MATEMÁTICAS, 1º **grado Bioquímica** **Test 2, 29/10/2021**

Nombre: .... SOLUCIONES 10

1.- En un experimento de laboratorio se observa que la concentración de mielina en células de ratones ancianos disminuye un 2 % cada semana. Si la densidad inicial de mielina en un ratón es de 75 μgr/ml:

(a) ¿Al cabo de cuántas semanas se habrá reducido en un tercio la densidad inicial de mielina?

(b) En otra fase del experimento, se suministra una medicación semanal que aumenta la densidad de la mielina en 1 μgr/ml. Determina

$$x(n) = \text{densidad de mielina tras } n \text{ semanas de tratamiento.}$$

¿Llegará, en este caso, a reducirse en un tercio la densidad de mielina?

(c) En el supuesto b), determina la densidad de mielina tras 20 semanas, y cuánto tiempo tardará en llegar a $x(n) = 60$.

(d) Si las densidades inferiores a 60 μgr/ml se consideran perniciosas, ¿qué dosis semanal de medicación deberíamos haber aplicado para que esto no ocurra?

- densidad inicial de 75 μg/mL
- disminuye 2% cada semana

$x(n)$ = densidad de mielina tras n semanas

a) $x(0) = 75$

$x(1) = x(0) - \frac{2}{100}x(0) = x(0)\left(1 - \frac{2}{100}\right) = 0'98\,x(0)$

$x(2) = x(1) - \frac{2}{100}x(1) = x(1)\left(1 - \frac{2}{100}\right) = 0'98\,x(1) = 0'98^2 x(0)$

$x(3) = x(2) - \frac{2}{100}x(2) = x(2)\left(1 - \frac{2}{100}\right) = 0'98\,x(2) = 0'98^3 x(0)$

$x(n) = 0'98^n x(0) = 0'98^n\, 75$ ✓

¿$x(n) = \frac{2}{3}x(0)$? $\rightarrow x(n) = 50$

$x(n) = 50 = 0'98^n \cdot 75 \rightarrow 0'98^n = \frac{50}{75} \rightarrow \ln 0'98^n = \ln\left(\frac{2}{3}\right) \rightarrow$ ✓

$n \ln 0'98 = \ln\left(\frac{2}{3}\right) \rightarrow n = \frac{\ln(2/3)}{\ln 0'98} = 20'07 \simeq 20$ semanas

b) medicamento que aumenta la densidad de mielina en 1 μg/mL

$x(n)$ = densidad de mielina tras n semanas de tratamiento.

$x(0) = 75$

$x(1) = x(0) - \frac{2}{100}x(0) + 1 = 0'98\,x(0) + 1$

$x(2) = x(1) - \frac{2}{100}x(1) + 1 = 0'98\,x(1) + 1 = 0'98(0'98\,x(0) + 1) + 1 = 0'98^2 x(0) + 0'98 \cdot 1 + 1$

$x(3) = x(2) - \frac{2}{100}x(2) + 1 = 0'98\,x(2) + 1 = 0'98(0'98^2 x(0) + 0'98 \cdot 1 + 1) + 1 = 0'98^3 x(0) + 0'98^2 \cdot 1 + 0'98 \cdot 1 + 1$

$x(n) = 0'98^n x(0) + 1 + 1 \cdot 0'98 + 1 \cdot 0'98^2 \ldots + 0'98^{n-1} \cdot 1 \rightarrow$

$x(n) = 0'98^n x(0) + 1 \cdot \frac{0'98^n - 1}{0'98 - 1} \rightarrow x(n) = 75 \cdot 0'98^n - 50(0'98^n - 1) \rightarrow$

$x(n) = 75 \cdot 0'98^n - 50 \cdot 0'98^n + 50 \rightarrow \boxed{x(n) = 25 \cdot 0'98^n + 50}$

$x(n) = 50 \rightarrow 50 = 25 \cdot 0'98^n + 50 \rightarrow 25 \cdot 0'98^n = 0 \rightarrow 0'98^n \neq 0$

No, no se reduciría nunca a un tercio.

c) $n = 20 \rightarrow x(20) = 25 \cdot 0'98^{20} + 50 = 66'69 \, \mu g/mL$

$x(n) = 60 = 25 \cdot 0'98^n + 50 \rightarrow 10 = 25 \cdot 0'98^n \rightarrow 0'98^n = \frac{10}{25} \rightarrow$

$\ln 0'98^n = \ln\left(\frac{2}{5}\right) \rightarrow n \cdot \ln 0'98 = \ln 0'4 \rightarrow n = \frac{\ln 0'4}{\ln 0'98} = 45'35 \simeq$

45 semanas y 2 días y medio

d) $x(n) > 60 \rightarrow x(n) = 60$

$$x(n) = 0'98^n x(0) + K \, \frac{0'98^n - 1}{0'98 - 1}$$

Queremos que no haya densidades menores que $60 \mu g/mL$, ¿qué cantidad de medicamento K tendríamos que echar?

$$0'98^n \cdot 75 + K \, \frac{0'98^n - 1}{0'98 - 1} = 60 \rightarrow 0'98^n \cdot 75 - 50K(0'98^n - 1) = 60 \rightarrow$$

$$0'98^n \cdot 75 - 50K \cdot 0'98^n + 50K = 60 \rightarrow 0'98^n(75 - 50K) + 50K = 60$$

Para que $x(n)$ siempre sea mayor que 60, $60 - 50K = 0$

$$0'98^n(75 - 50K) = \underbrace{60 - 50K}$$

$$60 - 50K = 0 \rightarrow K = \frac{60}{50} = 1'2$$

Demostración:

$$K = 1'2 \longrightarrow x(n) = 60 \rightarrow 0'98^n(75 - 50 \cdot 1'2) + 50 \cdot 1'2 = 60 \rightarrow$$

$$15 \cdot 0'98^n + 60 = 60 \rightarrow 15 \cdot 0'98^n = 0 \rightarrow 0'98^n \neq 0$$

$x(n)$ nunca será menor que 60 si añadimos una cantidad de medicamento de $1'2 \, \mu g/mL$.

Muy bien!