

# Cálculo estocástico

David Nualart  
Universitat de Barcelona

Con notas para Máster Matemática Avanzada y Profs.  
José Orihuela (Universidad Murcia)



Springer VideoMATH

Agnes Handwerk  
Harrie Willems



Wolfgang Doeblin

Wolfgang Doeblin, one of the great probabilists of the 20th century, was already widely known in the 1950s for his fundamental contributions to the theory of Markov chains. His coupling method became a key tool in later developments at the interface of probability and statistical mechanics. But the full measure of his mathematical stature became apparent only in 2000 when the sealed envelope containing his construction of diffusion processes in terms of a time change of Brownian motion was finally opened, 60 years after it was sent to the Academy of Sciences in Paris.

The film of Agnes Handwerk and Harrie Willems documents scientific and human aspects of this amazing discovery and throws new light on the startling circumstances of his death at the age of 25. I recommend it in the strongest terms.

Hans Föllmer, Faculty of Mathematics, Humboldt University, Berlin

DVD Video PAL Length: 80 min.

ISBN 978-3-540-71959-5



9 783540 719595



springer.com

DVD  
VIDEO  
PAL

Handwerk · Willems



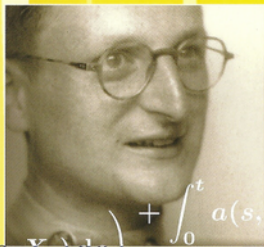
Wolfgang Doeblin

Springer VideoMATH

Agnes Handwerk  
Harrie Willems

# Wolfgang Doeblin

A mathematician rediscovered



$$X_t = x + \beta \left( \int_0^t \sigma^2(s, X_s) ds \right) + \int_0^t a(s, X_s) ds$$



Springer

multilingual  
version (PAL)  
English | French  
German



ERGEBNISSE DER MATHEMATIK  
UND IHRER GRENZGEBIETE  
HERAUSGEGEBEN VON DER SCHRIFTLEITUNG  
DES  
„ZENTRALBLATT FÜR MATHEMATIK“  
ZWEITER BAND

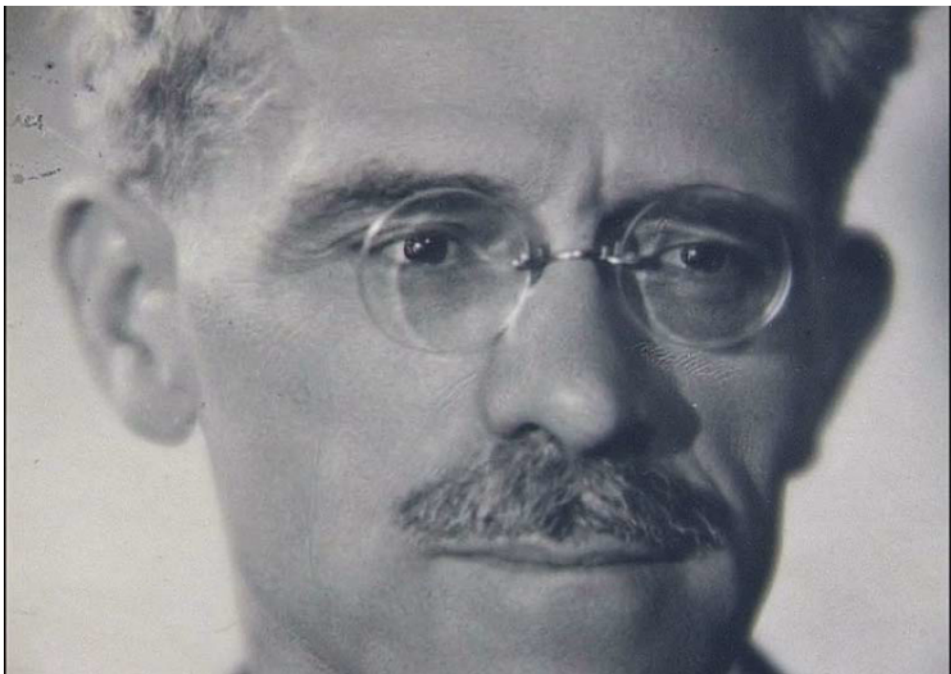
---

GRUNDBEGRIFFE DER  
WAHRSCHEINLICHKEITS-  
RECHNUNG

VON

A. KOLMOGOROFF





# ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 OCTOBRE 1958.

PRÉSIDENTENCE DE M. Aimé COTTON.

**MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS**

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ACADEMIE DES SCIENCES.

Note (1) de M. WOLFGANG DOERLIN,  
SEANCE DU LUNDI 24 OCTOBRE 1938.

PRESIDENCE DE M. Aimé COTTON.

Nous conservons les notations de  
allons nous restreindre au cas  
 $F(x, y, z)$  MEMOIRES ET COMMUNICATIONS  $G(x, y, z)$ , donc  
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADEMIE  
nous proposons d'étudier l'allure d





# Wolfgang Doeblin = Vincent Doeblin

- 1933. Los nazis queman los libros de su padre judío-alemán, la familia se exilia en Paris.
- 1935. La Sorbona, investigaciones en cadenas de Markov, traduce para M. Fréchet el libro de Kolmogorov de fundamentos del cálculo de probabilidades.
- 1936. Se nacionaliza francés y cambia de nombre.
- 1939. Defiende su tesis doctoral y marcha a la milicia francesa.
- 1939-40. Se encuentra con la guerra y durante tres meses en el frente escribe su manuscrito sobre la ecuación de Kolmogorov
- 1940. Manda su manuscrito como un a pli cacheté a la Academia de Ciencias de Paris.
- 1940. 20-21 Junio, quema todo su trabajo y se suicida rodeado por los alemanes.





# Wolfgang Doeblin = Vincent Doeblin

- 1933. Los nazis queman los libros de su padre judío-alemán, la familia se exilia en Paris.
- 1935. La Sorbona, investigaciones en cadenas de Markov, traduce para M. Fréchet el libro de Kolmogorov de fundamentos del cálculo de probabilidades.
- 1936. Se nacionaliza francés y cambia de nombre.
- 1939. Defiende su tesis doctoral y marcha a la milicia francesa.
- 1939-40. Se encuentra con la guerra y durante tres meses en el frente escribe su manuscrito sobre la ecuación de Kolmogorov
- 1940. Manda su manuscrito como un a pli cacheté a la Academia de Ciencias de Paris.
- 1940. 20-21 Junio, quema todo su trabajo y se suicida rodeado por los alemanes.

Le Receveur-Percepteur soussigné certifie que

Monsieur *Döblin Wolfgang*

demeurer à PARIS, rue *de Valenciennes*

ne figure actuellement à

des Contrôles  
de la Révision  
au domicile sus-indiqué

A Paris.



PREFECTURE DE POLICE



N° 373933 Série B  
CARTE D'IDENTITE

Nom *Döblin*

Prénoms *Wolfgang*

Profession *Interprète*

Né le *2. 3. 1915*

à *Berlin*

département *Allemagne*

Nationalité : Française

Domicile : *Paris*

*quai Henri Cochin*

SIGNALEMENT

Taille *1.63*

Cheveux *châtain*

Moustache

Yeux *bleus*

Signes particuliers

Nos. Dos, etc. Base

Dimension *22*

Forme générale de visage *oval*

Teint *rose*

Emplacement digitale

Signature du titulaire

*Wolfgang Döblin*

22 DEC. 1936

Paris, le

ang *DÖBLIN*

plus bref délai possible, et d'apporter

stulant ;

;

nption ;

(mari et femme) ;

193) (mari et femme) ;

ance pendant les trois

e, baux, quittances de

rons, de propriétaires

ceux délivrés avec l'as-

t indication du salaire ;

issance de chacun des

traductions) et, s'il y a

ce-de-Paix ;

ertificat de non impo-

niffre d'affaires (sculo-

ale) ;

devra signer une

, ou produire un cer

a marié où le mariage

ier timbré, ceux déli

ordinaire (Loi du 1

e, vi<sup>e</sup> arrondissement

# Wolfgang Doeblin = Vincent Doeblin

- 1933. Los nazis queman los libros de su padre judío-alemán, la familia se exilia en Paris.
- 1935. La Sorbona, investigaciones en cadenas de Markov, traduce para M. Fréchet el libro de Kolmogorov de fundamentos del cálculo de probabilidades.
- 1936. Se nacionaliza francés y cambia de nombre.
- 1939. Defiende su tesis doctoral y marcha a la milicia francesa.
- 1939-40. Se encuentra con la guerra y durante tres meses en el frente escribe su manuscrito sobre la ecuación de Kolmogorov
- 1940. Manda su manuscrito como un a pli cacheté a la Academia de Ciencias de Paris.
- 1940. 20-21 Junio, quema todo su trabajo y se suicida rodeado por los alemanes.

N° \_\_\_\_\_

Le Secrétaire soussigné certifie que M.

*Doebelin*

*Wolfgang*

né à

*Berlin*

département de

*Allemagne*

le

*17 Mars 1915*

, a été admis par la Faculté des Sciences,

le

*26 Mars*

*1938*, au grade de Docteur ès Sciences. *Maths*

(Mention : Très Honorable)

Le Secrétaire,

*Maurice*

Vu :

Le Doyen,



# Wolfgang Doeblin = Vincent Doeblin

- 1933. Los nazis queman los libros de su padre judío-alemán, la familia se exilia en Paris.
- 1935. La Sorbona, investigaciones en cadenas de Markov, traduce para M. Fréchet el libro de Kolmogorov de fundamentos del cálculo de probabilidades.
- 1936. Se nacionaliza francés y cambia de nombre.
- 1939. Defiende su tesis doctoral y marcha a la milicia francesa.
- 1939-40. Se encuentra con la guerra y durante tres meses en el frente escribe su manuscrito sobre la ecuación de Kolmogorov
- 1940. Manda su manuscrito como un a pli cacheté a la Academia de Ciencias de Paris.
- 1940. 20-21 Junio, quema todo su trabajo y se suicida rodeado por los alemanes.







# Wolfgang Doeblin = Vincent Doeblin

- 1933. Los nazis queman los libros de su padre judío-alemán, la familia se exilia en Paris.
- 1935. La Sorbona, investigaciones en cadenas de Markov, traduce para M. Fréchet el libro de Kolmogorov de fundamentos del cálculo de probabilidades.
- 1936. Se nacionaliza francés y cambia de nombre.
- 1939. Defiende su tesis doctoral y marcha a la milicia francesa.
- 1939-40. Se encuentra con la guerra y durante tres meses en el frente escribe su manuscrito sobre la ecuación de Kolmogorov
- 1940. Manda su manuscrito como un a pli cacheté a la Academia de Ciencias de Paris.
- 1940. 20-21 Junio, quema todo su trabajo y se suicida rodeado por los alemanes.

Reçu le 15 Mars

12 Mars 1940

Monsieur le Professeur,  
Permettez-moi de vous donner de mes nouvelles.  
Depuis janvier on a un peu voyagé, j'ai vu  
trois-quatre nouveaux cantonnements, on n'a  
pas toujours été bien installé, nous avons couché  
pendant plusieurs semaines après l'attaque sur  
la Belgique en janvier dans un grenier sans  
poêle dans lequel il neigeait et dans lequel  
on gelait drôlement. Mais maintenant depuis plus

...age des Ardennes  
mois de la guerre

J'ai fini m

Kolmogoroff il y

à un moment don

de Kolmogoroff et

renvoyé un bon

et ~~de~~ manuscrit

pli cacheté ; m





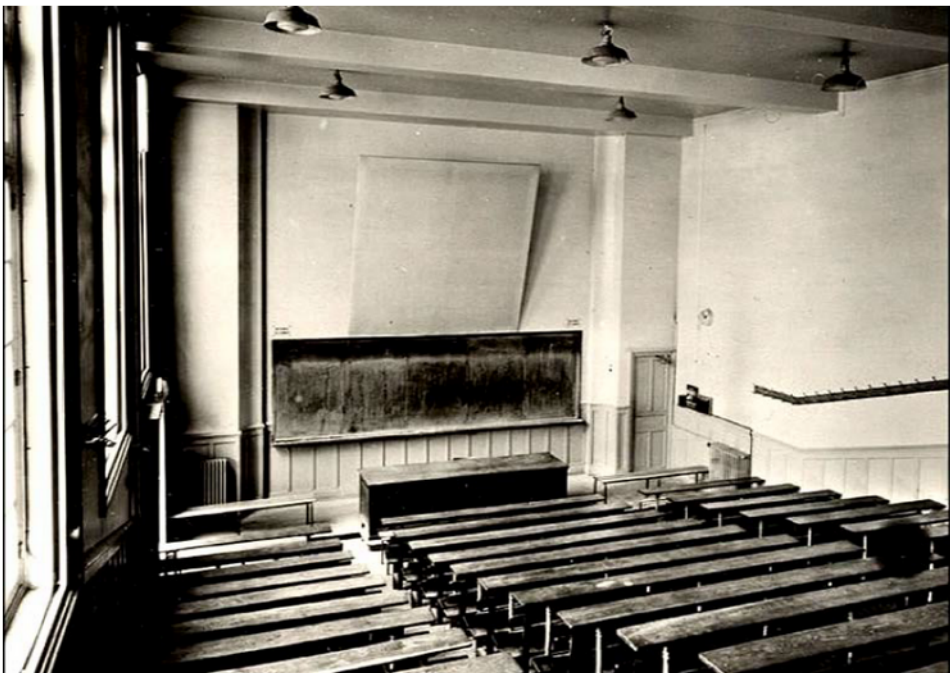


# Wolfgang Doeblin = Vincent Doeblin

- 1933. Los nazis queman los libros de su padre judío-alemán, la familia se exilia en Paris.
- 1935. La Sorbona, investigaciones en cadenas de Markov, traduce para M. Fréchet el libro de Kolmogorov de fundamentos del cálculo de probabilidades.
- 1936. Se nacionaliza francés y cambia de nombre.
- 1939. Defiende su tesis doctoral y marcha a la milicia francesa.
- 1939-40. Se encuentra con la guerra y durante tres meses en el frente escribe su manuscrito sobre la ecuación de Kolmogorov
- 1940. Manda su manuscrito como un a pli cacheté a la Academia de Ciencias de Paris.
- 1940. 20-21 Junio, quema todo su trabajo y se suicida rodeado por los alemanes.







Villes et Paysages  
de France



Recherches sur l'équation de Kolmogoroff<sup>(1)</sup>

Définition de l'équation de Kolmogoroff.  
 Considérons une particule mobile  $x$  se mouvant aléatoirement sur la droite (ou sur un segment de droite). Supposons qu'il existe une probabilité  $F(x, y; s, t)$  bien définie pour que la particule se trouvant à l'instant  $s$  dans la position  $x$  se trouve à l'instant  $t$  ( $t > s$ ) à gauche de  $y$ , probabilité indépendante du mouvement antérieur de la particule. Nous supposons  $F(x, y; s, t)$  mesurable (B) par rapport à  $x, s$  et  $t$  et solution de l'équation fonctionnelle





4  
Josephus Jacobson  
65 rue de Buffon, Lab. chimie organique

M. 668  
Wolfgang Doellin

Leg. R. H. 3<sup>e</sup> cat. Stat. Hagen.

Sachverhalt des  
Duplikationsschweig. 6. 13. 1940 1940

M. 669

Hagen

1911

1



$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 \right) = m v \frac{dv}{dt}$$

$$= m v \left( \frac{v}{r} \right) = \frac{m v^2}{r}$$

$$= \frac{m v^2}{r} \left( \frac{v}{v} \right) = \frac{m v^2}{r} \left( \frac{v}{v} \right)$$

and  $\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m v^2 \right) = m v \frac{dv}{dt}$   
 (Qual que seja o valor de  $v$ )  

$$= \frac{m v^2}{r}$$



## Partie II

# Sur l'équation de Kolmogoroff

par Wolfgang DOEBLIN

Accepté en la séance du 26 février 1940

enregistré sous le n° 11.668

Signé : A. Lacroix

Pli ouvert le 18 mai 2000 par la Commission des plis cachetés.

Le manuscrit ci-joint a été écrit au cantonnement de novembre 1939 à février 1940. Il n'est pas absolument complet et son extérieur se ressent des conditions matérielles dans lequel il a été écrit.

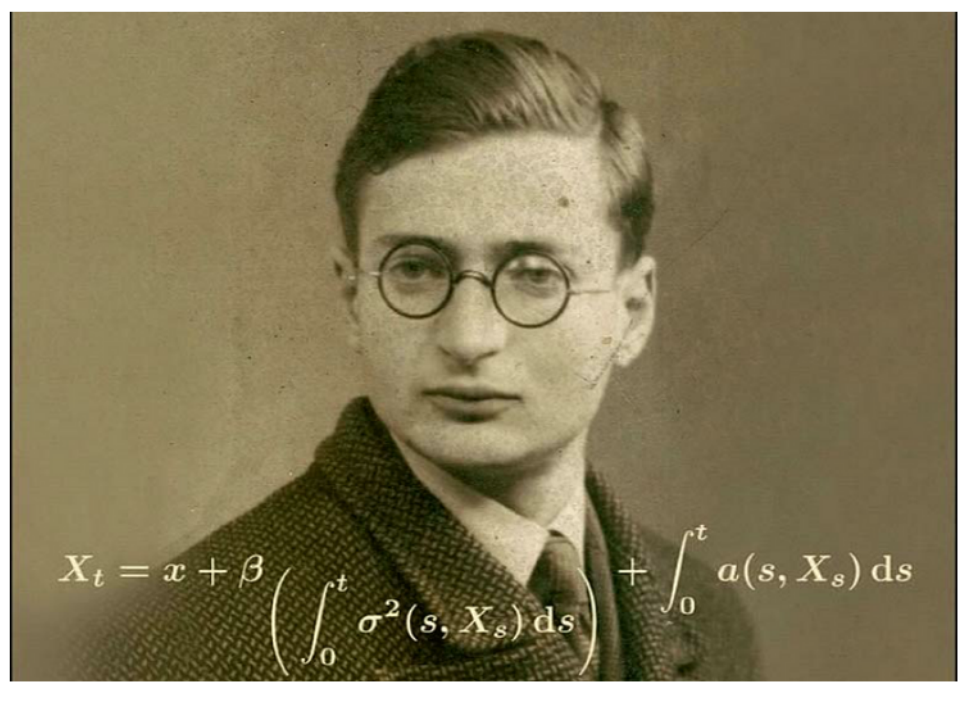
W. Doebelin

(1)

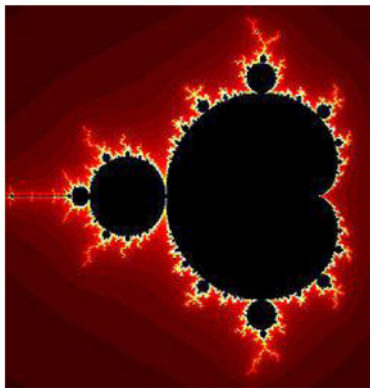
### Recherches sur l'équation de Kolmogoroff <sup>(1)</sup>

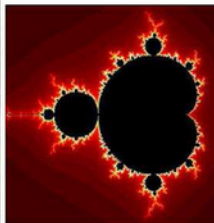
#### Définition de l'équation de Kolmogoroff

Considérons une particule mobile se mouvant aléatoirement sur la droite (ou sur un segment de droite). Supposons qu'il existe une probabilité  $F(x, y; s, t)$  bien définie pour que la particule se trouvant à l'instant  $s$  dans la position  $x$  se trouve à l'instant  $t (> s)$  à gauche de  $y$ , probabilité indépendante du mouvement antérieur de la particule. Nous supposerons  $F(x, y; s, t)$  mesurable


$$X_t = x + \beta \left( \int_0^t \sigma^2(s, X_s) ds \right) + \int_0^t a(s, X_s) ds$$

# Mandelbrot y el movimiento Browniano





"Randomness has more than one state"

SUAVE ~~~~~ SÓLIDO  
LENTA ~~~~~ LÍQUIDO  
SALVAJE ~~~~~ GASEOSO

FRACTIONAL BROWNIAN MOTION

Modelos de mercados financieros  
basados en el movimiento browniano  
"con alguna memoria"

NO SON MARTINGALAS

(Tienen arbitraje (Debaen, Schachmar))

+ costes de transacción desaparece el arbitraje

## Breathing and Brownian Motion



Moléculas de oxígeno se mueven por ediciones como un camino Browniano.  
¿Cuál es la forma óptima de una superficie para absorber el oxígeno de la forma más eficiente?

Si la superficie es demasiado rugosa (difusión fractal muy alta) el camino Browniano no podrá tocar la mayoría de la superficie.  
Jean Bourgain; La difusión fractal de una superficie que el Movimiento Browniano pueda tocar no puede ser cercana a 3.  
Tom Wigg - Estructuras en dim  $> 2$  accesibles por BM.  
CONDICIÓN (Peter Jones) La dimensión fractal máxima de una superficie accesible por caminos Brownianos es  $2.5$ .