

## ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES y SERIES DE FOURIER

3º de Matemáticas (y 4º PES), Curso 2020-21

**Objetivos:** *introducción a las Ecuaciones en Derivadas Parciales (EDPs) y sus técnicas más clásicas de resolución, entre ellas los desarrollos en serie de Fourier. En particular, aprender a formular, analizar y resolver algunas de las EDPs más importantes, incluyendo las ecuaciones del calor, de Laplace y de ondas.*

### 1. Ejemplos clásicos de EDPs

- La ecuación de la cuerda vibrante. Planteamiento físico. Solución de D'Alembert y método de separación de variables. Significado de las condiciones de contorno. Propiedades básicas: velocidad propagación finita, conservación energía.
- La ecuación del calor. Planteamiento físico. Método de resolución de Fourier. Significado de las condiciones de contorno. Propiedades básicas: propagación infinita, conservación energía.
- La ecuación de Laplace: Significado físico. Condiciones de contorno de Dirichlet y Neumann. Cambio a coordenadas polares, y resolución por separación de variables. Propiedades: principio del máximo, unicidad, propiedad valor medio.

### 2. Teoría de las series de Fourier

- El concepto de serie de Fourier. Primeros ejemplos. Criterio de convergencia de Dini. Series de Fourier en  $L^2$  y fórmula de Parseval. Convoluciones y aproximaciones de la identidad. Núcleos de Dirichlet y de Fejér. Convergencia uniforme de las medias de Cesàro. Algunas aplicaciones.

### 3. Más sobre Ecuaciones en Derivadas Parciales

- Sistemas de Sturm-Liouville. Autovalores y bases de autofunciones. Funciones de Bessel.
- Ecuaciones de Laplace, del calor, y de la membrana vibrante en dominios rectangulares y circulares. Significado y análisis de las soluciones.
- Ecuación de ondas en  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$ . Fórmulas explícitas. Propiedades: unicidad, dominio de propagación, principio Huygens, concentración singularidades. Ecuación no homogénea y fórmula de Duhamel.
- Otros temas: transformada de Fourier, funciones armónicas, ejemplos de EDPs no lineales,...

### Textos recomendados:

- E. Stein, R. Shakarchi, *Fourier Analysis: An introduction*. Princeton Univ Press, 2003.  
W. Strauss, *Partial Differential Equations, an introduction*. Wiley 2008.  
R. Haberman, *EDPs, series de Fourier y problemas de contorno*, Prentice-Hall, 2003.  
R. Churchill, J. Brown, *Fourier series and boundary value problems*, McGraw Hill, 2008.  
L. Evans, *Partial Differential Equations*, 2nd Ed, Amer Math Soc, 2010.  
I. Peral, *Primer curso de Ecuaciones en Derivadas Parciales*, Addison-Wesley, 1995  
G. Folland, *Fourier Analysis and its Applications*, Amer Math Soc, 2009.

**Profesor:** Gustavo Garrigós    **Web:** webs.um.es/gustavo.garrigos

**Despacho:** 1.10.    **Tutorías:** Ma 15:00-17:45 ó cita previa

**Fechas de examen:** final 28 mayo (t), extraordinario 13 julio (m)

**Calificación final:** Se obtendrá de la fórmula

$$\text{máx} \{ 0,7 \text{ EF} + 0,3 \text{ EC}, \text{ EF} \} \quad \text{donde}$$

**EF**= nota del examen final

**EC**= calificación media de las pruebas de evaluación continua (tests de problemas).

Además, se valorará positivamente la participación del alumno mediante la resolución de ejercicios en la pizarra.