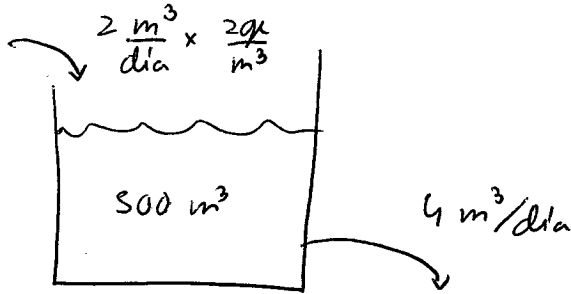


Nombre:

Una presa contiene inicialmente 500 m^3 de agua. Se encuentra en el curso de un río del que recibe un caudal de 2 m^3 de agua por día, y al que aporta río abajo $4 \text{ m}^3/\text{día}$. Debido a una instalación industrial, el agua que entra en la presa contiene $2 \text{ gr}/\text{m}^3$ de cierto contaminante.

- a) Formula una ecuación diferencial para $x(t)$ = gr de contaminante en la presa tras t días.
 b) Resuelve la ecuación diferencial, si inicialmente $x(0) = 1000$.
 c) ¿Cuál será la concentración de contaminante en la presa cuándo su volumen sea de 250 m^3 ?



$$V(t) = \text{vol. presa tras } t \text{ días} = 500 - 2t$$

a)
$$x'(t) = -\frac{4}{500-2t} x(t) + 4$$

b) Paso 1 resolver $\frac{dx}{dt} = -\frac{2x}{250-t}$

$$\Rightarrow \frac{dx}{x} = -2 \frac{dt}{250-t} \Rightarrow \ln x = 2 \ln(250-t) + C$$

$$\Rightarrow x(t) = (250-t)^2 \cdot K$$

Paso 2 Busco solución del tipo $x(t) = K(t) (250-t)^2$

$$x'(t) = K'(t) (250-t)^2 + K(t) (-2)(250-t) = -\frac{2x(t)}{250-t} + 4$$

$$\Rightarrow K'(t) = 4(250-t)^{-2} \Rightarrow K(t) = 4 \int (250-t)^{-2} dt = \frac{4}{250-t} + C$$

Por tanto

$$x(t) = 4(250-t)^2 + 4 \cdot (250-t)$$

cuando $t=0 \Rightarrow 1000 = 4 \cdot 250^2 + 1000 \Rightarrow C=0$

Por tanto
$$x(t) = 1000 - 4t$$

$$c) \text{ El } V(t) = 250 \text{ cuando } 500 - 2t = 250$$

$$\Rightarrow t = 125 \text{ días.}$$

$$\Rightarrow X(t) = 1000 - 4 \cdot 125 = 500 \text{ g.}$$

$$\Rightarrow \text{CO } Q(t) = \frac{X(t)}{V(t)} = \frac{500}{250} = \boxed{2 \text{ g/m}^3}$$

NOTA El aptdo (c) se podía razonar directamente:

Como la concntr. entrante es 2 g/m^3

y la concntr. inicial en la presa es 2 g/m^3

$$\Rightarrow Q(t) \equiv 2 \text{ g/m}^3 //$$