

Gráficas en escala logarítmica

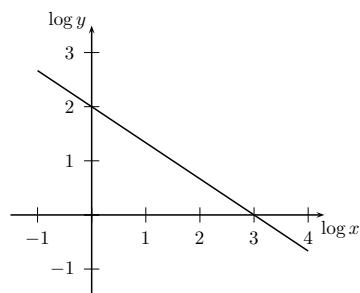
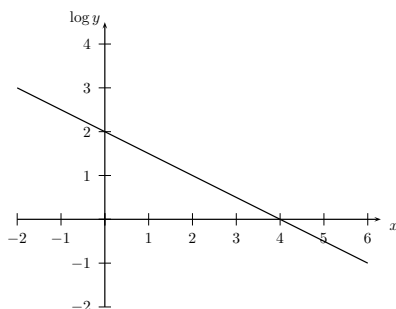
1. Algunas funciones $y = f(x)$, se visualizan mejor utilizando la *escala logarítmica* en uno (o ambos) ejes. Por ejemplo, si en lugar de $(x, f(x))$ dibujamos los valores $(x, \log f(x))$ usamos la escala logarítmica en el eje vertical (o escala semilogarítmica).

Dibuja las funciones $f(x) = 0'3 \cdot 10^x$, $g(x) = 10^{12} \cdot 2^{-10x}$, y $h(x) = e^{3x^2}$ para $0 \leq x \leq 5$ en escala semilogarítmica¹.

(a) Describe el aspecto de las gráficas en escala semilogarítmica. Justifica por qué las funciones de tipo exponencial $y = ae^{bx}$ siempre se transforman en rectas.

(b) Observa las marcas del eje vertical. Determina a partir de la gráfica cuándo f corta a g , y para qué valor de x se alcanzan $h(x) = 10^6$ y $g(x) = 10^{-3}$.

(c) Las funciones que se visualizan como rectas en escala semilogarítmica pueden escribirse como $y = a10^{bx}$, donde a y b se obtienen a partir de la pendiente de la recta y el corte con el eje vertical. Determina a qué función corresponde la gráfica de la izquierda



2. Cuando se utiliza el logaritmo en ambos ejes, representando los puntos $(\log x, \log f(x))$ en lugar de $(x, f(x))$, se suele denominar escala *logarítmica* doble (o gráfica log-log). En Maxima se marcan las pestañas correspondientes en *Gráficos 2D* (o se utiliza `draw2d(..., logx=true, logy=true)`).

a) ¿Tendrá la función $3 \cdot 2^x$ en escala log-log el mismo tipo de gráfica que en escala semilogarítmica?

b) Dibuja en escala log-log las funciones $5x^4$ y $4/x^2$. En cada caso, ¿qué valor de x da $y = 100$?

c) ¿Sabrías deducir de lo anterior qué tipo de funciones dan una recta en escala log-log?

d) Determina a qué función corresponde la gráfica de la derecha.

3. Cuando la densidad de plantas en un hábitat es demasiado alta, se observa a menudo un descenso del número de individuos acompañado de un aumento del tamaño de las plantas supervivientes. En Ecología este proceso se denomina autodisminución. Si se dibuja en escala log-log la biomasa media B (peso por planta en seco) en función de la densidad d (nº plantas por Ha), frecuentemente se obtiene que los datos se sitúan en una línea recta de pendiente $-3/2$.

Supongamos que para cierta especie esta relación se cumple para densidades de plantas entre 10^2 y 10^4 por Ha y que, para un valor de densidad de 100 plantas por Ha, el peso en seco es de unos 10 Kgs por planta.

(a) Obtener una fórmula para $B(d)$ y dibujarla en escala logarítmica.

(b) Si queremos plantar ejemplares de 1 Kg, ¿con qué densidad deberíamos distribuirlos?

4. Se observa que la densidad y de cierta bacteria disminuye con la concentración x de medicamento, obteniéndose experimentalmente los datos de la tabla.

x	0.1	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0
y	2.72	1.71	1.11	0.62	0.36	0.11

(a) Dibuja los datos en escala semilogarítmica y logarítmica², y determina si se ajustan mejor a una función de tipo exponencial o de tipo potencial.

(b) Una vez decidido lo anterior, utiliza regresión lineal para encontrar el valor de la función.

(c) ¿Qué concentración de medicamento mantendría la densidad de bacterias por debajo de 0'8?

¹Maxima dispone de una casilla en la pestaña *Gráficos 2D*, o bien se puede utilizar la opción adecuada:

`plot2d(..., [x,a,b],[logy,true])` o `draw2d(..., logy=true)`

²Las escalas logarítmicas también pueden activarse al dibujar diagramas de puntos, por ejemplo

`draw2d(point_type=5, points(x,y), logy=true)`.