

MEMORIA DE LAS ACTIVIDADES DE
LA ACADEMIA DE CIENCIAS EN
LA SEMANA DE LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA 2008

La Academia de Ciencias de la Región de Murcia ha participado en la Semana de la Ciencia y la Tecnología 2008 bajo el lema **LA OMNIPRESENTE CURVATURA**.

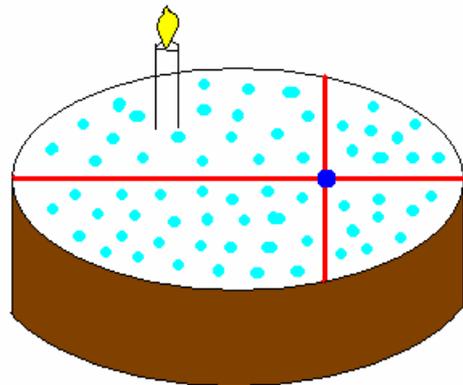
El objetivo fundamental era explicar al público en qué consiste el concepto de curvatura, algo que aparece con mucha frecuencia en nuestras vidas y que intuitivamente todos entendemos, pero que jamás imaginaríamos el alcance de ese concepto.

1. La curvatura de una superficie. Una definición intuitiva, pero rigurosa.

¿Qué se entiende por curvatura de un objeto?

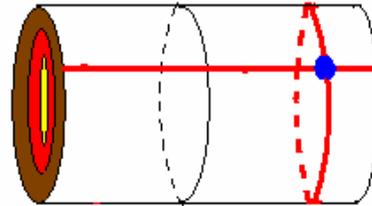
CASO 1º

Supongamos que tenemos una *tarta de cumpleaños*. Elegimos un punto de ella donde marcamos, con un cuchillo, dos cortes perpendiculares, es decir, dos rectas perpendiculares en dicho punto. Como las rectas no se curvan, diremos que –en ese punto– **la tarta tiene curvatura K igual a cero**.



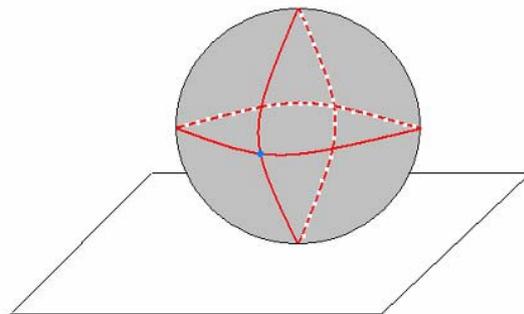
CASO 2º

Si la tarta es un *brazo de gitano* podríamos hacer lo mismo, pero ahora obtendríamos una recta y un trozo de círculo perpendiculares en el punto. De nuevo aparece una recta. Y aunque la otra no lo es, diremos que –en ese punto- **el brazo de gitano tiene también curvatura K igual a cero.**



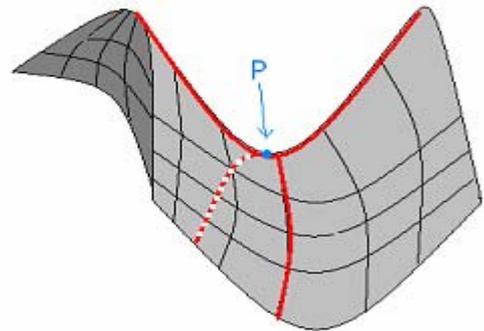
CASO 3º

¿Y si la tarta tuviese la forma de una naranja? Entonces los cortes nos darían dos trozos de círculo perpendiculares en el punto elegido. Pero nos damos cuenta que ambos se curvan hacia el mismo lado. Entonces diremos que –en ese punto- **la naranja tiene curvatura K positiva.**

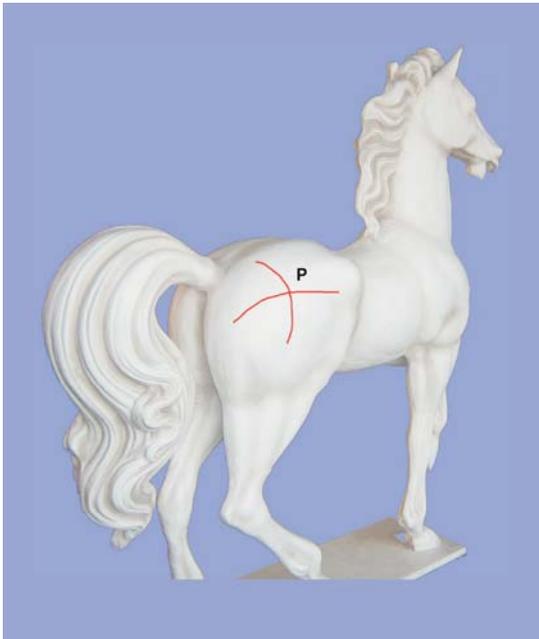


CASO 4º

Finalmente, la tarta podría tener una forma un poco extraña. Imaginemos que se parece a la forma de una silla de montar a caballo. Los cortes nos darían dos curvas perpendiculares en el punto elegido y cada una se curva hacia un lado. Entonces diremos que –en ese punto- **la tarta tiene curvatura K negativa.**



2. Ejemplos de curvatura en objetos reales. Un caballo, un caracol y la Tierra.



P es un punto de curvatura positiva



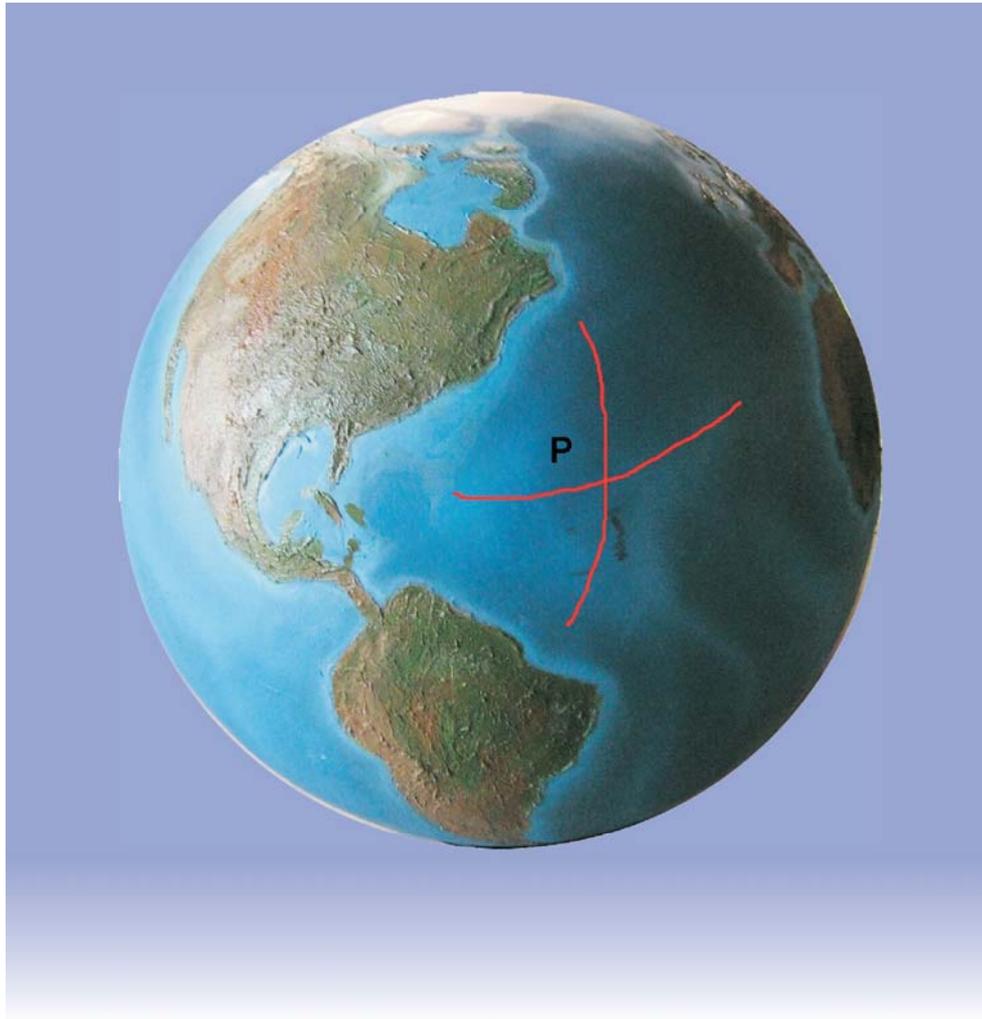
Q es un punto de curvatura negativa



P es un punto de curvatura positiva

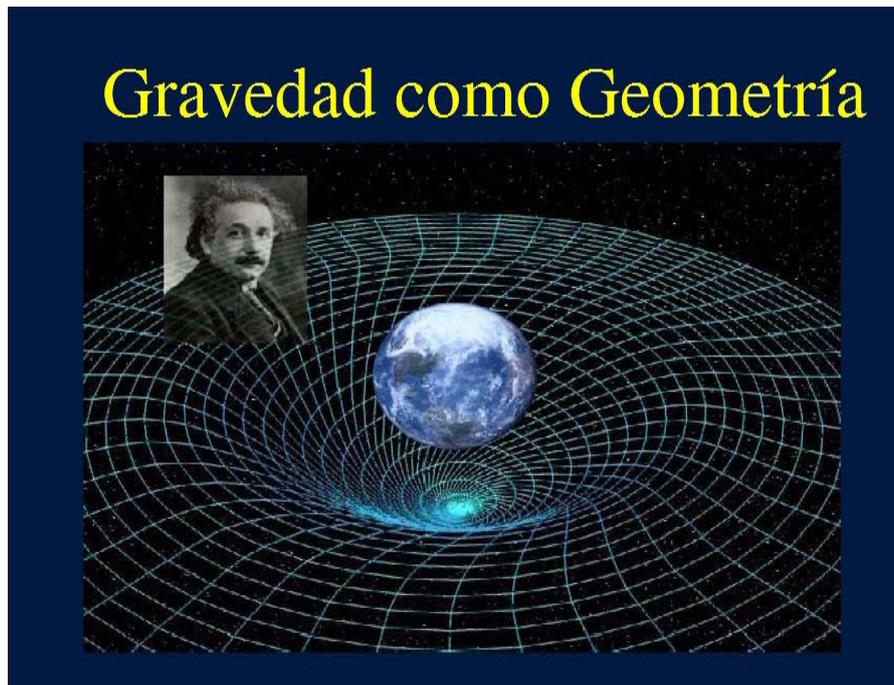


Q es un punto de curvatura negativa



**P es un punto de curvatura positiva.
La esfera tiene curvatura positiva en todos sus puntos.**

3. Curvatura y geodésicas.

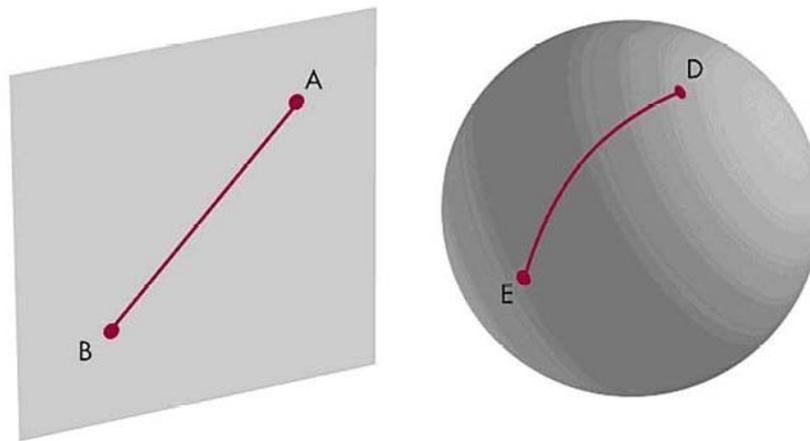


La masa de un planeta (o estrella) deforma el espacio (y el tiempo) y eso afecta a la forma de moverse de los objetos.

La luz en el espacio euclídeo se mueve siguiendo líneas rectas. Pero ¿qué se entiende por "línea recta" en un espacio no euclídeo, es decir, curvado?

Geodésica es la curva que, localmente, realiza la distancia más corta entre dos puntos. En un plano las geodésicas son las líneas rectas.

¿Y en una esfera? Serán los círculos máximos, es decir, los meridianos y el ecuador.

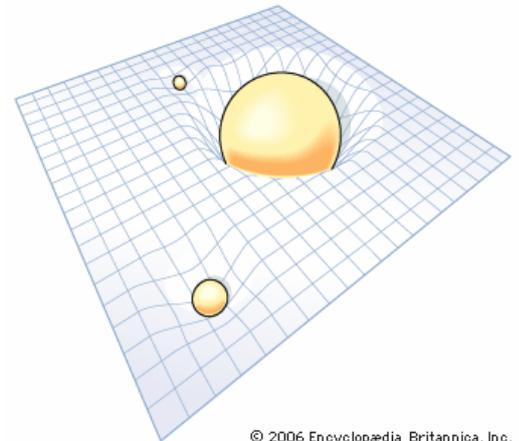
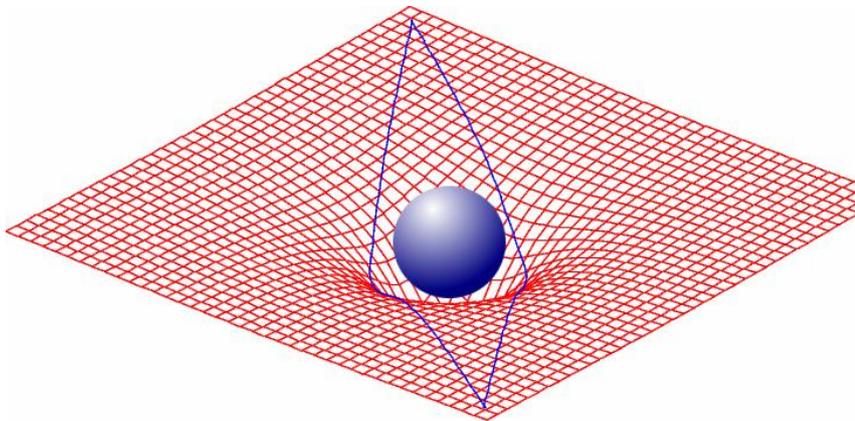


Geodésicas en un plano (un segmento de recta) y en una esfera (un segmento de círculo máximo)

4. La fuerza de gravedad como manifestación de la curvatura.

Un elemento esencial en la descripción de la naturaleza es la gravedad. A todos nos suena familiar la teoría de la gravedad de Newton, que establece que dos cuerpos masivos se atraen mutuamente mediante la fuerza gravitacional. Por esta razón los cuerpos caen, la tierra gira alrededor del Sol, etc. De acuerdo con la teoría de Newton, las fuerzas gravitacionales son instantáneas, de tal forma que si moviéramos al Sol ahora, sentiríamos el cambio de la fuerza gravitacional inmediatamente aquí en la Tierra.

La relatividad, por otra parte, dice que la información no puede viajar más rápido que la luz. Si movemos al Sol, sólo podríamos sentir el efecto en la Tierra después de 8 minutos, el tiempo que tarda la luz en viajar del Sol a la Tierra. Einstein se dio cuenta de que había una contradicción entre la relatividad y la teoría de Newton y encontró una manera de resolverla. Propuso que el espaciotiempo puede ser curvo, que tiene alguna forma. Esta forma está determinada por la distribución de la materia. Las partículas se mueven a lo largo de trayectorias que son las líneas de menor longitud en este espaciotiempo curvo. Así el Sol curva el espaciotiempo y la Tierra se mueve a lo largo de una trayectoria que es la línea de menor longitud.



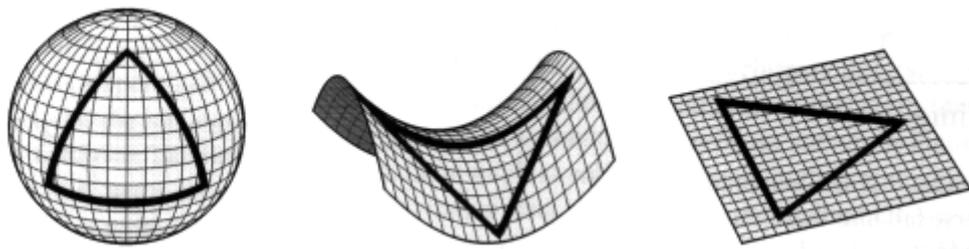
© 2006 Encyclopædia Britannica, Inc.

Trayectoria de un rayo de luz

La siguiente es una analogía. La descripción clásica del espaciotiempo y de las partículas en movimiento se asemeja a una mesa de billar donde las bolas se mueven, golpeándose unas con otras. Las bolas de billar se mueven pero la mesa es totalmente rígida y no se mueve. La teoría de Einstein es análoga a reemplazar la mesa de billar por una membrana elástica. Las bolas de billar modifican la forma de la membrana elástica. Si tenemos una bola de billar muy pesada deformaría más la membrana elástica y si tiramos otra bola, su trayectoria estaría determinada por la forma de la membrana elástica. De hecho, aun si no hubiera ninguna bola, la membrana elástica oscilaría y las ondas se propagarían.

En resumen, el espaciotiempo es dinámico, puede oscilar y moverse. ***La materia curva el espaciotiempo y el movimiento de la materia depende de la geometría del espaciotiempo.***

5. Averiguando la forma de nuestro Universo.



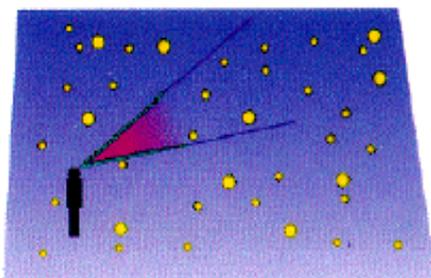
Los tres modelos de Universo se presentan en función de su curvatura. El modelo esférico o cerrado, de curvatura positiva; el hiperbólico, de curvatura negativa; y el llano, de curvatura positiva. Los dos últimos son modelos abiertos.

MODELOS DE UNIVERSO

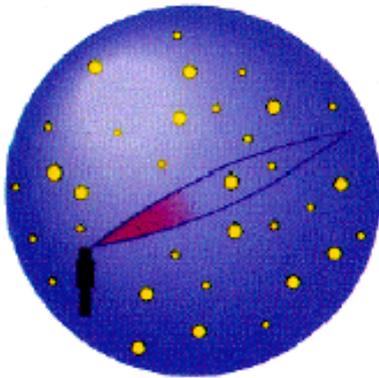
SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERIORES DE UN TRIÁNGULO

No curvado (plano)

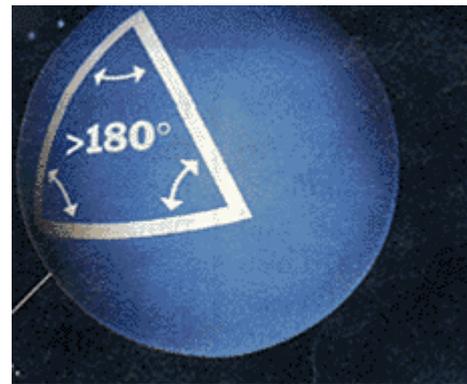
= 180°



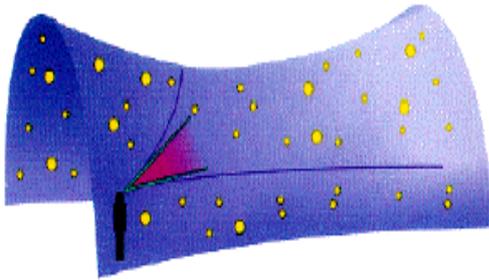
Positivamente curvado



Mayor que 180°



Negativamente curvado



Menor que 180°



6. La velocidad de escape.

¿Todo lo que sube, baja?

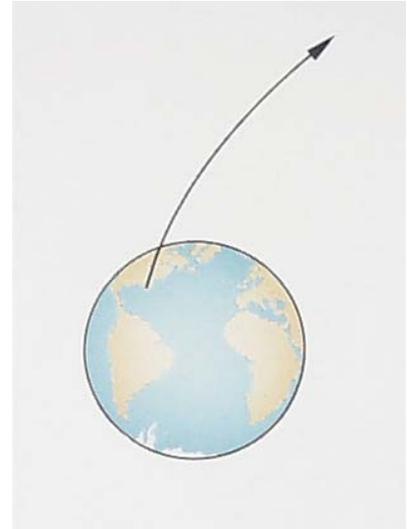
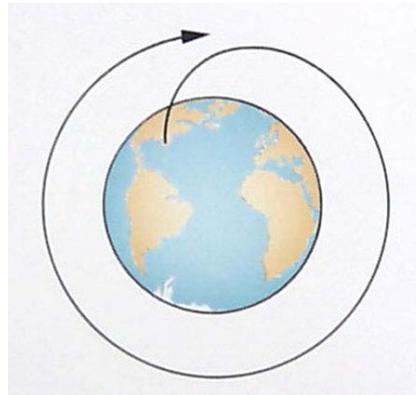
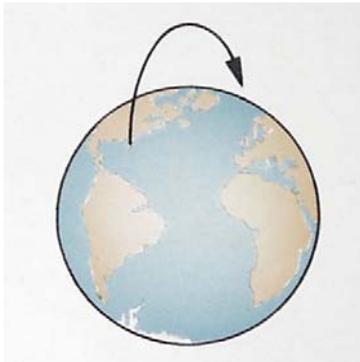
Según la teoría de la gravedad de Newton, sobre la superficie de la Tierra podemos sentir la atracción de la gravedad. Si arrojamus una piedra hacia arriba, pronto caerá debido a la fuerza de la gravedad. ¿Podríamos arrojar un objeto de tal forma que no cayera? Sí, siempre que lo lancemos con una velocidad igual o mayor que 11,2 km/s, pues entonces *escaparía* del campo gravitatorio de la Tierra.

La velocidad de escape es la velocidad mínima que tiene que adquirir un objeto para escapar de la atracción gravitatoria de un planeta o cualquier otro astro. Se puede calcular fácilmente a partir de la conservación de la energía cinética y potencial. Imaginemos el caso de un objeto que quiere salir de la Tierra disparado desde su superficie mediante un cañón muy potente. A la salida del cañón el objeto tendrá una velocidad y por tanto energía cinética. Energía que obliga al objeto a alejarse de la Tierra. Pero hay que tener en cuenta la energía gravitatoria que obliga al objeto a caer hacia la Tierra. Tenemos pues dos tipos de energía, la cinética y la gravitatoria. La cinética que tiende a impulsar el objeto hacia el infinito y la gravitatoria que tiende a hacerlo caer al suelo. En la situación de equilibrio de estas dos energías obtendremos la velocidad mínima a partir de la cual el objeto saldrá de la influencia gravitatoria terrestre y se alejara hacia el espacio exterior.

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

siendo G la Constante de Gravitación Universal ($6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{Kg}^2$).

La Tierra tiene una masa de $5,97 \times 10^{24}$ kg y un radio de $6,38 \times 10^6$ m, de manera que la velocidad de escape para la Tierra es de 11,1726 km/s, es decir, 40.221 km/h.



Agujeros negros

¿Que sucedería si la velocidad de escape de un astro fuera la velocidad de la luz? La respuesta es que este astro se convertiría en un agujero negro. La fuerza de la gravedad es tan intensa que ni la luz puede escapar, si no puede salir luz, no podemos verlo y nos aparece completamente negro. Además según la teoría de la relatividad la velocidad de la luz es la velocidad máxima que puede existir, de manera que nada puede salir de un agujero negro.

Hay matices sobre este asunto, pero no vamos a complicarlo ahora. Hago un estudio clásico pero concuerda con el estudio relativista. ¿Qué relación habrá entre la masa y el radio de un agujero negro? el cálculo es el balance energético entre la energía cinética y la gravitatoria, pero ahora colocando la velocidad de la luz.

$$c^2 = \frac{2GM_{an}}{R_{an}} \Rightarrow R_{an} = \frac{2GM_{an}}{c^2}$$

Este radio se conoce como el radio de Schwarzschild, introduciendo los valores numéricos de G y c obtenemos la relación entre el radio en metros y la masa de un agujero negro en kilogramos

$$R_s = 1,485 \cdot 10^{-27} M$$

Para la masa del Sol obtenemos un valor de 3 km, es decir, si pudiésemos comprimir el Sol hasta un radio de 3 km se convertiría en un agujero negro. Para la Tierra el radio de Schwarzschild es de 9 milímetros. Esto significa que si toda la masa de la Tierra se comprimiese hasta estas dimensiones se convertiría en un agujero negro.

