

Nombre: [REDACTED]

1. V ó F (demuestra o da un contraejemplo)

a)  $|z+w|^2 = |z|^2 + |w|^2 + 2z\bar{w}$  F LO

b)  $\overline{(z^{-1})} = (\bar{z})^{-1}$  V

c)  $\Re(z) = \Im(iz)$ . V

a) Contraejemplo:  $z=i, w=2: |z+w|^2 = 1+4=5$ . X  
 $|z|^2 = 1, |w|^2 = 4, 2z\bar{w} = 4i \rightarrow |z|^2 + |w|^2 + 2z\bar{w} = 5+4i$

b)  $\overline{(z^{-1})} = (\bar{z})^{-1}$  V

$$z = x+iy, \quad \frac{1}{z} = \frac{1}{x+iy} \cdot \frac{x-iy}{x-iy} = \frac{x-iy}{x^2+y^2}, \quad \overline{z^{-1}} = \frac{x+iy}{x^2+y^2}$$

$$\bar{z} = x-iy \rightarrow \frac{1}{\bar{z}} = \frac{1}{x-iy} \cdot \frac{x+iy}{x+iy} = \frac{x+iy}{x^2+y^2}$$
 V

c)  $z = x+iy \rightarrow \Re(z) = x$ . ✓  
 $\Im(iz) = \Im(ix-y) = x$

2. Dibuja el siguiente subconjunto de  $\mathbb{C}$ 

$$A = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 2|z-3i|\}$$

determinando en su caso el centro y radio de la circunferencia implícita.

$$z = x+iy, \quad |z| < 2|z-3i|$$

$$|x+iy| < 2|x+iy-3i|$$

$$\sqrt{x^2+y^2} < 2\sqrt{x^2+(y-3)^2}$$

$$x^2+y^2 < 4(x^2+y^2-6y+9)$$

$$x^2+y^2 < 4x^2+4y^2-24y+36$$

$$3x^2+3y^2-24y+36 > 0$$

$$3(x^2+y^2-8y+12) > 0$$

$$x^2+(y-4)^2-4 > 0$$
 V

$$x^2+(y-4)^2 > 4$$

Circunf. centro (0,4), radio 2.

A = exterior de la circunf. //