

Nombre:

SOLUCIONES

10

1. Se quiere probar la elasticidad de un muelle, sometiéndolo a varios niveles de fuerza  $X$  (en N) y midiendo la extensión total del muelle  $Y$  (en mm).

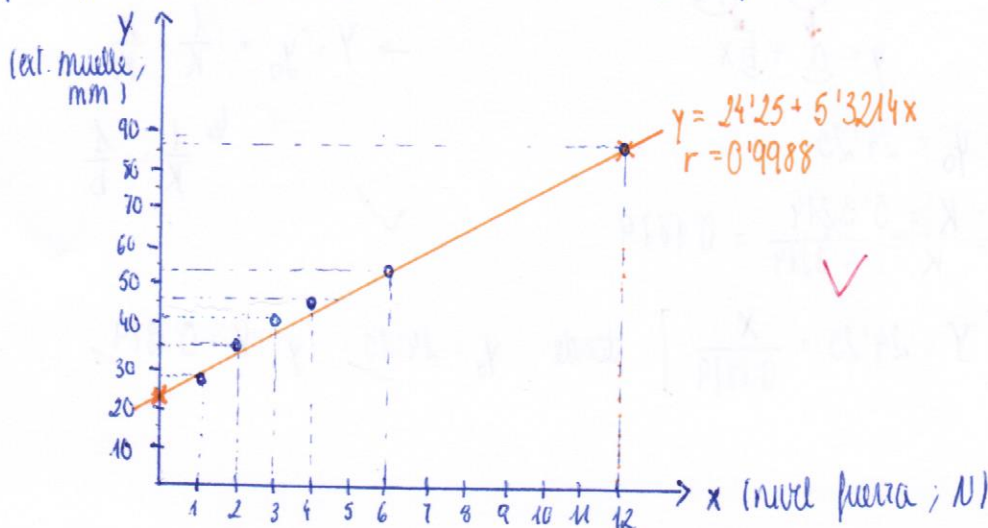
X	1	2	3	4	6	12
Y	29	35	41'5	46	54'5	88'5

- a) Dibuja los datos, justifica si existe relación lineal, y ajústalos a una recta  $Y = a + bX$ . Después, dibuja la recta junto a los puntos, valorando la calidad del ajuste.
- b) Pronostica un valor, con margen de error, para la extensión cuando  $X = 7$  N.
- c) Pronostica un valor, con margen de error, para la fuerza cuando  $Y = 78$  mm.
- d) Si el modelo teórico predice que  $Y = y_0 + \frac{X}{k}$ , calcula a partir de (a) el valor de las constantes  $k$  y  $y_0$ .

a)  $x$ : niveles de fuerza (N)  
 $y$ : extensión del muelle (mm)

N. fuerza	1	2	3	4	6	12
Ext. muelle	29	35	41'5	46	54'5	88'5

① Dibuja los datos



↳ Hay una tendencia lineal creciente (bastante alineados los puntos)

② Usamos la calculadora

- $\bar{x} = 4'6667$
- $\bar{y} = 49'0933$
- $\text{cov}_{x,y} = \sigma_x \cdot \sigma_y \cdot r = 3'6362 \cdot 19'3122 \cdot 0'9988 = 10'3567$
- $\sigma_x = 3'6362$
- $\sigma_y = 19'3122$
- $r = 0'9988$  (muy alta)
- $a = 24'25$
- $b = 5'3214$

•  $y = a + bx \rightarrow [y = 24'25 + 5'3214x]$  ✓

③ Si  $x = 0 \rightarrow y = 24'25$   
 Si  $x = 12 \rightarrow y = 24'25 + 5'3214 \cdot 12 = 88'14$  } Representación recta

• Conclusión: La recta tiene un muy buen ajuste y además, presenta un valor de correlación  $r=0.9988$  muy elevado que se cumple.

b) Si  $x=7\text{N}$  entonces  $y=?$

• ECI =  $\sigma_y \sqrt{1-r^2}$  { margen error

$$\hat{y} = a + bx \pm \sigma_y \sqrt{1-r^2}$$

$$\hat{y} = 24.25 + 5.3214 \cdot 7 \pm 19.3122 \cdot \sqrt{1-0.9988^2}$$

$$[\hat{y} = 61.4998 \pm 0.9498 \text{ mm}] \quad \checkmark$$

c) Si  $y=78\text{mm}$  entonces  $x=?$

• ECI =  $\sigma_x \frac{\sqrt{1-r^2}}{r}$  { margen error

$$\hat{x} = \frac{y-a}{b} \pm \sigma_x \frac{\sqrt{1-r^2}}{r}$$

$$\hat{x} = \frac{78-24.25}{5.3214} \pm 3.6362 \frac{\sqrt{1-0.9988^2}}{0.9988}$$

$$[\hat{x} = 10.1007 \pm 0.1783 \text{ N}] \quad \checkmark$$

d) Modelo teórico:  $Y = y_0 + \frac{X}{K}$

$K=?$   $y_0=?$

$$y = a + bx$$

$$\rightarrow Y = y_0 + \frac{1}{K} \cdot X$$

$\frac{1}{K} = \frac{1}{b}$

• Si  $y_0 = a = 24.25$   $\left(\frac{1}{b}\right)$

• Si  $K = \frac{1}{b} = \frac{1}{5.3214} = 0.1879$

Por tanto,  $[Y = 24.25 + \frac{X}{0.1879}]$  donde  $y_0 = 24.25$  y  $K = 0.1879$