



Ecuaciones diferenciales ordinarias.

1. Compruebe que las funciones dadas son soluciones generales de las ecuaciones diferenciales siguientes (c es una constante):

$$(a) y = \frac{c}{\cos x}; y' - y \tan x = 0 \quad (b) y = \sqrt{x^2 - cx}; (x^2 + y^2)dx - 2xydy = 0$$

2. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$(a) (1 + y^2)dx + (1 + x^2)dy = 0;$$

$$(b) (y^2 + xy^2)y' + x^2 - yx^2 = 0;$$

$$(c) y \ln y dx + x dy = 0, y(1) = 1$$

$$(d) (1 + e^x)y dy = e^y dx, y(0) = 0;$$

$$(e) x\sqrt{1 + y^2} + yy'\sqrt{1 + x^2} = 0;$$

$$(f) \frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2 y}{\sin^2 x};$$

$$(g) 4x - 3y + y'(2y - 3x) = 0;$$

$$(h) xy' = y + \sqrt{x^2 - y^2};$$

$$(i) y' = \frac{2xy}{3x^2 - y^2};$$

$$(j) x + ye^{-x}y' = 0, y(0) = 1$$

$$(k) 2xy'(x^2 + y^2) = y(y^2 + 2x^2);$$

$$(l) y' + y^2 \sin x = 0;$$

$$(m) y' + y \cos x = \sin x \cos x;$$

$$(n) (a^2 - x^2)y' + xy = a^2;$$

$$(o) y' - 2xy = 2xe^{x^2};$$

$$(p) xy' + 2y = \sin x;$$

$$(q) (1 + x^2)y' - xy = x^2y^2;$$

$$(r) 3xy + y^2 + (x^2 + xy)y' = 0;$$

$$(s) 2y' \sin x + y \cos x = y^3(x \cos x - \sin x); \quad (t) 2xy^2 + 2y + (2x^2y + 2x)y' = 0;$$

$$(u) x + y \cos x = -y' \sin x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0;$$

$$(v) y' + \frac{2}{x}y = \frac{\cos x}{x^2}, y(\pi) = 0;$$

$$(w) x^2y' + 2xy = e^x \cos x, y(1) = 1.;$$

3. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$(a) y'' + 2y' - 3y = 0, y(0) = 1, y(1) = 0; \quad (b) y'' + 2y' - 3y = 6;$$

$$(c) y'' + 4y' + 4y = 0, y(0) = 1, y\left(\frac{1}{2}\right) = 1; \quad (d) y''' - 3y'' + 3y' - y = 0;$$

$$(e) y^{(5)} - 2y^{(4)} + 2y''' - 4y'' + y' - 2y = 0; \quad (f) y'' - y' = 2 \sin x;$$

$$(g) y'' - y = 0, y(0) = -3, y'(0) = 2; \quad (h) y'' + 2y' + y = \frac{\cos x}{e^x};$$

4. Un barco retrasa su movimiento por la resistencia del agua que es proporcional a su velocidad. La velocidad inicial del barco es 10 m/s ; después de 5 segundos su velocidad es 8 m/s . ¿Al cabo de cuánto tiempo la velocidad será de 1 m/s ?
5. La rapidez de enfriamiento de un cuerpo en el aire es proporcional a la diferencia entre la temperatura T del cuerpo y la temperatura T_o del aire. Si la temperatura del aire es de

$20^{\circ}C$ y el cuerpo pasa en 20 minutos de $100^{\circ}C$ a $60^{\circ}C$, ¿cuánto tiempo transcurrirá hasta que su temperatura descienda a $30^{\circ}C$?

6. Una fría mañana de noviembre (aproximadamente $2^{\circ}C$ de temperatura), en un oscuro y frío callejón, un vagabundo encuentra el cadáver de un hombre asesinado. La policía y el forense llegan a la escena del crimen a las 7:00 h. de la mañana, comprobando que la temperatura del cadáver es de $31^{\circ}C$. Una hora más tarde su temperatura ha descendido a 27° . Un testigo afirma que sólo vio salir del callejón a dos personas: el propio vagabundo, aproximadamente una hora antes de que llegara la policía; y un vecino del inmueble contiguo, alrededor de las cinco de la mañana. Suponiendo que la temperatura media de una persona es de 36° , ¿quién es el asesino?
7. La tasa de crecimiento de una determinada población de insectos en un instante dado, es proporcional al tamaño de la población en dicho momento. Si hay 180 insectos después del segundo día del experimento y 300 tras el cuarto día, ¿cuántos insectos había al comenzar?
8. Cuando se introduce glucosa por vía intravenosa a velocidad constante, el cambio en la concentración global $c(t)$ de glucosa en sangre, con respecto al tiempo, viene descrito por la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{dc}{dt} = \frac{G}{100V} - kc,$$

donde G denota la velocidad constante a que se suministra la glucosa, V es el volumen total de sangre en el cuerpo y k es una constante positiva que depende del paciente. calcular la función que nos permite expresar la concentración de glucosa en sangre en función del tiempo.

9. La tasa de crecimiento de una población de moscas de la fruta en un instante dado, es proporcional al tamaño de la población en dicho momento. Si hay 180 moscas después del segundo día del experimento y 300 moscas después del cuarto día, ¿cuántas moscas había originalmente?