

Nombre:

SOLUCIONES

1.- En una reacción química de tipo  $3A \rightarrow X$  el número de moles del reactivo  $A$  cumple

$$A'(t) = -3kA(t)^3.$$

Si inicialmente hay 1 mol de  $A$ , y al cabo de 5 segundos queda sólo la mitad

(a) Resuelve la ED, determina el valor de  $k$  y esboza la gráfica de  $A(t)$ .

(b) ¿Cuándo será la cantidad de  $A$  un cuarto de la inicial?

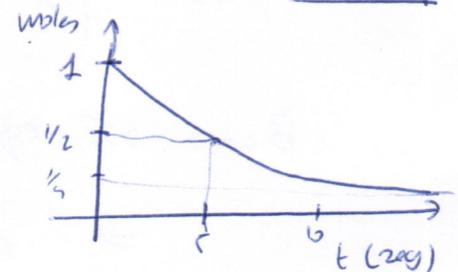
$$a) \quad \frac{dA}{dt} = -3kA^3 \rightarrow \int \frac{dA}{A^3} = \int -3k dt \rightarrow \frac{A^{-2}}{-2} = -3kt + C$$

$$\Rightarrow \frac{1}{A^2} = 6kt + \tilde{C}$$

$$\frac{A(0)=1}{\rightarrow} \quad 1 = 0 + \tilde{C} \Rightarrow \tilde{C} = 1$$

$$\frac{A(5)=1/2}{\rightarrow} \quad \frac{1}{1/4} = 30k + 1 \Rightarrow 4 = 30k + 1 \Rightarrow 3 = 30k \Rightarrow \boxed{k = \frac{1}{10}}$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{1}{1 + 6kt} \Rightarrow A(t) = \frac{1}{\sqrt{1 + 6kt}}$$



b) Busco  $t$  /  $A(t) = 1/4$

$$\Rightarrow \frac{1}{1/16} = 6kt + 1 \Rightarrow 16 = 6kt + 1 \Rightarrow 15 = 6kt$$

$$\Rightarrow t = \frac{15}{6k} = 25 \text{ seg}$$

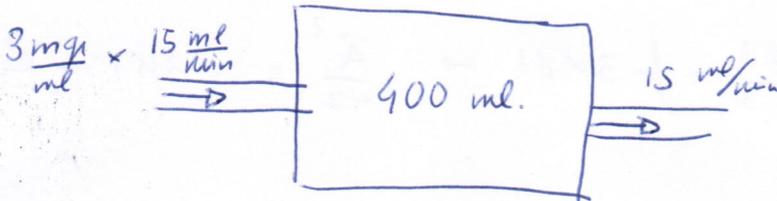
↳ reacción bastante lenta.

2.- En condiciones normales, el hígado contiene aproximadamente 400 ml de sangre, y en él entra (por las arterias) y sale (por las venas) un flujo continuo de sangre a un ritmo de 15 ml/min. Suponer que la sangre entrante tiene una concentración de medicamento de 3 mgr/ml.

(a) Formula una ecuación diferencial para  $x(t)$  = mgr de medicamento en el hígado tras  $t$  min, determina los mgr de medicamento en el hígado a largo plazo y esboza la gráfica de  $x(t)$ .

(b) Suponer que el hígado es capaz de retener el 60% del medicamento de la sangre, de modo que sólo el 40% restante sale por las venas. ¿Cómo quedaría la ecuación diferencial en este caso? ¿Qué concentración de medicamento habría en el hígado a largo plazo?

a)



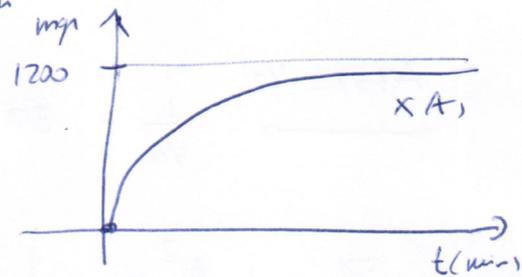
$x(t)$  = mgr medicamento en sangre (del hígado) tras  $t$  min

$$\frac{dx}{dt} = \overbrace{3 \times 15}^{\text{entra}} \frac{\text{mgr}}{\text{min}} - \overbrace{\frac{15}{400} x(t)}^{\text{sale}} \frac{\text{mgr}}{\text{min}}$$

$$\Rightarrow \boxed{x'(t) = 45 - \frac{15}{400} x(t)}$$

Busco el equilibrio  $x(t) \equiv x_{eq}$

$$\Rightarrow 0 = 45 - \frac{15}{400} x_{eq} \Rightarrow$$



$$\boxed{x_{eq} = \frac{45 \cdot 400}{15} = 1,200 \text{ mgr}}$$

$$\left( \text{Nota que } q_{eq} = \frac{1,200 \text{ mgr}}{400 \text{ ml}} = 3 \frac{\text{mgr}}{\text{ml}} \right)$$

b) En este caso sólo sale  $\frac{15}{400} \cdot \frac{40}{100} \cdot x(t)$

$$\Rightarrow x'(t) = 3 \cdot 15 - \frac{15}{400} \cdot \frac{40}{100} x(t) = 45 - \frac{15}{1000} x(t)$$

$\Rightarrow$  lo del de equilibrio  $x(t) \equiv x_{eq}$

$$45 = \frac{15}{1000} x_{eq} \Rightarrow x_{eq} = 3000 \text{ mgr.}$$

$$\Rightarrow \boxed{q_{eq} = \frac{3000 \text{ mgr}}{400 \text{ ml}} = 7,5 \frac{\text{mgr}}{\text{ml}}}$$