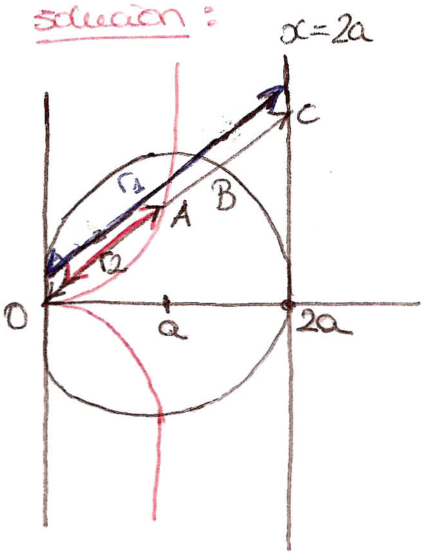
CRISTINA MARTÍNEZ PÉREZ.
ANTONIO R. MARTÍNEZ

Ejercicio 1.1.5.

Una curva cisoide es la generada por la suma de los vectores de posición de dos curvas fijas. La cisoide de Diocles es la curva generada por la diferencia entre el vector de posición de los puntos de una recta paralela al eje Y que pasa por el punto $(2a, 0)$ y el vector de posición de la circunferencia de radio a centrada en $(a, 0)$ como muestra la figura. Encuentra una parametrización de dicha curva.

Solución:



Utilizo coordenadas polares: $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\,\text{sen}\,\theta \end{cases}$

Tomo la recta $x = 2a$ (en polares) queda

$$r_1 \cdot \cos\theta = 2a \rightarrow r_1 = \frac{2a}{\cos\theta}$$

Ahora tomo la circunferencia de ecuación $(x-a)^2 + y^2 = a^2$ y volviendo a utilizar coordenadas polares queda $\rightarrow r_2 = 2a\cos\theta$

$$(r_2\cos\theta - a)^2 + r_2^2\,\text{sen}^2\theta = a^2$$

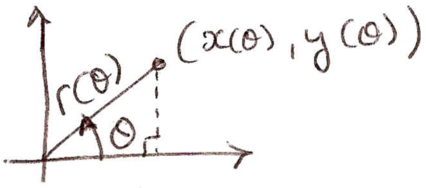
$$r_2^2\cos^2\theta + a^2 - 2ar_2\cos\theta + r_2^2\,\text{sen}^2\theta = a^2$$

$$r_2^2 - 2r_2 a\cos\theta = 0$$

$$r_2(r_2 - 2a\cos\theta) \begin{cases} \rightarrow r_2 = 0 \\ \rightarrow \boxed{r_2 = 2a\cos\theta} \end{cases}$$

Por la hipótesis $\overset{r(\theta)}{r} = r_1 - r_2 = 2a\left(\frac{1}{\cos\theta} - \cos\theta\right) = \frac{2a\,\text{sen}^2\theta}{\cos\theta}$

Para terminar tomo:



$$\begin{cases} x(\theta) = r(\theta)\cdot\cos\theta = 2a\,\text{sen}^2\theta \\ y(\theta) = r(\theta)\cdot\text{sen}\,\theta = 2a\,\dfrac{\text{sen}^3\theta}{\cos\theta} \end{cases}$$