

Ejercicio 14: $f(t)$ = concentración O2 en estanque tras t semanas

Es recomendable empezar definiendo la función

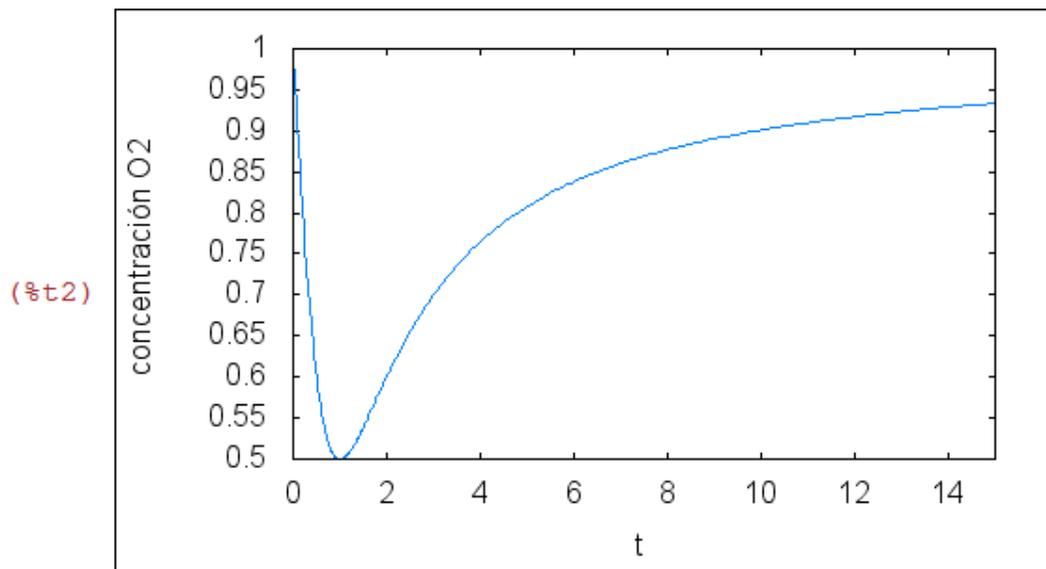
```
(%i1) f(t):=(t^2-t+1)/(t^2+1);
```

```
(%o1) f(t) := 
$$\frac{t^2 - t + 1}{t^2 + 1}$$

```

Dibujar la función usando la pestaña

```
(%i2) wxplot2d([f(t)], [t,0,15], [ylabel,"concentración O2"])$
```



En el dibujo ya se aprecian las características fundamentales de la gráfica:

- concentr inicial $f(0)=1$
- mínimo aprox en $t=1$, con valor 0'5
- a largo plazo la concentr tiende a 1
- pto inflex aprox en $t=2...$

todos estos valores se observan colocando el cursor encima de la gráfica (usando la pantalla plot2d, en lugar de wxplot2d)

Para calcular el mínimo exacto, se deriva e iguala a 0 (con las pestañas)

```
(%i3) diff(f(t),t,1);
```

$$(\%03) \frac{2t-1}{t^2+1} - \frac{2t(t^2-t+1)}{(t^2+1)^2}$$

a veces conviene simplificar la expresión de la derivada (pestaña Simplificar)

(%i4) ratsimp(%);

$$(\%04) \frac{t^2-1}{t^4+2t^2+1}$$

(%i5) solve([%=0], [t]);

$$(\%05) [t=-1, t=1]$$

(%i6) f(1);

$$(\%06) \frac{1}{2}$$

Por tanto, f(t) tiene un mínimo en t=1 de valor 0'5

Para el comportamiento a largo plazo se calcula $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$ cuando $t \rightarrow \infty$ (pestaña)

(%i7) limit(f(t), t, inf);

$$(\%07) 1$$

... a largo plazo la concentr de O2 tiende a 1

Para el punto de inflexión se calcula la derivada segunda (pestaña)

(%i8) diff(f(t),t,2);

$$(\%08) \frac{2}{t^2+1} - \frac{4t(2t-1)}{(t^2+1)^2} - \frac{2(t^2-t+1)}{(t^2+1)^2} + \frac{8t^2(t^2-t+1)}{(t^2+1)^3}$$

```
(%i9) ratsimp(%);
```

```
(%o9) 
$$\frac{2t^3 - 6t}{t^6 + 3t^4 + 3t^2 + 1}$$

```

```
(%i10) solve([%=0], [t]);
```

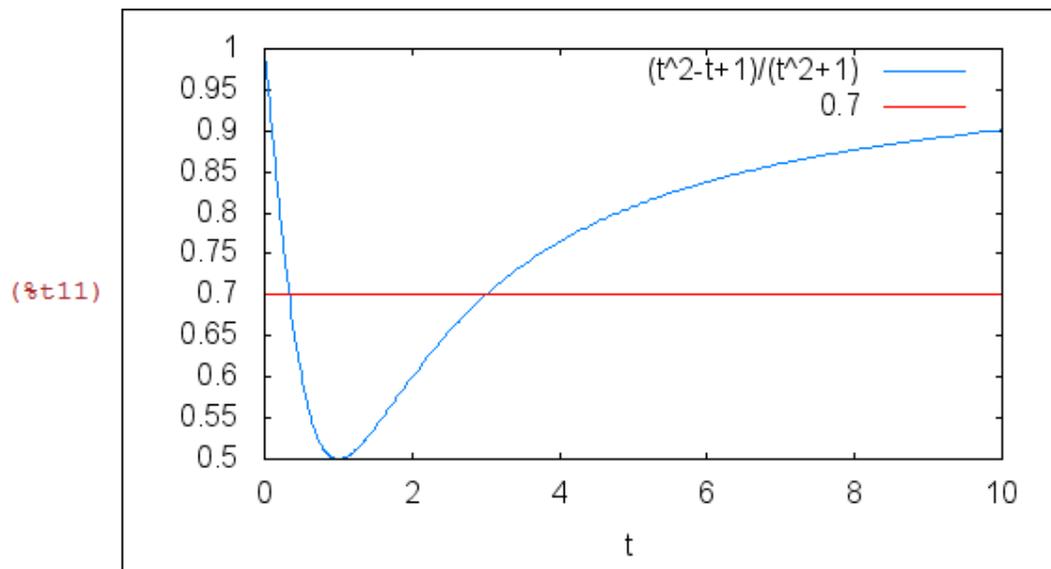
```
(%o10) [t=-sqrt(3), t=sqrt(3), t=0]
```

Por tanto, hay un pto de inflex tras $t=1.73$ semanas = 1 semana y 5 días

Suponer que piden calcular cuándo es $f(t)=0.7$.

Esto se puede ver en la gráfica, dibujando la recta $y=0.7$

```
(%i11) wxplot2d([f(t),0.7], [t,0,10])$
```



para los valores exactos usar la pestaña solve

```
(%i12) solve([f(t)=0.7], [t]);
```

```
rat: replaced -0.7 by -7/10 = -0.7
```

```
(%o12) [t=1/3, t=3]
```

Por tanto, la concentr O2 es 0'7 tras 0'33 y tras 3 semanas.

Created with [wxMaxima](#).