

Diagonalización de matrices. Tomemos la matriz siguiente

```
(%i1) A: matrix(
      [0,-1,1],
      [0,-1,0],
      [2,0,-1]
      );
```

$$(\%01) \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Calculamos su matriz característica para lo que introducimos la identidad

```
(%i2) I:matrix(
      [1,0,0],
      [0,1,0],
      [0,0,1]
      );
```

$$(\%02) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matriz característica

```
(%i3) Acar:t*I-A;
```

$$(\%03) \begin{bmatrix} t & 1 & -1 \\ 0 & t+1 & 0 \\ -2 & 0 & t+1 \end{bmatrix}$$

Ahora el polinomio característico es su determinante

```
(%i5) Pol:determinant(Acar);
```

$$(\%05) t(t+1)^2-2(t+1)$$

Los valores propios son las raíces del polinomio característico, por tanto resolvemos

```
(%i7) solve([Pol], [t]);
```

$$(\%07) [t=1, t=-2, t=-1]$$

Lo que significa que los valores propios son 1,-2,-1; y por tanto la matriz diagonal D buscada es

```
(%i8) D: matrix(
      [1,0,0],
      [0,-2,0],
      [0,0,-1]
    );
```

$$(\%08) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Busquemos ahora los vectores propios asociados a cada valor propio. Recordemos que son los vectores (x,y,z) que cumplen A por dicho vector coincide con el producto del valor propio por tal vector.

-->

```
(%i9) v: matrix(
      [x],
      [y],
      [z]
    );
```

$$(\%09) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

```
(%i10) A.v;
```

$$(\%010) \begin{bmatrix} z-y \\ -y \\ 2x-z \end{bmatrix}$$

Esto debe coincidir con 1.v y por tanto el sistema es

```
(%i12) linsolve([z-y=x, -y=y, 2*x-z=z], [x,y,z]);
```

*solve: dependent equations eliminated: (3)*

$$(\%012) [x=\%r1, y=0, z=\%r1]$$

Que es compatible indeterminado y tomando el parámetro  $\%r1=1$  obtenemos el vector  $(1,0,1)$ . Ahora hacemos lo mismo para el valor propio  $-2$

-->

```
(%i13) linsolve([z-y=-2*x, -y=-2*y, 2*x-z=-2*z], [x,y,z]);  
solve: dependent equations eliminated: (3)  
(%o13) [x=- $\frac{\%r2}{2}$ , y=0, z=%r2]
```

Tomando  $\%r2=2$ , obtenemos el vector  $(-1,0,2)$ . Hay que repetir lo mismo con  $-1$ . Ya sólo resta terminar.