Entregable 1.- Semana del 14 al 20 de Septiembre

1) Calcula todos los divisores de 7^3, $2^2 3^3$

2) Calcula el máximo común divisor de los siguientes pares de números y exprésalo en función de los mismos
   1. 39, 11
   2. 54, 14
   3. 56, 42
   4. 33, 21

3) Para las siguientes matrices,

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

suma y multiplica todos los posibles pares. Además indica qué multiplicaciones no son posibles. Recuerda que la multiplicación de matrices no es conmutativa.

4) Reduce las siguientes matrices a
   1. forma escalonada

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

   2. forma escalonada reducida

$$B=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Ejercicio	Respuesta
1	Los divisores de 7^3 son de la forma 7^k para k entre 0 y 3, por tanto son: 7^0, 7^1, 7^2 y 7^3 ; (el número total es de (3+1) = 4). Los divisores de $2^2 3^3$ son de la forma $2^i 3^j$ para i entre 0 y 2 y j entre 0 y 3, por tanto son: $2^0 3^0$,$2^0 3^1$,$2^0 3^2$,$2^0 3^3$,$2^1 3^0$,$2^1 3^1$,$2^1 3^2$,$2^1 3^3$,$2^2 3^0$,$2^2 3^1$, $2^2 3^2$ y $2^2 3^3$; (el número total es de (2+1)(3+1) = 3.4 = 12).
2	m.c.d(39,11) ? Tenemos 39 = 3.11+6 11 = 1.6 +5 6 = 1.5+1 5 = 5.1 + 0. Luego m.c.d(39,11) = 1. Utilizamos el teorema extendido de Euclides, para expresar este mcd en función de 39 y de 11, para ello hacemos

	1=6 +(-1).5 = 6 +(-1)(11 +(-1).6) = 2.6 + (-1).11 = 2.[39 + (-3).11] + (-1).11 = = 2.39 + (-7).11. m.c.d(54,14) ? Tenemos 54 = 3.14+12 14 = 1.12 +2 12 = 6.2+0. Luego m.c.d(54,14) = 2. Utilizamos el teorema extendido de Euclides, para expresar este mcd en función de 54 y de 14, para ello hacemos 2=14 +(-1).12 = 14 +(-1)(54 +(-3).14) = (-1).54 + 4.14. m.c.d(56,42) ? Tenemos 56 = 1.42+14 42 = 3.14 +0 Luego m.c.d(56,42) = 14. Utilizamos el teorema extendido de Euclides, para expresar este mcd en función de 56 y de 14, para ello hacemos 14 = 1.56 + (-1).42. m.c.d(33,21) ? Tenemos 33 = 1.21+12 21 = 1.12 +9 12 = 1.9+3 9 = 3.3 + 0. Luego m.c.d(33,21) = 3. Utilizamos el teorema extendido de Euclides, para expresar este mcd en función de 33 y de 21, para ello hacemos 3=12 +(-1).9 = 12 +(-1)(21 +(-1).12) = (-1).21 + 2.12 = (-1).21 + 2.[33 + (-1).21] = 2.33 + (-3).21.
3	La suma posible es A+B , ni A ni B pueden sumarse con C (distintos tamaños) $A+B=\begin{pmatrix}2 & 3\\1 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 2\\2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 5\\3 & 4\end{pmatrix}$ y B+A = A+B. Los productos posibles son (con matrices distintas) : A.B, B.A, A.C y B.C (C.A y C.B no son posible por los ordenes) $A.B=\begin{pmatrix}2 & 3\\1 & 2\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}1 & 2\\2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2.1+3.2 & 2.2+3.2\\1.1+2.2 & 1.2+2.2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8 & 10\\5 & 6\end{pmatrix}$ $B.A=\begin{pmatrix}1 & 2\\2 & 2\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}2 & 3\\1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1.2+2.1 & 1.3+2.2\\2.2+2.1 & 2.3+2.2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 7\\6 & 10\end{pmatrix}$ $A.C=\begin{pmatrix}2 & 3\\1 & 2\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}2 & 3 & 1\\1 & 2 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2.2+3.1 & 2.3+3.2 & 2.1+3.3\\1.2+2.1 & 1.3+2.2 & 1.1+2.3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7 & 12 & 11\\4 & 7 & 7\end{pmatrix}$ $B.C=\begin{pmatrix}1 & 2\\2 & 2\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}2 & 3 & 1\\1 & 2 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1.2+2.1 & 1.3+2.2 & 1.1+2.3\\2.2+2.1 & 2.3+2.2 & 2.1+2.3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 7 & 7\\6 & 10 & 8\end{pmatrix}$

4

A forma escalonada

$$A=\begin{pmatrix}2&3&1\\1&2&3\\1&2&2\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\\1&2&2\end{pmatrix}$$ `(permutamos fila 1 y 2)`

$$\begin{pmatrix}1&2&3\\2&3&1\\1&2&2\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&2&3\\0&-1&-5\\0&0&1\end{pmatrix}$$ (Hemos hecho $F_2 - 2F_1$ y $F_3 - F_1$)

$$\begin{pmatrix}1&2&3\\0&-1&-5\\0&0&1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&5\\0&0&1\end{pmatrix}$$ (Hacemos (-1)F_2)

A forma escalonada reducida

`(permutamos fila 1 y 3)`

$$B=\begin{pmatrix}2&3&1&2\\3&2&3&1\\1&2&2&4\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&2&2&4\\3&2&3&1\\2&3&1&2\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1&2&2&4\\3&2&3&1\\2&3&1&2\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&2&2&4\\0&-4&-3&-11\\0&-1&-3&-6\end{pmatrix}$$ (Hemos hecho $F_2 - 3F_1$ y $F_3 - 2F_1$)

`(permutamos fila 2 y (-1).3)`

$$\begin{pmatrix}1&2&2&4\\0&-4&-3&-11\\0&-1&-3&-6\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&2&2&4\\0&1&3&6\\0&-4&-3&-11\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1&2&2&4\\0&1&3&6\\0&-4&-3&-11\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&2&2&4\\0&1&3&6\\0&0&9&13\end{pmatrix}$$ (Hemos hecho $F_3 + 4F_2$)

$$\begin{pmatrix}1&2&2&4\\0&1&3&6\\0&0&9&13\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&2&2&4\\0&1&3&6\\0&0&1&13/9\end{pmatrix}$$ (Hemos hecho (1/9)F_3)

	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 13/9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 10/9 \\ 0 & 1 & 0 & 5/3 \\ 0 & 0 & 1 & 13/9 \end{pmatrix}$ (Hemos hecho $F_2 - 3F_3$ y $F_1 - 2F_3$) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 10/9 \\ 0 & 1 & 0 & 5/3 \\ 0 & 0 & 1 & 13/9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -20/9 \\ 0 & 1 & 0 & 5/3 \\ 0 & 0 & 1 & 13/9 \end{pmatrix}$ (Hemos hecho $F1 - 2F_2$)

Fecha máxima de entrega: Grupos 1, 2 y 3: Domingo 20 por tutoría de Sakai.
Grupo 4: lunes 21 en laboratorio.