

Nombre:

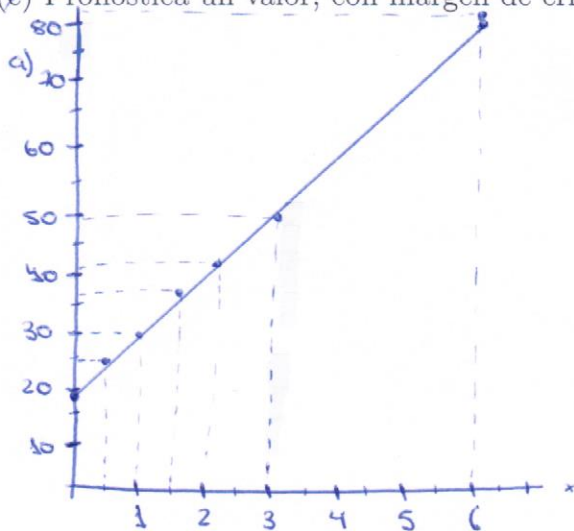
SOLUCIONES

10/

1. Se quiere probar la elasticidad de un muelle, sometiéndolo a varios niveles de fuerza X (en N) y midiendo la extensión total del muelle Y (en mm).

X	0'5	1	1'5	2	3	6
Y	24	30	36'5	41	49'5	83'5

- (a) Dibuja los datos y justifica si existe relación lineal entre ellos.
 (b) Describe los parámetros relevantes de (X, Y) : media, desv típica, covarianza, correlación...
 (c) Calcula la ecuación de la recta de regresión $Y = a + bX$, y dibújala sobre los datos anteriores. Valora si te parece un buen ajuste.
 (d) Pronostica un valor, con margen de error, para la extensión del muelle cuando $X = 4$ N.
 (e) Pronostica un valor, con margen de error, para la fuerza cuando $Y = 45$ mm.



Se observa una tendencia bastante lineal y creciente entre los datos.

b) Con calculadora

$$\begin{cases} \bar{X} = 2,333 \\ \sigma_X = 1,818 \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{Y} = 44,083 \\ \sigma_Y = 19,372 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{cov}_{xy} = 35,181 \\ r = 0,99885 \end{cases}$$

$$\text{cov}_{xy} = \sigma_X \cdot \sigma_Y \cdot r = 35,181$$

Calculando lo anterior, observamos que la correlación r es casi 1 por lo que es fuerte y entonces estamos ante un buen ajuste.

c) $y = a + bx$ $\begin{cases} a = 19,25 \\ b = 10,643 \end{cases}$ con calculadora

$$y = 19,25 + 10,643x$$

$$\begin{cases} x=0 \Rightarrow y = 19,25 \\ x=6 \Rightarrow y = 83,27 \end{cases}$$

d) $x = 4 \text{ N} \Rightarrow \hat{y} = ? \Rightarrow \hat{y} = 19,25 + 10,643 \cdot 4 \Rightarrow \hat{y} = 61,822 \text{ mm}$

Margen error $\left[\hat{y} \pm \sigma_Y \cdot \sqrt{1-r^2} \Rightarrow 61,822 \pm 19,372 \cdot \sqrt{1-0,99885^2} \right]$

$$61,822 \pm 0,929$$

$$[60,892, 62,750]$$

Cuando la fuerza sea 4 N el muelle medirá 61,822 mm

e) $Y = 45 \text{ mm} \Rightarrow \hat{x} = ? \Rightarrow 45 = 19,25 + 10,643 \hat{x} \Rightarrow \hat{x} = \frac{45 - 19,25}{10,643} = 2,419 \text{ N}$

Margen error $\left[\hat{x} \pm \sigma_X \cdot \frac{\sqrt{1-r^2}}{r} \Rightarrow 2,419 \pm 1,818 \cdot \frac{\sqrt{1-(0,99885)^2}}{0,99885} \right]$

$$2,419 \pm 0,087$$

$$[2,332, 2,506]$$

Cuando el muelle mida 45 mm la fuerza ejercida sobre el será de 2,419 N.