

## Problemas de producto escalar

- Para los siguientes conjuntos de vectores calcula sus longitudes, los ángulos entre ellos y y conviértelos en una familia ortonormal
  - $\{(1, 1), (3, 1)\}$
  - $\{(2, 1, 1), (1, 0, 1), (3, 1, 0)\}$
  - $\{(2, 1, 1, 1), (1, 0, 1, 2), (3, 1, 0, 1)\}$
  - $\{(2, 1, 1, 2), (1, 0, 1, 2), (3, 1, 0, 1), (0, 0, 1, 1)\}$
- Para las siguientes bases, comprueba que son ortonormales, encuentra las coordenadas del vector  $v$  respecto a ellas y comprueba que el resultado es correcto
  - $\left\{\frac{(1,2)}{\sqrt{5}}, \frac{(-2,1)}{\sqrt{5}}\right\}, v = (3, 1)$
  - $\left\{\frac{(2,1,0)}{\sqrt{6}}, \frac{(-1,2,0)}{\sqrt{5}}, (0, 0, 1)\right\}, v = (1, 2, -1)$
- Construye una base con las condiciones dadas
  - Una base de  $\mathbb{R}^2$  formada por dos vectores de longitudes 2 y 3 y que formen un ángulo de  $60^\circ$
  - Una base de  $\mathbb{R}^2$  formada por dos vectores de longitudes 1 y 3 y que formen un ángulo de  $45^\circ$
  - Una base de  $\mathbb{R}^3$  formada por tres vectores de longitudes 1, 4 y 3 de forma que el primero y el segundo formen un ángulo de  $60^\circ$  y el tercero sea perpendicular a los otros dos
- Calcula una base ortonormal de los siguientes subespacios
  - $\langle (1, 2, 1) \rangle$
  - $\{(x, y, z) | x - z = 0\}$
  - $\langle (1, 2, 1), (0, 1, 2) \rangle$
  - $\{(x, y, z, t) | x - z = y + z + t\}$
- Para los siguientes subespacios, pon el vector dado como suma de un vector de  $W$  y otro perpendicular a  $W$ 
  - En  $\mathbb{R}^2, v = (1, 2)$  y  $W = \langle (1, 1) \rangle$
  - En  $\mathbb{R}^2, v = (1, 1)$  y  $W = \{(x, y) | x - 2y = 0\}$
  - En  $\mathbb{R}^3, v = (1, 2, 1)$  y  $W = \langle (1, 1, 2) \rangle$
  - En  $\mathbb{R}^3, v = (1, 0, 2)$  y  $W = \langle (x, y, z) | x - y + z = 0 \rangle$
  - En  $\mathbb{R}^4, v = (1, 2, 1, 2)$  y  $W = \langle (1, 1, 3, 4) \rangle$
- Para los siguientes subespacios, calcula la mejor aproximación de  $v$  por un vector de  $W$ 
  - En  $\mathbb{R}^3, v = (1, 1)$  y  $W = \langle (1, 3) \rangle$
  - En  $\mathbb{R}^3, v = (1, 0, 1)$  y  $W = \langle (1, 1, 2) \rangle$
  - En  $\mathbb{R}^3, v = (1, 1, 2)$  y  $W = \{(x, y, z) | x - 2y = 0\}$
  - En  $\mathbb{R}^4, v = (1, 0, 1, 2)$  y  $W = \langle (1, 1, 1, 2) \rangle$
  - En  $\mathbb{R}^4, v = (1, 3, 2, 1)$  y  $W = \{(x, y, z, t) | x - 2y + t = x + t = 0\}$