

Nombre

SOLUCIONES

10

1.- Un bosque protegido, inicialmente con una extensión de 1000 hectáreas, pierde anualmente un 8% de masa forestal. Para evitar su desaparición, a finales de cada año se replantan 50 nuevas hectáreas.

- a) Determina $x(n)$ = hectáreas de bosque al final del año n .
- b) Esboza una gráfica con los valores de $x(n)$, para $n = 0, 10, 20, 30, 40$
- c) ¿En cuántos años se perderá un 24% de la masa forestal?
- d) A largo plazo, ¿cuántas hectáreas de bosque quedarán?
- e) ¿Cuántas hectáreas deberíamos replantar cada año para asegurar que un 80% del bosque sobreviva 100 años?

$x(0) = 1000$

$x(n)$ = nº de hectáreas al final del año n

↓ 8% cada año

se replantan 50 cada año = k

a)

$$x(1) = x(0) - \frac{8}{100}x(0) + 50 = x(0)\left(1 - \frac{8}{100}\right) + 50 = 0.92x(0) + 50$$

$$x(2) = x(1) - \frac{8}{100}x(1) + 50 = 0.92x(1) + 50 = 0.92^2x(0) + 0.92 \cdot 50 + 50$$

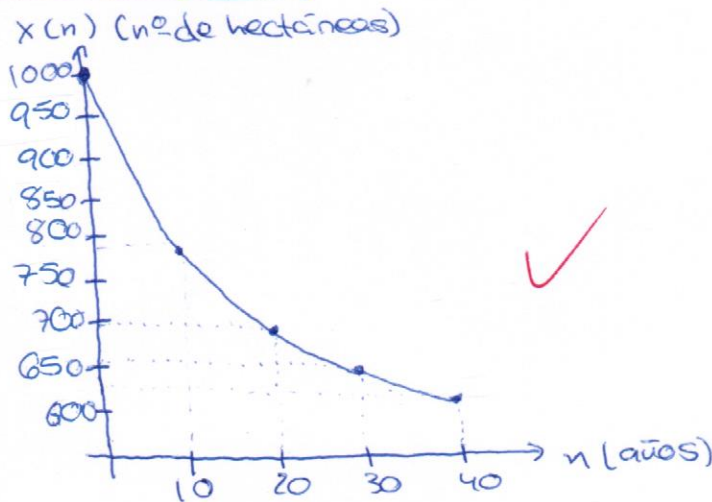
$$x(3) = x(2) - \frac{8}{100}x(2) + 50 = 0.92x(2) + 50 = 0.92^3x(0) + 0.92^2 \cdot 50 + 0.92 \cdot 50 + 50$$

$$x(n) = 0.92^n x(0) + 50(1 + 0.92 + 0.92^2 + \dots + 0.92^{n-1}) = 0.92^n x(0) + 50 \frac{0.92^n - 1}{0.92 - 1}$$

$$x(n) = 0.92^n \cdot 1000 - 625(0.92^n - 1)$$

b)

n	x(n)
0	1000
10	787.9
20	695.76
30	655.74
40	638.35



c) $n / \downarrow 24\%$

$$x(n) = 0.92^n \cdot 1000 - 625(0.92^n - 1) = \frac{76}{100}x(0) = \frac{76}{100} \cdot 1000 = 760 \text{ quedan}$$

$$0.92^n \cdot 1000 - 625 \cdot 0.92^n + 625 = 760$$

$$375 \cdot 0.92^n = 135 \rightarrow 0.92^n = 0.36$$

$$\ln 0.92^n = \ln 0.36$$

$$n \ln 0.92 = \ln 0.36$$

$$n = \frac{\ln 0.36}{\ln 0.92} \rightarrow n = 12.25 \text{ años}$$

Se perderá un 24% en 12 años, 91 días y 6 horas

$$d) \lim_{n \rightarrow \infty} 0.92^n \cdot 1000 - 625(0.92^n - 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} 0.92^n \cdot 1000 - 625(0.92^n - 1) =$$

$$= -625(-1) = 625 \text{ hectáreas} // \text{ A largo plazo, quedarán 625 hectáreas.}$$

e) $n=100$ sobrevive un 80%
 $X(0) = 1000$ ¿k?

$$X(n) = 0.92^n \cdot 1000 + k \frac{0.92^n - 1}{0.92 - 1}$$

$$X(100) = 0.92^{100} \cdot 1000 + k \frac{0.92^{100} - 1}{0.92 - 1} = \frac{80}{100} X(0) = \frac{80}{100} \cdot 1000 = 800$$

$$0.239 + k(12.497) = 800$$

$$k(12.497) = 799.76$$

$$k = 63.998 \approx 64 \text{ hectáreas.}$$

Deberíamos replantar
 64 hectáreas cada año
 para asegurar que un 80%
 sobrevive 100 años.



n	X(n)
0	1000
10	920
20	850
30	780
40	720
50	660
60	610
70	560
80	520
90	480
100	450