

Nombre:

En un cierto circuito, la cantidad de carga en el condensador cumple la ecuación diferencial

$$Q''(t) + RQ'(t) + 20Q(t) = 0.$$

Inicialmente el condensador está descargado y le imprimimos una intensidad de corriente $Q'(0) = 0.4$

- a) Resuelve la ecuación diferencial cuando $R = 4$.
- b) Determina la carga máxima que alcanzará el condensador.
- c) ¿Cuál debería ser la resistencia R para que la carga en el condensador no oscilara?

a) $Q(0) = 0, Q'(0) = 0.4$

Autovectores $\lambda^2 + 4\lambda + 20 = 0 \rightarrow \lambda = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 80}}{2} = \frac{-4 \pm 8i}{2} = -2 \pm 4i$

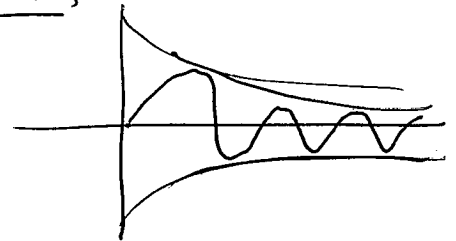
$$\Rightarrow Q(t) = c_1 e^{-2t} \cdot \cos(4t) + c_2 e^{-2t} \sin(4t)$$

$t=0 \rightarrow Q(0) = 0 = c_1 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{c_1 = 0}$

$$Q'(t) = c_2 e^{-2t} (-2) \cdot \sin(4t) + c_2 e^{-2t} \cos(4t) \cdot 4$$

$$\Rightarrow Q'(0) = 4c_2 = 0.4 \Rightarrow \boxed{c_2 = 0.1}$$

$$\Rightarrow \boxed{Q(t) = e^{-2t} \sin(4t)}$$



b) Busco el máximo de $Q(t)$

$$Q'(t) = -2 e^{-2t} \sin(4t) + 4 e^{-2t} \cos(4t) = 0 \Rightarrow 2 \sin(4t) = 4 \cos(4t)$$

$$\Rightarrow \tan(4t) = 2 \Rightarrow t = \frac{\arctan 2}{4} = 0.277 \text{ seg.}$$

$$\Rightarrow Q(0.277) = 0.514$$

c) Busco R / la solución de $Q'' + RQ' + 20Q = 0$ no oscile

\Rightarrow Autovectores deben ser reales

$$\lambda^2 + R\lambda + 20 = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - 80}}{2} \Rightarrow R^2 \geq 80$$

$$\Rightarrow \boxed{R \geq \sqrt{80} = 8.94 \Omega}$$

Nombre:

La posición de un muelle viene dada por la ecuación diferencial

$$x''(t) + 2x'(t) + 10x(t) = 0.$$

Inicialmente el muelle está en reposo y le imprimimos velocidad 3 cm/s.

- Resuelve la ecuación diferencial.
- Determina la posición más lejana a la que llega el muelle.
- ¿Cuál debería ser el rozamiento para que el muelle no oscilara?

a) $x(0), x'(0) = 3$

Autovaleores $\lambda^2 + 2\lambda + 10 = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{-2 \pm \sqrt{4-40}}{2} = -1 \pm 3i$

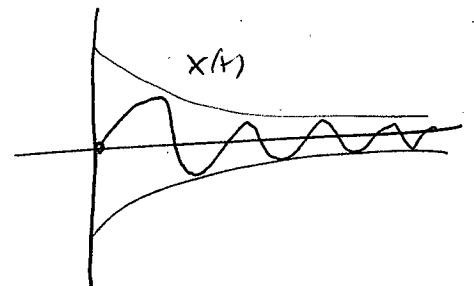
$$\Rightarrow x(t) = c_1 e^{-t} \cos(3t) + c_2 e^{-t} \sin(3t)$$

$t=0$
 $0 = x(0) = c_1 \Rightarrow c_1 = 0$

$$x'(t) = c_2 e^{-t} (-1) \sin(3t) + c_2 e^{-t} \cos(3t) \cdot 3$$

$$\Rightarrow x'(0) = 3c_2 = 3 \Rightarrow c_2 = 1$$

$$\Rightarrow x(t) = e^{-t} \sin(3t)$$



b) Busco el máximo de $x(t)$

$$x'(t) = -e^{-t} \sin(3t) + e^{-t} \cos(3t) \cdot 3 = 0 \Leftrightarrow \sin(3t) = 3 \cos(3t)$$

$$\Leftrightarrow \tan(3t) = 3 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3} \arctan(3) = 0.416$$

$$\Rightarrow \text{posición máxima} = x(0.416) = 0.62 \text{ cm}$$

c) Busco μ / la sol. de $x'' + \mu x' + 10x = 0$ no oscile

$$\Rightarrow \text{necesito autovaleores reales } \lambda^2 + \mu\lambda + 10 = 0$$

$$\lambda = \frac{-\mu \pm \sqrt{\mu^2 - 40}}{2} \Rightarrow \mu^2 \geq 40 \Rightarrow \mu \geq \sqrt{40} = 6.3$$