A

MATEMÁTICAS 1º grado Bioquímica Test 2, 8/11/2013

10

1.- En una ciudad, la población de palomas urbanas pierde una cuarta parte de los individuos cada año. Para compensar la caída, el ayuntamiento suelta 200 nuevos ejemplares, al final de cada año. Si el año que se inicia el estudio había 1000 palomas en la ciudad

(a) Determina una expresión para $x(n)$ =número de palomas al inicio del año n.

(b) ¿Cuál será el número de palomas a largo plazo?

(c) ¿Cuántas palomas debería soltar el ayuntamiento cada año para que a largo plazo hubiese 1200 ejemplares?

Sugerencia: En (a) empezar con $x(0) = 1000$.

1º)

$x(n)$ = número de palomas tras n años

a) $x(0) = 1000$

$$x(1) = x(0) - \frac{1}{4}x(0) + 200 = x(0)\left(1-\frac{1}{4}\right) + 200 = 0'75\,x(0) + 200$$

$$x(2) = x(1) - \frac{1}{4}x(1) + 200 = (0'75\,x(0) + 200)\,0'75 + 200$$
$$= 0'75^2 x(0) + 0'75 \cdot 200 + 200$$

$$x(3) = x(2) - \frac{1}{4}x(2) + 200 = 0'75\,x(2) + 200 = (0'75^2 x(0) + 0'75 \cdot 200 + 200)\,0'75 +$$
$$= 0'75^3 x(0) + 0'75^2\,200 + 0'75\,200 + 2$$

$$\boxed{x(n) = 0'75^n x(0) + \frac{0'75^n - 1}{0'75 - 1}\,200 = 0'75^n x(0) - (0'75^n - 1)\,800}$$

b) $$\lim_{n\to\infty} x(n) = \lim_{n\to\infty} \cancel{0'75^n}\,x(0) - (\cancel{0'75^n} - 1) \cdot 800 = \boxed{800 \text{ palomas}}$$

c) Busco K tal que $\lim_{n\to\infty} x(n) = 1200$

$$x(n) = 0'75^n x(0) + \frac{0'75^n - 1}{0'75 - 1} \cdot K$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\cancel{0'75^n}\,x(0) + \frac{\cancel{0'75^n} - 1}{0'75 - 1} \cdot K\right) = 1200$$

$$\frac{-1}{0'75 - 1}\,K = 1200$$

$$K = \frac{1200}{4} = \boxed{300 \text{ palomas}}$$