati, West Bengal), S.M. Sunoj (Cochin University of Science and Technology); en **Australia:** A.G. Pakes (Univ. of Western Australia); en **Nueva Zelanda:** C.D. Lai (Massey University, Palmerston North) y en **Etiopía:** E. Wondmagegnehu (Univ. Asmara).

Por último agradecer el apoyo de toda mi familia, y en especial el de mis padres D. Jorge Navarro Olivares (ex Gerente de la Universidad de Murcia, ya fallecido) y Dª. Teresa Camacho Sánchez (recientemente fallecida), y padres políticos: D. Enrique Riquelme y Dª. Matilde Valcarcel (recientemente fallecida) y, cómo no, agradecimiento infinito a mi mujer Matilde, a mi hijo Pablo, que ya ha iniciado su andadura en la Facultad de Matemáticas, y a mi hija Julia, que cursa primero de Enseñanza Secundaria y estudios oficiales de Música y Violonchelo, pidiéndoles disculpas por el tiempo robado a ellos para mis investigaciones. Matilde es mi más importante coautora y Pablo y Julia son nuestros dos proyectos conjuntos más relevantes. Y claro, muchas gracias también a todos los presentes en este acto por su asistencia y por su atención.

Capítulo 1

Conceptos básicos

Como dice el prestigioso chef Ferrán Adriá, hay que comenzar definiendo de forma precisa aquello con lo que queremos trabajar (¿qué es un tomate?). En nuestro caso, primero intentaremos establecer qué es una “signatura” y qué un “sistema coherente”.

En el primer caso, muchos de los presentes estarán pensando que el término “signatura” es un traducción del inglés (verdadero, en ese idioma se usa *signature*) y que ese término ni siquiera aparece en el Diccionario de la Real Academia de la Lengua (falso). En ese diccionario (DRAE), la palabra **signatura** tiene cuatro acepciones:

- 1. f. Marca o nota puesta en una cosa para distinguirla de otras.

- 2. f. Señal de números y letras que se pone a un libro o a un documento para indicar su colocación dentro de una biblioteca o un archivo.

- 3. f. Tribunal de la corte pontificia compuesto de varios prelados, en el cual se determinan diversos negocios de gracia o de justicia.
- 4. f. Impr. Señal que con las letras del alfabeto o con números se ponía antes al pie de las primeras planas de los pliegos o cuadernos, y hoy solo al pie de la primera de cada uno de estos, para gobierno del encuadernador.

De todas estas definiciones, las que más se ajustan a nuestro propósito son la primera y la segunda (aunque hay que reconocer que la cuarta también tiene cierto interés iniciático). Nuestro objetivo es asignar un código numérico a cada sistema coherente que nos informe de sus principales características.

1.1. Sistemas coherentes

De esta forma llegamos a la segunda pregunta: ¿Qué es un sistema coherente? Comenzaremos viendo qué es un "sistema". Para ello, como sé que muchos estarán "temiendo" que esta charla matemática sea algo "poco agradable" (por ser suave), intentaré usar el menor número posible de fórmulas y expresiones matemáticas.

Formalmente, un sistema (binario con componentes binarias) es una función "booleana"

$$\phi : \{0,1\} \times \cdots \times \{0,1\} \to \{0,1\}$$

que a cada vector $(x_1,\ldots,x_n)$ de ceros y unos le asocia un valor $\phi(x_1,\ldots,x_n)$ igual a cero o uno. Aquí cada x_i representa el estado de la componente i-ésima (uno si funciona, cero si no) y $\phi(x_1,\ldots,x_n)$ el estado del sistema que depende completamente del estado de las componentes.

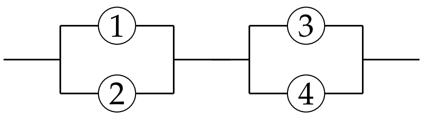
La palabra booleana hace referencia al matemático británico George Boole y al hecho de que en estos sistemas solo hay dos posibles estados representados por ceros y unos (datos booleanos). No hablaremos en esta charla de otros sistemas más complejos con distintos estados de funcionamiento, tanto para las componentes como para el sistema.

Como esta definición es muy abstracta, veamos un ejemplo. Así, podemos considerar el sistema de motores del avión Airbus A340, utilizado en vuelos de larga distancia, que mostramos en la Figura 1.1.

Figura 1.1: Avíon Airbus A340 que puede volar siempre que al menos funcione un motor en cada ala.

Este avión tiene cuatro motores (dos en cada ala) y puede volar en modo seguro siempre que al menos funcione un motor de cada ala. Es cierto que algunos aviones funcionan con un solo motor (ver vídeos en YouTube) o con los dos motores de un solo lado pero lo que hacen es aterrizar lo antes posible (modo de emergencia). Bueno creo que ya he convencido a muchos de ustedes sobre el interés que hay en estudiar estos sistemas.

El esquema de este sistema es:



Entonces, su función de estructura se puede escribir como

$$\phi(x_1, x_2, x_3, x_4) = \text{mín}(\text{máx}(x_1, x_2), \text{máx}(x_3, x_4))$$

Por ejemplo,

$$\phi(0, 0, 1, 1) = \text{mín}(\text{máx}(0, 0), \text{máx}(1, 1)) = \text{mín}(0, 1) = 0,$$

es decir, si fallan los dos motores de una ala, el sistema falla (o pasa al modo de emergencia) y

$$\phi(1, 0, 0, 1) = \text{mín}(\text{máx}(1, 0), \text{máx}(0, 1)) = \text{mín}(1, 1) = 1,$$

si fallan un motor en cada ala, el avión puede volar perfectamente (pero con cautela ya que un fallo más lo haría pasar al modo de emergencia).

¿Qué propiedades debe verificar un sistema ϕ para ser un sistema coherente? Veamos algunas propiedades que parecen sensatas. La primera es:

(i) $\phi(0, \ldots, 0) = 0$,

es decir, si todos los componentes fallan, el sistema falla. La segunda es similar:

(ii) $\phi(1, \ldots, 1) = 1$,

o sea, si todas las componentes funcionan, el sistema funciona. Por último, tenemos:

(iii) ϕ es creciente,

es decir,

$$\phi(x_1, \ldots, x_n) \leq \phi(y_1, \ldots, y_n) \text{ si } x_1 \leq y_1, \ldots, x_n \leq y_n.$$

Esta propiedad nos dice que el estado del sistema no puede empeorar al mejorar una (o varias) de sus componentes. Si se cumplen esas propiedades decimos que ϕ es un **sistema semicoherente**.

¿Qué le falta para ser "coherente"? Con la definición anterior $\phi(x_1, x_2) = x_1$ sería un sistema semicoherente. Este sistema tiene una componente irrelevante (la segunda) que no influye en el comportamiento del sistema. Para evitar esto se añade la propiedad siguiente:

(iv) ϕ no tiene componentes irrelevantes.

Otra opción es añadir la condición:

(v) ϕ es estrictamente creciente en cada variable en al menos un punto, es decir, para cada índice i se verifica

$$\phi(x_1, \ldots, x_n) < \phi(y_1, \ldots, y_n)$$

para unos valores concretos $x_1 = y_1, \ldots, x_i < y_i, \ldots, x_n = y_n$.

Esta propiedad significa que, en esas circunstancias, el estado del sistema coincide con el estado de la componente i-ésima, es decir, esta componente es relevante para el sistema.

Cuando se cumplan todas estas propiedades diremos que ϕ es un **sistema coherente**. En realidad basta con que se cumplan las propiedades (iii) y (v), es decir, ϕ es un sistema coherente si cumple las propiedades:

(iii) ϕ es creciente;

(v) ϕ es estrictamente creciente en cada variable en al menos un punto.

Se puede demostrar que las otras propiedades son consecuencia de estas dos propiedades.

Los resultados sobre sistemas coherentes se pueden trasladar a conceptos relacionados como los problemas de conexión o flujos en redes (dirigidas y no dirigidas) o los sistemas de votación.

1.2. Tiempos de vida

Nuestro objetivo es estudiar el tiempo de vida T del sistema. Esto es lo que en Probabilidad y Estadística llamamos **variable aleatoria (v.a.)** ya que su valor depende del azar. Así, aunque dos motores sean de la misma marca, su duración nunca será la misma.

Por este motivo, estas variables aleatorias se estudian mediante su **función de distribución**

$$F_T(x) = \Pr(T \leq x)$$

que proporciona la probabilidad de que el sistema falle antes de un tiempo x. Por motivos obvios, en este contexto se prefiere utilizar la **función de fiabilidad** (conocida también como **función de supervivencia** en ciencias biomédicas)

$$\bar{F}_T(x) = \Pr(T > x)$$

que proporciona la probabilidad de que el sistema funcione a esa edad x. Obviamente se verifica

$$\bar{F}_T(x) = 1 - F_T(x)$$

para todo $x \geq 0$.

Lo mismo ocurre con los tiempos de vida de las componentes $X_1, \ldots, X_n$ que también son variables aleatorias. Sus funciones de fiabilidad son $\bar{F}_i(x) = \Pr(X_i > x)$ para $i = 1, \ldots, n$. Las componentes son **idénticamente distribuidas** (ID) si $\bar{F}_1 = \cdots = \bar{F}_n$. Las componentes son **independientes** (I) si el valor de X_i no "afecta" a las otras componentes. En muchos casos se supone que las componentes son independientes e idénticamente distribuidas (IID).

Se puede demostrar (ver [1]) que la función de estructura ϕ se puede extender a todos los números reales $\phi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ de forma que

$$T = \phi(X_1, \ldots, X_n),$$

es decir, el tiempo de vida del sistema es una función de los tiempos de vida de las componentes. De hecho, T coincidirá con uno de los tiempos de vida de las componentes. Por ejemplo, el tiempo de vida del sistema de motores del avión es

$$T = \text{mín}(\text{máx}(X_1, X_2), \text{máx}(X_3, X_4)).$$

1.3. Estadísticos ordenados

Por último necesitamos saber qué son los estadísticos ordenados. Si $X_1, \ldots, X_n$ es una muestra (son variables aleatorias IID), se llaman **estadísticos ordenados** a sus valores ordenados de menor a mayor $X_{1:n}, \ldots, X_{n:n}$. Por ejemplo, si los datos de la muestra son 2, 4, 1, 1 y 5, entonces

$$X_{1:5} = 1,\ X_{2:5} = 1,\ X_{3:5} = 2,\ X_{4:5} = 4,\ X_{5:5} = 5.$$

Sus funciones de fiabilidad son $\bar{F}_{i:n}(x) = \Pr(X_{i:n} > x)$ para $i = 1, \ldots, n$. En muchas situaciones, solo se tienen informaciones sobre los tiempos más pequeños quedando los otros datos censurados. La utilización de estos datos ha sido (y es) uno de los temas más relevantes en Estadística investigados en las últimas décadas.

Los estadísticos ordenados se definen igual para los tiempos de vida de las componentes (aunque no sean IID), es decir, $X_{1:n}$, $\ldots, X_{n:n}$ representarán los tiempos de vida de las componentes ordenados de menor a mayor (o sus fallos ordenados en el tiempo). En este contexto, también representan los tiempos de vida de los sistemas k-*out-of*-n que funcionan si funcionan al menos k de sus n componentes.

1.4. Definición de signatura

El proceso de fallo de un sistema con cuatro componentes se puede representar como en la Figura 1.2.

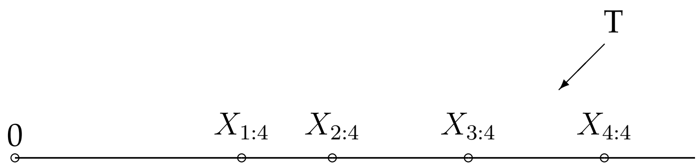


Figura 1.2: Proceso de fallo de un sistema con 4 componentes.

En general, si el sistema tiene n componentes, sabemos que fallará al fallar uno de ellos, es decir, $T = X_{i:n}$ para un $i = 1, \ldots, n$. De esta forma, podemos calcular la probabilidad de que el sistema falle con el fallo de la componente i-ésima:

$$s_i = \Pr(T = X_{i:n}), \text{ para } i = 1, \ldots, n.$$

Si las componentes son IID y no hay empates entre los tiempos de vida de las componentes, estas probabilidades no dependen de las distribuciones de las componentes y solo dependen de la estructura ϕ del sistema.

Así, llamaremos **signatura** del sistema coherente ϕ al vector formado con esa probabilidades:

$$\mathbf{s} = (s_1, \ldots, s_n).$$

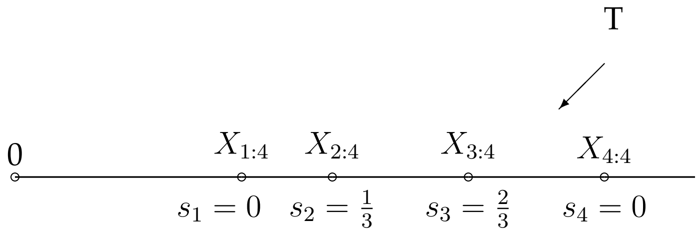


Figura 1.3: Probabilidades de fallo para el sistema de motores del avión.

Por ejemplo, para el sistema de motores del avión de la Figura 1.1 con componentes IID, se obtienen las probabilidades de fallo que podemos ver de la Figura 1.3. Por lo tanto, su signatura es $\mathrm{s} = (0, 1/3, 2/3, 0)$.

Capítulo 2

Representaciones basadas en signaturas

2.1. Representación de Samaniego

Francisco José Samaniego, profesor distinguido de la Univeridad de California, Davis, en Estados Unidos de América, publicó la primera representación basada en signaturas en el artículo:

[12] Samaniego, F.J. (1985). On closure of the IFR class under formation of coherent systems. IEEE Transactions on Reliability R-34(1), 69–72. Citas Scopus: 304.

Este artículo tiene 304 citas en Scopus (marzo 2022). Posteriormente publicó el libro siguiente sobre signaturas cuya portada puede verse en la Figura 2.1:

[13] Samaniego, F.J. (2007). System Signatures and their Applications in Engineering Reliability. Springer, New York.

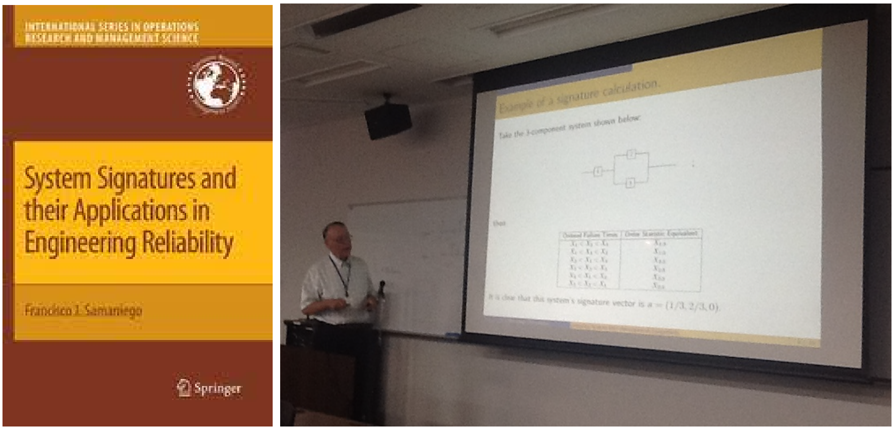


Figura 2.1: Libro sobre signaturas y Prof. F.J. Samaniego (Congreso MMR2015, Tokio).

En la foto de esa figura se puede ver al profesor Samaniego explicando el cálculo de la signatura de un sistema en el congreso Mathematical Methods in Reliability (MMR), celebrado en junio de 2015 en Tokio, Japón.

En ese artículo de 1985, el profesor Samaniego establece la primera representación que permite calcular la fiabilidad de un sistema coherente mediante su signatura. La podemos ver en el teorema siguiente.

Teorema 2.1 (Samaniego, 1985)**.** *Si $X_1, \ldots, X_n$ son IID con una función de fiabilidad continua, entonces la fiabilidad del sistema se puede calcular como*

$$\bar{F}_T(t) = s_1 \bar{F}_{1:n}(t) + \cdots + s_n \bar{F}_{n:n}(t) \tag{2.1}$$

para todo t, donde $s_i = \Pr(T = X_{i:n})$ para $i = 1, \ldots, n$.

Este teorema demuestra que la fiabilidad del sistema es una mixtura (mezcla) de las distribuciones de los fallos ordenados de las componentes (estadísticos ordenados) y que los pesos son precisamente los valores del vector signatura.

Como las funciones de fiabilidad de los estadísticos ordenados $\bar{F}_{1:n}, \ldots, \bar{F}_{n:n}$ se pueden calcular fácilmente a partir de $\bar{F}$ mediante

$$\bar{F}_{i:n}(t) = \sum_{j=0}^{i-1} F^j(t)\bar{F}^{n-j}(t),$$

usando (2.1), podemos calcular la fiabilidad de cualquier sistema a partir de su signatura.

2.2. Extensiones para componentes dependientes

Las hipótesis del teorema de Samaniego son muy restrictivas ya que necesitamos que las componentes sean IID y que tengan una función de fiabilidad continua.

Sin embargo, en muchas situaciones reales, las componentes son dependientes ya que comparten el mismo entorno (es decir, si una falla es más fácil que otras componentes fallen pronto). Por eso es muy importante su extensión a casos más generales (con dependencia).

La primera extensión, sin una demostración formal, apareció en el artículo:

[9] Jorge Navarro, José María Ruiz and Carlos J. Sandoval (2005). A note on comparisons among coherent systems with dependent components using signatures. Statistics and Probability Letters 72, 179–185. Citas JCR: 91.

La primera demostración formal para componentes intercambiables (EXC por su término en inglés) y con distribución absolutamente continua se publicó en el artículo siguiente. Se dice que $(X_1, \ldots, X_n)$ son EXC si su distribución conjunta no cambia al permutarlos.

[10] Jorge Navarro and Tomasz Rychlik (2007). Reliability and expectation bounds for coherent systems with exchangeable components. Journal of Multivariate Analysis 98, 102–113. Citas JCR: 129.

El profesor Tomasz Rychlik trabaja para la Academia Polaca de las Ciencias y es uno de los mejores matemáticos de Polonia. Visitó nuestro departamento en 2012 y pudo dar una lección magistral a nuestros alumnos de máster y doctorado.

La siguiente extensión apareció en el artículo:

[11] Jorge Navarro, Francisco J. Samaniego, N. Balakrishnan and Debasis Bhattacharya (2008). On the application and extension of system signatures in engineering reliability. Naval Research Logistics 55, 313–327. Citas JCR: 162.

El Prof. N. Balakrishnan (Bala), es profesor distinguido de la Universidad McMaster, en Hamilton, Canadá, es el mayor especialista mundial en estadísticos ordenados y es autor de más de 1500 publicaciones (Citas 81640, Índice h 86, fuente Google Scholar). Ha sido elegido recientemente (8 de septiembre de 2021) *Fellow of the Royal Society of Canada* (FRSC) y aparece en la posición 56 entre los mejores matemáticos del mundo en la primera edición (2022) del *Ranking of Top 1000 Scientists in the field of Mathematics*.

Debasis Bhattacharya, trabaja en el departamento de Estadística de la Universidad Visva–Bharati, West Bengal, India y, en esa época, era profesor visitante en la universidad del profesor Samaniego.

El teorema establecido en ese artículo es el siguiente.

Teorema 2.2 (Navarro et al., 2008). *Si $X_1, \ldots, X_n$ son intercambiables y ϕ es un sistema semicoherente basado en algunos (o todos) de esos componentes, entonces la fiabilidad del sistema se puede calcular como*

$$\bar{F}_T(t) = s_1^{(n)} \bar{F}_{1:n}(t) + \cdots + s_n^{(n)} \bar{F}_{n:n}(t) \tag{2.2}$$

para todo t, donde los pesos $s_1^{(n)}, \ldots, s_n^{(n)} \in \mathbb{R}$ solo dependen de ϕ.

Ese resultado contiene diversas extensiones.

Si el sistema ϕ es coherente, se extiende el resultado de Navarro y Rychlik [10] eliminando la condición de continuidad absoluta. En este caso los coeficientes coinciden con los de la signatura de Samaniego en el caso de continuidad, es decir, $s_i^{(n)} = s_i$ para todo $i = 1, \ldots, n$, pero pueden ser distintos de $p_i = \Pr(T = X_{i:n})$. De hecho, estos últimos pueden sumar más de uno (si hay empates, es decir, fallos simultáneos de las componentes).

Además, ahora podemos representar sistemas semicoherentes, es decir, sistemas con k componentes relevantes como si tuvieran n para cualquier $n > k$ (el resto de componentes son irrelevantes). Esto nos permitirá comparar sistemas con distinto número de componentes.

El vector numérico

$$\mathbf{s^{(n)}} = \left(s_1^{(n)}, \ldots, s_n^{(n)}\right)$$

se llama **signatura de orden n** del sistema. Como hemos mencionado antes, si el sistema es coherente (es decir $k = n$), esta signatura coincide con la signatura de Samaniego. Si la distribución conjunta de las componentes es absolutamente continua, entonces

$$s_i^{(n)} = \Pr(T = X_{i:n}),\ i = 1, \ldots, n.$$

Un ejemplo en ese artículo prueba que las representaciones (2.1) y (2.2) no se cumplen si eliminamos la condición ID sobre los componentes. Es decir, desafortunadamente (y sorprendentemente), esta representación no se puede extender a sistemas con componentes no idénticamente distribuidos.

Para comentar la última extensión necesitamos un concepto nuevo denominado "cópulas". Las "cópulas" son una herramienta fundamental en estadística para modelizar la dependencia entre variables aleatorias. De hecho, se comenta que una de las razones de la pasada crisis económica se debe a la utilización errónea de una cópula gaussiana (la cópula que mató a Wall Street).

El caso de "componentes intercambiables" (EXC) es equivalente a que las componentes sean ID y a que su cópula sea simétrica. El ejemplo del artículo de 2008 prueba que la condición ID no se puede eliminar. Sin embargo, en el artículo siguiente probamos que la condición de que la cópula sea simétrica se puede relajar mediante la condición de que sea *diagonal dependent* (DD), es decir, "dependiente en las diagonales", que es una condición mucho más débil. Esta extensión para componentes ID con cópula DD se publicó recientemente en el artículo:

Jorge Navarro, Juan Fernández-Sánchez (2020). On the extension of signature-based representations for coherent systems with dependent non-exchangeable components. Journal Applied Probability 57, 429–440.

Juan Fernández-Sánchez es profesor de instituto en Almería y forma parte del prestigioso grupo de investigación sobre cópulas de la Universidad de Almería. Es uno de los mejores especialistas en teoría de cópulas a nivel mundial.

En ese artículo se prueba que las cópulas DD son densas en el conjunto de todas las cópulas, es decir, que dada una cópula (estructura de dependencia), siempre podemos encontrar muy cerca de ella a una cópula DD. De esta forma, con esta extensión, podemos decir que, todos los sistemas con componentes ID se pueden representar mediante signaturas con una aproximación tan exacta como deseemos.

Pensamos que la representación de Samaniego basada en signaturas no se puede extender más ya que la condición ID no se puede eliminar.

Mencionar por último que sí que hay otras representaciones que permiten manejar de forma eficiente los casos más generales (no ID). Las más eficientes son las denominadas **representaciones basadas en distorsiones**. Su representación general se puede ver en el artículo siguiente (ver también [5]):

[6] Jorge Navarro, Yolanda del Águila, Miguel Ángel Sordo, Alfonso Suárez-Llorens (2016). Preservation of stochastic orders under the formation of generalized distorted distributions. Applications to coherent systems. Methodology and Computing in Applied Probability 18, 529–545. Citas JCR: 53.

En este artículo trabajé con la profesora Yolanda del Águila, de la Universidad de Almería, y con los profesores Miguel Ángel Sordo y Alfonso Suárez-Llorens, de la Universidad de Cádiz.

Capítulo 3

Comparaciones de sistemas usando signaturas

3.1. Comparaciones estocásticas

Nuestro objetivo es comparar los tiempos de vida de dos sistemas y establecer cuál de ellos es el más fiable. Existen diversas formas de comparar dos variables aleatorias X e Y (tiempos de vida en nuestro caso). El orden total donde X es siempre menor que Y casi nunca se cumple (es una condición demasiado fuerte). Otra opción es comparar sus medias (tiempos de vida esperados) aunque ésta es una comparación muy débil.

Por eso, en los últimos años, se han desarrollado diversas comparaciones para variables aleatorias. En este campo los investigadores nacionales hemos formado un grupo de trabajo dentro de la Sociedad de Estadística e Investigación Operativa (SEIO). Actualmente el grupo cuenta con 30 miembros, distribuidos en 15 universidades españolas. Sus objetivos se pueden ver en la web: `http://oea.seio.es`. Este grupo tiene un gran prestigio internacional y sus miembros mantienen relaciones fluidas con grupos similares de otros países.

Estos son los principales órdenes estocásticos:

- Orden estocástico (usual): $X \leq_{ST} Y$ si $\bar{F}_X \leq \bar{F}_Y$.
- Orden razón de fallo o de riesgo (*hazard rate*): $X \leq_{HR} Y$ si $\bar{F}_Y/\bar{F}_X$ crece. Esta condición es equivalente a

$$(X - t|X > t) \leq_{ST} (Y - t|Y > t), \text{ para toda edad } t.$$

- Orden vida media residual (*mean residual life*): $X \leq_{MRL} Y$ si $E(X - t|X > t) \leq E(Y - t|Y > t)$ para toda edad t.
- Orden razón de verosimilitudes (*likelihood ratio*): $X \leq_{LR} Y$ si $\bar{F}'_Y/\bar{F}'_X$ crece.

El orden estocástico (usual) compara las funciones de fiabilidad (o de supervivencia) e implica el orden en medias (tiempos esperados).

El orden razón de fallo es un poco más fuerte ya que compara las fiabilidades de los tiempos de vida residuales para cualquier edad t, es decir, si se verifica este orden, cualquier unidad de X con edad t será más fiable que una de Y con la misma edad. El orden ST solo compara las unidades nuevas y, por eso, es más débil.

El orden vida media residual (MRL por sus siglas en inglés) compara solo los tiempos de vida esperados para unidades con edad t. Por eso es más débil que el orden HR.

Por último tenemos el orden LR basado en el cociente de verosimilitudes (o densidades) que es el orden más fuerte de todos y que, a veces, es el más sencillo de verificar.

Sus relaciones se pueden ver en la tabla siguiente:

$$\begin{array}{ccccc} X \leq_{LR} Y & \Rightarrow & X \leq_{HR} Y & \Rightarrow & X \leq_{MRL} Y \\ & & \Downarrow & & \Downarrow \\ & & X \leq_{ST} Y & \Rightarrow & E(X) \leq E(Y) \end{array}$$

3.2. Comparaciones de sistemas

El teorema siguiente, extraído también de [11], establece que podemos comparar dos sistemas comparando simplemente sus signaturas de orden n. Este resultado extiende un resultado previo de Kochar, Mukerjee y Samaniego [2] para el caso de sistemas con componentes IID y distribución continua.

Teorema 3.1 (Navarro et al., 2008). *Si T_1 y T_2 son los tiempos de vida de dos sistemas semicoherentes con componentes $X_1, \ldots, X_n$ con distribución conjunta $\mathbf{F}$ intercambiable y signaturas de orden n $\mathbf{s}_1^{(n)}$ y $\mathbf{s}_2^{(n)}$, entonces:*

(i) Si $\mathbf{s}_1^{(n)} \leq_{ST} \mathbf{s}_2^{(n)}$, entonces $T_1 \leq_{ST} T_2$ para toda $\mathbf{F}$;

(ii) Si $\mathbf{s}_1^{(n)} \leq_{HR} \mathbf{s}_2^{(n)}$, entonces $T_1 \leq_{HR} T_2$ para toda $\mathbf{F}$ tal que $X_{1:n} \leq_{HR} \cdots \leq_{HR} X_{n:n}$;

(iii) Si $\mathbf{s}_1^{(n)} \leq_{HR} \mathbf{s}_2^{(n)}$, entonces $T_1 \leq_{MRL} T_2$ para toda $\mathbf{F}$ tal que $X_{1:n} \leq_{MRL} \cdots \leq_{MRL} X_{n:n}$;

(iv) Si $\mathbf{s}_1^{(n)} \leq_{LR} \mathbf{s}_2^{(n)}$, entonces $T_1 \leq_{LR} T_2$ para toda $\mathbf{F}$ continua o discreta tal que $X_{1:n} \leq_{LR} \cdots \leq_{LR} X_{n:n}$.

Este teorema es muy importante ya que permite comparar todos los sistemas con una estructura determinada comparando simplemente sus vectores signatura. Esto es mucho más sencillo. Además, el orden ST en las signaturas nos conduce al orden

ST en los tiempos de vida de los sistemas y lo mismo ocurre con los órdenes HR y LR. Sin embargo, para obtener el orden MRL entre los sistemas, necesitamos el orden HR entre las signaturas (el orden MRL no es suficiente).

El concepto de signatura de orden n nos permite comparar sistemas con distinto número de componentes (es decir, podemos comparar sistemas semicoherentes). Además, las comparaciones se pueden extender al caso intercambiable pero, en este caso, hay que suponer que los estadísticos ordenados están ordenados. Esto siempre es cierto en el orden ST (y por eso no necesitamos añadir esa condición en el apartado (i) del teorema), pero no siempre es cierto en los órdenes más fuertes (lo que también es sorprendente). Por eso se añaden esas condiciones en los apartados (ii), (iii) y (iv).

Este resultado nos permitió ordenar todos los sistemas con cuatro o menos componentes comparando sus signaturas. Estas signaturas se pueden ver en la Tabla 3.1 junto con sus tiempos de vida. El sistema correspondiente al avión aparece en la línea 21. Obsérvese que algunos sistemas tienen la misma signatura y, por lo tanto, tendrán la misma fiabilidad en el caso EXC de componentes intercambiable (y, en particular, en el caso IID). En nuestro caso, la signatura del sistema 21 coincide con la del sistema número 20.

Tabla 3.1: Tiempos de vida y signaturas de orden 4.

i	T_i	$\mathbf{s}^{(4)}$
1	$X_{1:1} = X_1$	$(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$
2	$X_{1:2} = \text{mín}(X_1, X_2)$ (2-series)	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, 0)$
3	$X_{2:2} = \text{máx}(X_1, X_2)$ (2-paralelo)	$(0, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2})$
4	$X_{1:3} = \text{mín}(X_1, X_2, X_3)$ (3-serie)	$(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, 0, 0)$
5	$\text{mín}(X_1, \text{máx}(X_2, X_3))$	$(\frac{1}{4}, \frac{5}{12}, \frac{1}{3}, 0)$
6	$X_{2:3}$ (2-out-of-3)	$(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$
7	$\text{máx}(X_1, \text{mín}(X_2, X_3))$	$(0, \frac{1}{3}, \frac{5}{12}, \frac{1}{4})$
8	$X_{3:3} = \text{máx}(X_1, X_2, X_3)$ (3-paralelo)	$(0, 0, \frac{1}{4}, \frac{3}{4})$
9	$X_{1:4} = \text{mín}(X_1, X_2, X_3, X_4)$ (4-serie)	$(1, 0, 0, 0)$
10	$\text{máx}(\text{mín}(X_1, X_2, X_3), \text{mín}(X_2, X_3, X_4))$	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, 0)$
11	$\text{mín}(X_{2:3}, X_4)$	$(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 0, 0)$
12	$\text{mín}(X_1, \text{máx}(X_2, X_3), \text{máx}(X_3, X_4))$	$(\frac{1}{4}, \frac{7}{12}, \frac{1}{6}, 0)$
13	$\text{mín}(X_1, \text{máx}(X_2, X_3, X_4))$	$(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 0)$
14	$X_{2:4}$ (3-out-of-4)	$(0, 1, 0, 0)$
15	$\text{máx}(\text{mín}(X_1, X_2), \text{mín}(X_1, X_3, X_4),$ $\text{mín}(X_2, X_3, X_4))$	$(0, \frac{5}{6}, \frac{1}{6}, 0)$
16	$\text{máx}(\text{mín}(X_1, X_2), \text{mín}(X_3, X_4))$	$(0, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, 0)$
17	$\text{máx}(\text{mín}(X_1, X_2), \text{mín}(X_1, X_3),$ $\text{mín}(X_2, X_3, X_4))$	$(0, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, 0)$
18	$\text{máx}(\text{mín}(X_1, X_2), \text{mín}(X_2, X_3),$ $\text{mín}(X_3, X_4))$	$(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$
19	$\text{máx}(\text{mín}(X_1, \text{máx}(X_2, X_3, X_4)),$ $\text{mín}(X_2, X_3, X_4))$	$(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$
20	$\text{mín}(\text{máx}(X_1, X_2), \text{máx}(X_1, X_3),$ $\text{máx}(X_2, X_3, X_4))$	$(0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 0)$
21	$\text{mín}(\text{máx}(X_1, X_2), \text{máx}(X_3, X_4))$	$(0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 0)$
22	$\text{mín}(\text{máx}(X_1, X_2), \text{máx}(X_1, X_3, X_4),$ $\text{máx}(X_2, X_3, X_4))$	$(0, \frac{1}{6}, \frac{5}{6}, 0)$
23	$X_{3:4}$ (2-out-of-4)	$(0, 0, 1, 0)$
24	$\text{máx}(X_1, \text{mín}(X_2, X_3, X_4))$	$(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$
25	$\text{máx}(X_1, \text{mín}(X_2, X_3), \text{mín}(X_3, X_4))$	$(0, \frac{1}{6}, \frac{7}{12}, \frac{1}{4})$
26	$\text{máx}(X_{2:3}, X_4)$	$(0, 0, \frac{3}{4}, \frac{1}{4})$
27	$\text{mín}(\text{máx}(X_1, X_2, X_3), \text{máx}(X_2, X_3, X_4))$	$(0, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
28	$X_{4:4} = \text{máx}(X_1, X_2, X_3, X_4)$ (4-paralelo)	$(0, 0, 0, 1)$

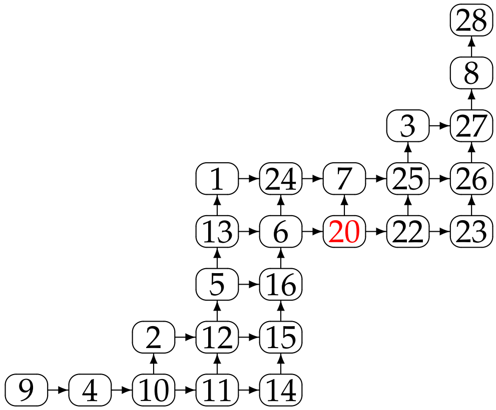


Figura 3.1: Órdenes ST para los sistemas de la Tabla 3.1 y componentes IID o EXC.

Los resultados de ordenación obtenidos para cada orden se pueden ver en las Figuras 3.1 (ST), 3.2 (HR y MRL) y 3.3 (LR). Las flechas indican los órdenes directos (en cada caso) y la propiedad transitiva nos permite comparar otros sistemas. Por ejemplo, nuestro sistema 21 es mejor ST (es decir más fiable) que el sistema número 5 ya que en la Figura 3.1 se verifica

$$5 \to 16 \to 6 \to 20 =_{ST} 21.$$

Esto será cierto para toda distribución conjunta intercambiable y, en particular, en el caso de componentes IID con cualquier fiabilidad $\bar{F}$. Estos resultados se conocen como *distribution free comparisons*, es decir, comparaciones que no dependen de la distribución.

Los sistemas no conectados por flechas no se pueden comparar usando signaturas (en general), pero puede que sí se puedan comparar en algunas distribuciones concretas. Es decir, las ordenaciones dependerán de las distribuciones de las componentes. Sin embargo, cuando estén ordenados mediante signaturas, esta ordenación será universal para cualquier tipo de componentes IID (sin restricciones) o EXC (verificando las ordenaciones para los estadísticos ordenados del Teorema 3.1).

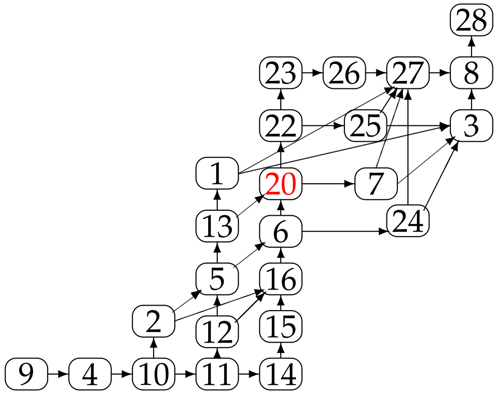


Figura 3.2: Ordenes HR (resp. MRL) para los sistemas de la Tabla 3.1 y componentes IID o EXC verificando $X_{1:4} \leq_{HR} X_{2:4} \leq_{HR} X_{3:4} \leq_{HR} X_{4:4}$ (resp. $X_{1:4} \leq_{MRL} X_{2:4} \leq_{MRL} X_{3:4} \leq_{MRL} X_{4:4}$).

Las figuras para los órdenes HR y MRL son idénticas porque ambas se basan en la ordenación HR de las signaturas (la ordenación MRL de las signaturas no es suficiente). Sin embargo, las condiciones sobre los estadísticos ordenados son diferentes (la del MRL es más débil).

Posteriormente descubrimos en Navarro y Rubio [8] que esas figuras no contienen todos los órdenes para el caso IID. Rafael Rubio es profesor de Bachillerato, realizó su tesis doctoral en la Universidad de Murcia. En ese artículo se prueba que con las signaturas se obtienen todos los órdenes del caso EXC, es decir, que las condiciones del Teorema 3.1 son necesarias y suficientes para las ordenaciones en el caso intercambiable con tiempos de vida ordenados. De esta forma, sabemos que no hay más ordenaciones en el caso EXC, pero descubrimos que, sorprendentemente, si usábamos signaturas de orden cinco, aparecían más ordenes para el caso IID.

Posteriormente desarrollamos otra técnica (no basada en signaturas) que sí obtenía todos los órdenes para el caso IID y que

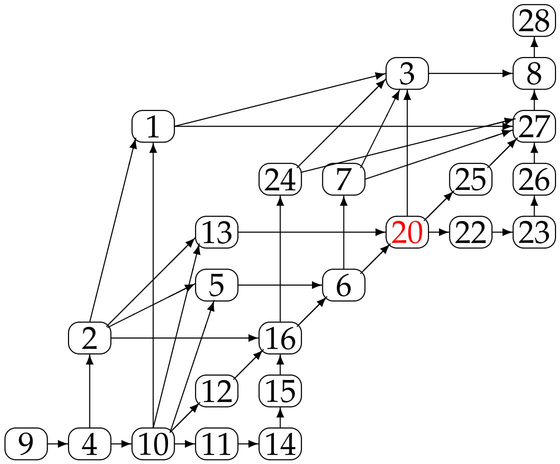


Figura 3.3: Órdenes LR para los sistemas de la Tabla 3.1 y componentes IID o EXC verificando $X_{1:4} \leq_{LR} X_{2:4} \leq_{LR} X_{3:4} \leq_{LR} X_{4:4}$.

también se podía usar en el caso de componentes no ID. Los resultados se pueden ver en [6] o en la revisión sobre comparaciones de sistemas realizada en [4].

Un resumen de los resultados básicos en la teoría de la fiabilidad de sistemas que incluye todos estos resultados, puede verse en el libro publicado recientemente:

[5] Jorge Navarro (2022). Introduction to System Reliability Theory. Springer. ISBN: 978-3-030-86952-6 (libro impreso). ISBN: 978-3-030-86953-3 (libro electrónico).

Este libro está basado en los apuntes para una de las asignaturas del Máster Universitario en Matemática Avanzada de la Universidad de Murcia titulada: *Análisis de la fiabilidad de sistemas.* Su portada aparece en la Figura 3.4.

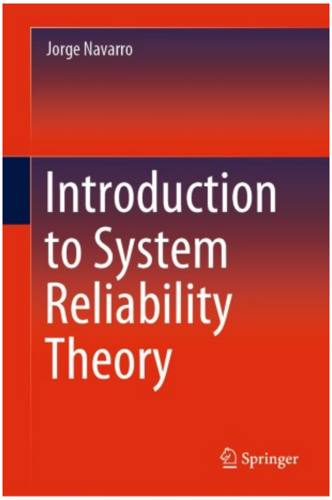


Figura 3.4: Libro sobre Fiabilidad de Sistemas publicado en 2022.

Capítulo 4

Impacto de la investigación en signaturas

El artículo siguiente analizó el impacto bibliográfico de la investigación en signaturas hasta 2020:

[3] S. Naqvi, P.S. Chan, D.B. Mishra (2021). System signatures: A review and bibliometric analysis. Communications in Statistics - Theory and Methods. DOI: 10.1080/03610926.2021.1937653.

En la Figura 4.1 podemos ver que los artículos principales sobre signaturas se pueden clasificar según su temática en siete grupos o clústeres. Las líneas indican sus relaciones (citas).

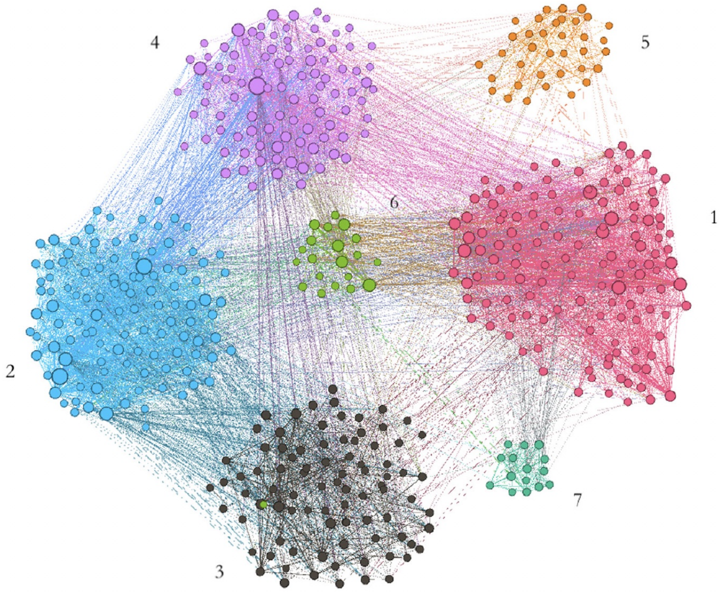


Figure 2. Structure of seven clusters.

Figura 4.1: Figura 2 en Naqvi et al. [3]. Grupos (clusters) de artículos similares sobre signaturas.

Los artículos líderes en cada uno de esos grupos se pueden ver en la Figura 4.2.

Table 7. The lead papers of each cluster based on PageRank.

Cluster 1	Cluster 2	Cluster 3
Navarro and Hernandez (2008a)	Samaniego (2007)	Barlow and Proschan (1975)
Navarro et al. (2008a)	Navarro and Rubio (2010)	Navarro, Ruiz, and Sandoval (2007)
Navarro and Hernandez (2008b)	Cramer and Kamps (2003)	Navarro, Ruiz, and Sandoval (2005)
Navarro and Rychlik (2007)	Shaked and Shanthikumar (2007)	Navarro (2016)
Samaniego (1985)	Boland (2001)	Navarro and Rychlik (2010)
Zhang (2010a)	Navarro, Balakrishnan, and Samaniego (2008b)	Shaked and Suarez-Llorens (2003)
Kochar, Mukerjee, and Samaniego (1999)	Samaniego, Balakrishnan, and Navarro (2009)	Navarro, Samaniego, and Balakrishnan (2011)
Triantafyllou and Koutras (2008)	Da, Zheng, and Hu (2012)	Zhang (2010b)
Li and Zhang (2008)	Asadi and Goliforushani (2008)	Navarro, Pellerey, and Di Crescenzo (2015)
Navarro and Shaked (2006)	Navarro, Samaniego, and Balakrishnan (2010)	Khaledi and Shaked (2007)
Cluster 4	**Cluster 5**	**Cluster 6**
Reed (2017)	Nelsen (2006)	Dugas and Samaniego (2007)
Feng et al. (2016)	Eryilmaz (2010)	Karlin (1968)
Eryilmaz, Coolen, and Coolen-Maturi (2018)	Asadi and Bayramoglu (2006)	Makri and Philippou (1996)
Coolen and Coolen-Maturi (2015)	Li and Zhao (2006)	Poursaeed and Nematollahi (2008)
Patelli et al. (2017)	Mahmoudi and Asadi (2011)	Iyer (1992)
Walter and Flapper (2017)	Bairamov, Ahsanullah, and Akhundov (2002)	Navarro, Ruiz, and Sandoval (2007)
Aslett, Coolen, and Wilson (2015)	Goliforushani, Asadi, and Balakrishnan (2012)	Levitin, Gertsbakh, and Shpungin (2011)
Coolen and Coolen-Maturi (2013)	Muller and Stoyan (2002)	Eryilmaz (2011)
Cha, Finkelstein, and Levitin (2017)	Marichal and Mathonet (2013a)	Gertsbakh, Shpungin, and Spizzichino (2012)
Finkelstein and Gertsbakh (2015)	Eryilmaz (2009)	Li and Zuo (2008)
Cluster 7		
Samaniego and Navarro (2016)		
Navarro and Rychlik (2010)		
Eryilmaz (2012)		
Da, Zheng, and Hu (2012)		
Mahmoudi and Asadi (2011)		
Kumar and Singh (2017)		
Marichal and Mathonet (2013b)		
Navarro and Rubio (2009)		
Franko and Tütüncü (2015)		

Figura 4.2: Tabla 7 en Naqvi et al. [3]. Grupos de artículos líderes en cada cluster.

En la Figura 4.3 podemos ver la Tabla 6 de Naqvi et al. [3] con los 20 artículos líderes sobre signaturas según el índice proporcionado por PageRank. Se hace lo mismo en la Figura 4.4 que contiene los 20 artículos y libros sobre signaturas líderes usando sus citaciones.

Table 6. Top 20 documents based on PageRank.

Author (year)	PageRank	Author (year)	PageRank
Samaniego (2007)	0.00920	Kochar, Mukerjee, and Samaniego (1999)	0.00482
Navarro and Rubio (2010)	0.00880	Navarro, Balakrishnan, and Samaniego (2008b)	0.00478
Navarro and Hernandez (2008a)	0.00705	Cramer and Kamps (2003)	0.00474
Navarro et al. (2008a)	0.00670	Triantafyllou and Koutras (2008)	0.00473
Navarro and Hernandez (2008b)	0.00668	Li and Zhang (2008)	0.00468
Navarro and Rychlik (2007)	0.00662	Shaked and Shanthikumar (2007)	0.00456
Samaniego (1985)	0.00657	Boland (2001)	0.00449
Zhang (2010)	0.00646	Kamps and Cramer (2001)	0.00434
Barlow and Proschan (1975)	0.00578	Samaniego, Balakrishnan, and Navarro (2009)	0.00419
Navarro, Ruiz, and Sandoval (2007)	0.00559	Navarro, Ruiz, and Sandoval (2005)	0.00401

Figura 4.3: Tabla 6 en Naqvi et al. [3] con los 20 artículos líderes sobre signaturas usando PageRank.

Table 5. Top 20 articles based on citations.

Author (year)	Total citations	Author (year)	Total citations
Lai and Xie (2006)	430	Navarro, Ruiz, and Sandoval (2005)	94
Samaniego (1985)	271	Doostparast, Kolahan, and Doostparast (2014)	89
Kuo and Zhu (2012)	232	Eryilmaz (2010)	80
Kochar, Mukerjee, and Samaniego (1999)	207	Navarro et al. (2013)	79
Navarro et al. (2008a)	161	Coolen and Coolen-Maturi (2013)	78
Navarro and Rychlik (2007)	130	Navarro and Spizzichino (2010)	73
Navarro, Ruiz, and Sandoval (2007)	127	Zhang (2010)	70
Khaledi and Shaked (2007)	103	Nair, Sankaran, and Balakrishnan (2013)	66
Boland (2001)	97	Li and Zhang (2008)	66
Navarro, Balakrishnan, and Samaniego (2008b)	95	Navarro and Hernandez (2008a)	63

Figura 4.4: Tabla 5 en Naqvi et al. [3] con los 20 artículos líderes sobre signaturas usando sus citaciones.

Y, por último, mi tabla favorita la tenemos en la Figura 4.5 en la que se muestran las organizaciones que más han contribuido en la teoría de signaturas, situando a la Universidad de Murcia en primer lugar por número de publicaciones.

Table 3. Top 10 contributing organizations.

Organization	Location	No. of publications
University of Murcia	Spain	69
University of Isfahan	Iran	52
Atilim University	Turkey	47
McMaster University	Canada	45
University of Durham	UK	30
University of California, Davis	USA	29
Izmir Ekonomi University	Turkey	27
Polish Academy of Sciences	Poland	23
Institute for Research in Fundamental Sciences	Iran	19
University of Liverpool	UK	19

Figura 4.5: Tabla 3 en Naqvi et al. [3] con las 10 organizaciones que más han contribuido en los artículos sobre signaturas.

Bibliografía

[1] Barlow, R.E., Proschan, F. (1975). Statistical Theory of Reliability and Life Testing. Holt, Rinehart and Winston, New York.

[2] Kochar, S., Mukerjee, H., Samaniego, F.J. (1999). The "signature" of a coherent system and its application to comparisons among systems. Naval Research Logistics 46, 507–523.

[3] Naqvi, S., Chan, P.S., Mishra, D.B. (2021). System signatures: A review and bibliometric analysis. Communications in Statistics - Theory and Methods. DOI: 10.1080/03610926.2021.1937653.

[4] Navarro, J. (2018). Stochastic comparisons of coherent systems. Metrika 81, 465–482.

[5] Navarro, J. (2022). Introduction to System Reliability Theory. Springer.

[6] Navarro, J., del Águila, Y., Sordo, M.A., Suárez-Llorens, A. (2016). Preservation of stochasticorders under the formation of generalized distorted distributions. Applications to coherentsystems. Methodology and Computing in Applied Probability 18, 529–545.

[7] Navarro, J., Fernández-Sánchez, J. (2020). On the extension of signature-based representations for coherent sys-

tems with dependent non-exchangeable components. Journal of Applied Probability 57, 429–440.

[8] Navarro, J., Rubio, R. (2011). A note on necessary and sufficient conditions for ordering properties of coherent systems with exchangeable components. Naval Research Logistics 58, 478–489.

[9] Navarro, J., Ruiz, J.M., Sandoval, C.J. (2005). A note on comparisons among coherent systems with dependent components using signatures. Statistics and Probability Letters 72, 179–185.

[10] Navarro, J., Rychlik, T. (2007). Reliability and expectation bounds for coherent systems with exchangeable components. Journal of Multivariate Analysis 98, 102–113.

[11] Navarro, J., Samaniego, F.J., Balakrishnan, N., Bhattacharya D. (2008). On the application and extension of system signatures in engineering reliability. Naval Research Logistics 55, 313–327.

[12] Samaniego, F.J. (1985). On closure of the IFR class under formation of coherent systems. IEEE Transactions on Reliability R-34, 69–72.

[13] Samaniego, F.J. (2007). System Signatures and their Applications in Engineering Reliability. Springer, New York.

Capítulo 5

Discurso de contestación a cargo del Académico de Número Ilmo. Sr. D. José María Ruiz Gómez

Excmo. Sr. Presidente

Ilmo. Sr. Secretario General

Dignísimas Autoridades

Ilmos. Sres. Académicos

Señoras y señores

Quiero expresar en primer lugar, mi agradecimiento a la Academia de Ciencias de la Región de Murcia, por encargarme la contestación al discurso de ingreso del Académico de Número Profesor Dr. Jorge Luis Navarro Camacho.

Agradecimiento, porque para mí es un enorme orgullo y alegría haber podido preparar esta contestación, no solo, por los excelentes méritos científicos que acumula el Dr. Navarro Camacho desde su incorporación a la Universidad de Murcia, sino también, porque fui profesor suyo cuando cursaba su licenciatura en Matemáticas en nuestra Universidad, dirigí su tesina de licenciatura, su tesis doctoral, hemos codirigido varias tesis doctorales y publicado distintos artículos conjuntamente. Entenderán entonces, que esta contestación no es una carga para mí, sino todo lo contrario.

Quiero agradecerte Jorge las palabras que me has dedicado en la magnifica lección que acabas de exponernos; fruto más de tu cariño que de la realidad. Para mi ha sido una enorme satisfacción haber participado en tu formación, pero si hoy estás aquí, es debido a tu inteligencia, rigor matemático y capacidad de trabajo.

Como es habitual en esta contestación glosaré los méritos del nuevo académico, dejando constancia de su dilatada carrera investigadora, así como, de los indicadores de calidad de la misma, que creo que justificarán su propuesta como Académico de

Número de nuestra institución. Indicaré también algunas de sus cualidades personales y humanas.

El Dr. Navarro Camacho es el mayor de cuatro hermanos y desde pequeño le encantaba ir al colegio. Hizo un bachillerato brillante en el instituto Floridablanca de Murcia. En esa época ya despuntaba maneras, era un trabajador nato, muy responsable, con una capacidad grande de razonamiento y ya, con cierto amor hacia las ciencias y sobre todo a las matemáticas. Sus padres poco tenían que preguntarle sobre los estudios, pues siempre obtenía buenas notas.

Siempre quiso ser matemático y tras el bachillerato, se convirtió en universitario en la antigua Facultad de Ciencias de la Universidad de Murcia, cursando la licenciatura en Ciencias Matemáticas durante los cursos académicos 1984-85 a 1988-89. Realizó una carrera brillante, a pesar de que no solo se dedicaba a estudiar; sino que le gustaba también salir con los amigos y disfrutar de la vida universitaria, jugar al baloncesto y tocar la guitarra.

Al año siguiente de finalizar su licenciatura, obtuvo mediante oposición una plaza de profesor de bachillerato y compatibilizó esta docencia en enseñanza secundaria, con la docencia en la Universidad de Murcia, donde había obtenido una plaza de profesor asociado, así como, con la realización de su tesis doctoral. En el año 1994, consiguió una ayudantía de facultad a tiempo completo en el Departamento de Matemática Aplicada y Estadística. Siempre había deseado dedicarse de forma exclusiva a la docencia e investigación en la Universidad y, aprovechó la concesión de esta plaza para pedir la excedencia voluntaria en su plaza de bachillerato; a pesar de la pérdida económica y de seguridad que le suponía. Defendió su tesis doctoral en el año 1995, obtuvo la titularidad en la Universidad de Murcia en el año 1997 y desde el año 2010 es catedrático.

Durante estos años sigue siendo una persona responsable, inteligente, gran compañero, su puerta del despacho siempre está abierta y tiene una gran entrega y capacidad de trabajo, siendo además Jorge una persona muy resolutiva. No deja para mañana lo que puede hacer hoy.

Es un buen docente, ha publicado varios libros de texto para las oposiciones de Matemáticas en Enseñanza Secundaria y Bachillerato, así como, varios textos universitarios sobre Probabilidad y Estadística. Si uno observa también su curriculum investigador llega a la conclusión de que no puede dormir. Pues no es así, no solo duerme, además le encanta desconectar de su vida laboral con su familia en su casa junto al mar al final de La Manga del Mar Menor.

A continuación resumiré su labor científica desarrollada a lo largo de su carrera universitaria.

Con relación a su investigación, la inició con su tesina de licenciatura, de ella publicó su primer artículo en el año 1994 en la revista americana IEEE Transactions on Reliability incluida en el repertorio Journal Citation Reports (JCR). Posteriormente, realizó su tesis doctoral en la línea de investigación: "Estudio de problemas de caracterización de modelos a través de medidas de fiabilidad". Sus resultados permitieron establecer la relevancia de esos modelos en diversas áreas, como Análisis de Supervivencia y Teoría de la Fiabilidad de Sistemas.

De forma natural, esta primera línea de investigación le condujo a una nueva línea de investigación sobre el estudio de la fiabilidad de los sistemas coherentes. Sobre las componentes de un sistema se suelen considerar dos hipótesis poco realistas. La primera, que las componentes son independientes entre sí, cuando en la práctica suelen tener alguna dependencia estructural ya que comparten el mismo entorno y, en general, el fallo de una componente afecta al funcionamiento del resto de componentes.

La segunda hipótesis que suele incluirse es que todas las componentes tienen la misma distribución, es decir, la misma probabilidad de fallo para cada tiempo.

En general, las componentes del sistema están sujetas a envejecimiento, es decir, a un deterioro gradual de sus características de funcionamiento perfecto y, por tanto, a un aumento creciente de la probabilidad de fallo de las mismas. Resulta entonces de mucho interés caracterizar, si es posible, el envejecimiento del sistema a partir del envejecimiento de las componentes y también comparar sistemas en algún sentido probabilístico para obtener el mejor de ellos. Por otra parte, es importante obtener representaciones de los mismos a través de distintas características. Ésta ha sido su principal línea de investigación y sus aportaciones han sido múltiples. Algunos de sus artículos han supuesto un avance fundamental en la teoría de la fiabilidad de sistemas.

Dentro de esta línea de investigación, acabamos de escuchar su brillante disertación sobre ”La signatura de un sistema coherente”, donde ha expuesto las distintas representaciones y comparaciones de sistemas, según el tipo de componentes. Ha obtenido nuevos resultados y extendido los resultados existentes a los casos más generales, correspondientes a componentes dependientes e intercambiables, y no idénticamente distribuidas. Para su resolución, introduce y relaciona con los sistemas y sus propiedades, las distribuciones distorsionadas y la moderna teoría de cópulas.

Se trata de una línea de investigación consolidada, con gran repercusión internacional, donde seguirá obteniendo resultados de interés y con una posibilidad alta de tener bastantes aplicaciones.

Como buen matemático le gustan los problemas difíciles y suele resolverlos de manera simple e ingeniosa. Por eso, además de estas líneas principales de investigación, siempre ha estado interesado en distintos problemas que surgían en líneas de investigación relacionadas. En estas nuevas líneas también ha obtenido resultados muy interesantes.

Por ejemplo, podemos destacar los trabajos sobre estimadores no paramétricos tipo "núcleo", tanto para la función de fiabilidad y medidas de envejecimiento, como para procesos de renovación. Otra línea importante fue la introducción a partir de una distribución inicial de las distribuciones sesgadas correspondientes. En esta línea resuelve problemas de caracterización de la variable inicial a partir de características de la distribución sesgada y preservaciones de órdenes estocásticos entre ambos modelos.

En numerosas aplicaciones, los datos que se obtienen proceden de distintas poblaciones, es decir, son datos heterogéneos. Por ejemplo en medicina, cuando se estudia un tratamiento sobre un grupo de población heterogéneo. Para modelizar estas poblaciones se considera el concepto de mixtura de distribuciones, que permite obtener una nueva distribución a partir de las distribuciones dadas y de los correspondientes pesos (importancia) de cada una. En esta línea estudia las funciones de fiabilidad y distintas medidas de fiabilidad de la misma, así como, relaciones entre ellas y su comportamiento asintótico.

También ha trabajado nuestro nuevo académico en Teoría de la Información y la Entropía, y en estudios sobre propiedades de sumas de variables aleatorias dependientes y modelos de reclamaciones extremas, con aplicaciones en diversas áreas como Teoría de Riesgos y Ciencias Actuariales.

Su labor investigadora se puede resumir en la publicación de más de ciento veinte artículos en revistas incluidas en el repertorio JCR, que se pueden ver en su página web oficial de la Universidad de Murcia: `https://webs.um.es/jorgenav`.

Destacar también su participación en numerosos congresos internacionales, muchos de ellos como ponente invitado e impartiendo varias conferencias plenarias. Ha pertenecido al comité organizador y al comité científico de varios de estos congresos. Ha participado en varios proyectos de investigación, tanto regionales como nacionales, siendo en varios de ellos, investigador principal.

Además, ha publicado artículos con más de cincuenta investigadores de universidades españolas, europeas, americanas, indias y australianas. Es Editor Asociado de distintas revistas internacionales recogidas en JCR. Ha dirigido cinco tesis doctorales, así como, distintos trabajos fin de grado y fin de máster y recientemente, ha publicado en la prestigiosa editorial Springer un libro sobre fiabilidad de sistemas.

Ha realizado también diversas labores de gestión en la Universidad de Murcia y es miembro de distintas asociaciones científicas, tanto nacionales como internacionales, como el ISI (*International Statistical Institute*).

Creo sinceramente que con los méritos expuestos hasta ahora y sin temor a equivocarme, el curriculum del Dr. Navarro Camacho define a un científico de excelencia. No obstante, vamos a utilizar distintas métricas, aceptadas por la comunidad científica, para medir la calidad de su investigación:

A nivel nacional, según fuente WOS, M-8950-2019, su índice de Hirsch, conocido como índice h, es de 31, siendo el número cuatro en España dentro de Estadística y Probabilidad y tiene 3277 citas. En Google Académico su índice de Hirsch es de 37 con 4370 citas y en Scopus su índice de Hirsch es de 33 con 3357 citas.

A nivel internacional, aparece en el área de Estadística y Probabilidad en las dos listas de investigadores destacados de la Universidad de Stanford, tanto en el año 2020 como en el año 2021, siendo uno de los treinta y uno investigadores de nuestra Universidad que aparecen en esas listas.

En la lista S6, 2020, top 2 % de la Universidad de Stanford correspondiente a las citas hasta el año 2019 en SCOPUS, ocupa la posición 332 de los 16942 investigadores y en la lista S7, 2020, top 2 % de la Universidad de Stanford, correspondiente a las citas en 2019 en SCOPUS, ocupa la posición 268 de 16942. En 2021, sus posiciones en esas listas fueron 329 de 19364 (S6, citas hasta 2020) y 202 de 19364 (S7, citas en 2020).

Los datos anteriores demuestran la excelencia de la investigación realizada por el Dr. Navarro Camacho. Por tanto, podemos garantizar que la Academia de Ciencias no se equivocó cuando le propuso como nuevo Académico Numerario. Además, con su característica solidaridad y responsabilidad ya ha escrito dos columnas de la Academia, que han sido publicadas en el periódico La Verdad de Murcia.

Me gustaría también tener un recuerdo para los padres de Jorge, Dª. Teresa Camacho y D. Jorge Navarro; por desgracia ya fallecidos. Conocí a ambos, su madre era una persona inteligente, decidida y trabajadora. Con su padre tuve más relación, pues fue gerente de la Universidad de Murcia cuando yo era Decano de la Facultad de Matemáticas. Era un hombre con una capacidad de trabajo enorme, como me comentaba su hijo, difícilmente llegaba a su casa antes de las nueve de la noche. Además era una persona que escuchaba, que mejoró enormemente su parcela en nuestra Universidad y, lo más importante, tomaba decisiones y resolvía los problemas. Esa capacidad de resolución la ha heredado nuestro nuevo Académico de su padre. A pesar de su trabajo, tenía siempre tiempo para salir con Teresa a tomar la cerveza, a comer o a cenar, junto a sus amigos y a menudo, nos hemos encontrado en los alrededores de la Plaza de las Flores. Fueron una pareja maravillosa y sus hijos así lo confirman. A todos sus hijos les educaron con los principios de respecto a los demás, honradez, trabajo y esfuerzo.

He dejado para final, y no por ello menos importante, a otra persona que ha influido mucho y bien en la vida de Jorge. En los años ochenta Jorge veraneaba en Santiago de la Ribera y, lógicamente allí tenía bastantes amigas y amigos, pero había una amiga que le hacía más tilín. Fue cuando finalizó su carrera, en el verano del año 1989, cuando se hicieron novios. Esa gran mujer es Dª Matilde Riquelme, la gran aliada de Jorge, y desde aquel día permanecen juntos. Matilde es Licenciada en Derecho por la Universidad de Murcia, trabaja como Oficial de Notaría, es una persona muy activa, inteligente, amiga de sus amigos y además, te convence con la palabra.

Matilde ha tenido suerte con Jorge, pero Jorge ha tenido un poquito más de suerte con Matilde. Tienen dos hijos maravillosos: Pablo, que ha continuado la estela de su padre y lo tenemos en la Facultad de Matemáticas donde este curso ha iniciado el doble grado de Matemáticas e Informática y Julia, con doce años, algo traviesa de pequeña, muy despierta y trabajadora y con mucho cariño a su colegio Maristas de Murcia, además le encanta la música y tocar el violonchelo. Según me comentan, quiere ser Ingeniera Biomédica. Estoy seguro de que ambos serán unos excelentes profesionales en sus futuros trabajos, como lo son sus padres en los suyos.

Hemos pasado las dos parejas ratos muy agradables y congresos maravillosos. Si importante es todo lo anterior, mi mayor alegría es saber que seguimos contando con vuestra amistad y vuestro cariño.

En nombre de todos los académicos de esta noble institución, te doy la bienvenida a la Academia de Ciencias de la Región de Murcia. Estamos convencidos de que tu aportación será muy eficiente en todas las actividades de esta Academia.

Felicidades querido Jorge, que hago también extensivas a tu mujer Matilde y a tus hijos Pablo y Julia, así como a toda tu familia y amigos.

Muchas gracias por su amable atención.