MATEMÁTICAS II, 1º grado Ingeniería Química Test 2, 28/2/2011

Nombre:

....

En una reacción química de tipo $2A \to X$ la concentración del reactivo A cumple

$$A'(t) = -2\,k\,A(t)^2.$$

Si inicialmente $A(0) = 1$, y al cabo de 5 segundos la concentración es la mitad

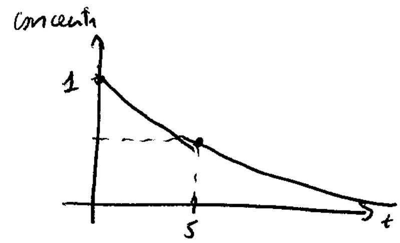
(a) Resuelve la ED, determina el valor de k y esboza la gráfica de $A(t)$.

(b) ¿Cuándo será la concentración de A un cuarto de la inicial?

(c) Suponer ahora que introducimos adicionalmente un flujo continuo de reactivo A, de modo que se cumple $A'(t) = -2\,k\,A(t)^2 + 0'2$. ¿Cuál será la concentración de A a largo plazo?

a) $\frac{dA}{A^2} = -2K\,dt \Rightarrow \int A^{-2}\,dA = -2k\int dt$

$\Rightarrow -\frac{1}{A} = -2Kt + C$



$\left.\begin{matrix} t=0 \\ A=1 \end{matrix}\right\} \to \boxed{-1 = C}$

$\left.\begin{matrix} t=5 \\ A=1/2 \end{matrix}\right\} \to -2 = -10K - 1 \Rightarrow \boxed{K = 1/10}$

$\Rightarrow \frac{1}{A} = \frac{2}{10}t + 1 \Rightarrow \boxed{A(t) = \frac{1}{1+\frac{1}{5}t}}$

b) Busco t / $A(t) = \frac{1}{4} = \frac{1}{1+\frac{1}{5}t} \Rightarrow 4 = 1 + \frac{t}{5}$

$\Rightarrow \boxed{t = 15 \text{ seg}}$

c) $A' = -2k\,A^2 + 0'2 = -0'2\,A^2 + 0'2$

La solución de equilibrio es $A = 1$

Como $A(0) = 1 \Rightarrow \boxed{A(t) \equiv 1}$

MATEMÁTICAS II, 1º grado Ingeniería Química **Test 2, 28/2/2011**

Nombre:

....

La longitud de una especie de peces tras t semanas, $L(t)$, cumple la ecuación diferencial

$$L'(t) = k\,(34 - L(t)).$$

Si inicialmente $L(0) = 2$, y se observa que $L(1) = 4$

(a) Resuelve la ED, determina el valor de k y esboza la gráfica de $L(t)$.
(b) ¿Cuántas semanas tardarán en alcanzar los 25 cm de longitud?
(c) ¿Cuál es la longitud máxima que puede alcanzar uno de estos peces?

(a) $\dfrac{dL}{34-L} = k\,dt \Rightarrow \displaystyle\int \frac{dL}{34-L} = \int k\,dt = kt + C$

$\Rightarrow -\ln(34-L) = kt + C$

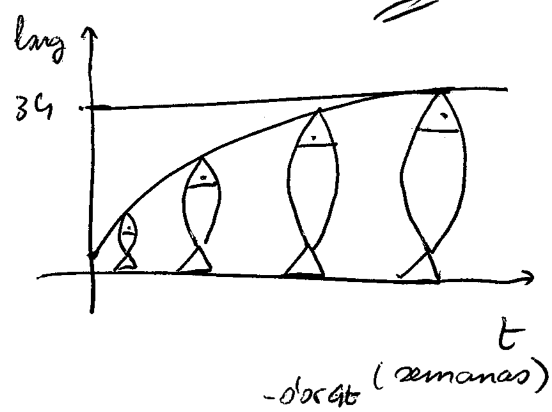
$\Rightarrow \ln(34-L) = -kt + C'$

$\left.\begin{array}{l} t=0 \\ L=2 \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{\ln 32 = C'}$ $\quad \left.\begin{array}{l} t=1 \\ L=4 \end{array}\right\} \Rightarrow \ln 30 = -k + \ln 32$

$\Rightarrow k = \ln\left(\frac{32}{30}\right) = 0'064$

$\Rightarrow 34 - L = e^{-0'064\,t} \cdot 32$

$\Rightarrow \boxed{L(t) = 34 - 32\,e^{-0'064\,t}}$



(b) Busco $t \,/\, L(t) = 25$

$\Rightarrow 34 - 32\,e^{-0'064\,t} = 25 \Rightarrow 9 = 32\,e^{-0'064\,t}$

$\Rightarrow -0'064\,t = \ln(9/32) \Rightarrow t = 19'85$ semanas

(c) longitud máxima = sol. equilibrio = 34 cms