....

Una pequeña laguna, de volumen constante 150 m^3, se encuentra en el curso de un río del que recibe un caudal de 3 m^3 de agua por día, y al que aporta la misma cantidad río abajo. Debido a una instalación industrial, el agua que entra en la laguna tiene 50 gramos de cierto contaminante por m^3. Si inicialmente la laguna está limpia

a) Formula una ecuación diferencial para $x(t)$ =cantidad de contaminante en la laguna tras t días.

b) Calcula la cantidad de contaminante en la laguna a largo plazo.

c) Resuelve la ecuación diferencial y esboza la gráfica de $x(t)$. ¿Cuándo llegará la concentración de contaminante en la laguna a 10 gramos por m^3?

a) $x'(t) = -r\,x(t) + h$ $\qquad r = \frac{3}{150} = 0{,}02$

$x(t)$ = cantidad de contaminante en la laguna tras t días.

h = g de contaminante por día $= 50\ g/m^3 \cdot 3\,m^3 = 150\,g$

$\boxed{x'(t) = -0{,}02\,x(t) + 150}$ ✓

$0 = -0{,}02x + 150 \Rightarrow \boxed{x = 7500\,g}$ → equilibrio ✓

$x(t) = c \cdot e^{-rt} + x_{eq} \Rightarrow \begin{matrix} t=0 \\ x=0 \end{matrix} \Rightarrow 0 = c \cdot 1 + 7500 \Rightarrow c = -7500$

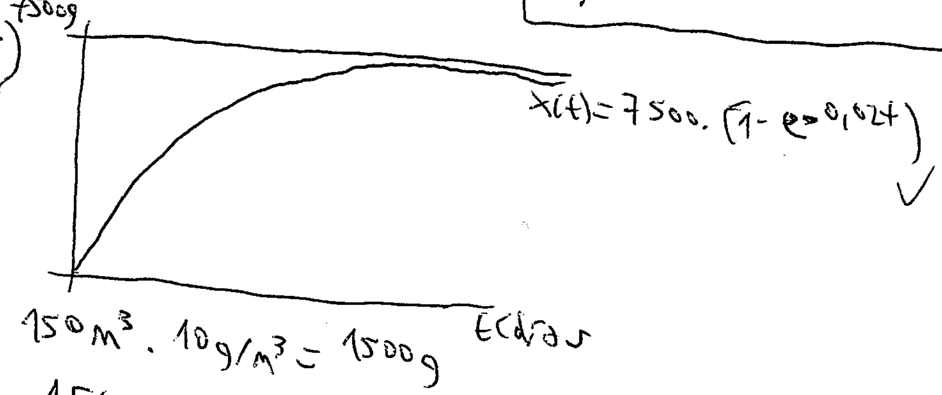
$x(t) = -7500 \cdot e^{-0{,}02t} + 7500 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{x(t) = 7500 \cdot (1 - e^{-0{,}02t})}$ ✓

b) A largo plazo la cantidad de contaminante será la que calcule en ejercicio anterior cuando iguale $x'(t) \Rightarrow 0$.

$x'(t) = 0 = -0{,}02x_{eq} + 150 \Rightarrow$ $\boxed{x_{eq} = 7500\,g \text{ contaminante a largo plazo.}}$

c)



✓

$150\,m^3 \cdot 10\,g/m^3 = 1500\,g$

$1500\,g = 7500 \cdot (1 - e^{-0{,}02t}) \Rightarrow 0{,}2 = 1 - e^{-0{,}02t} \Rightarrow$

$\Rightarrow e^{-0{,}02t} = 0{,}8 \Rightarrow \ln 0{,}8 = -0{,}02t \Rightarrow \boxed{t = 11{,}2 \text{ días}}$ ✓

MATEMÁTICAS II, 1º grado Químicas **Test 2, 25/2/2011**

Nombre ....

Un tanque contiene 200 litros de agua donde se han disuelto 30 gramos de sal. Se saca agua del tanque a un ritmo constante de 4 litros por minuto, y se añade la misma cantidad de una disolución con 2 gramos de sal por litro.

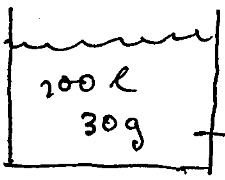
a) Formula una ecuación diferencial para $x(t)$ =cantidad de sal en el tanque tras t minutos.

b) Calcula la cantidad de sal que habrá en el tanque a largo plazo.

c) Resuelve la ecuación diferencial y esboza la gráfica de $x(t)$. ¿Cuándo será la concentración de sal en el depósito de 1 gramo por litro?

10

a) → 4 l/min 2 g sal/l



→ 4 l/min

$$x'(t) = -\frac{4}{200} x(t) + 8$$

$$x(0) = 30 \qquad k = -\frac{4}{200}$$

$\cancel{\frac{dx}{dt} = -\frac{4}{200}x(t)+8}$

$$x(t) = c_1 e^{-kt} + x_e$$

$x_e \Rightarrow x'(t) = 0$

$$-8 = -\frac{4}{200} x_e$$

$$\frac{8 \cdot 200}{4} = x_e = 400 \leftarrow b)$$

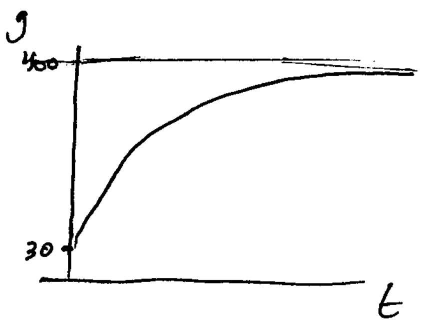
$$x(t) = c_1 e^{-0{,}02t} + 400$$

a) y c)

$$x(t) = -370 e^{-0{,}02t} + 400$$

$x(0) = 30$

$c_1 = 30 - 400 = -370$



← c)

c) Busco t / $x(t) = 200$

$$200 = -370 e^{-0{,}02t} + 400$$

$$\frac{-200}{-370} = e^{-0{,}02t}$$

$$t = -\frac{\ln \frac{200}{370}}{0{,}02} = 30{,}76 \text{ min}$$