MATEMÁTICAS II, 1º grado Químicas   Test 4, 25/3/2011

Nombre:

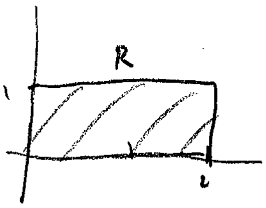
....

(a) Usar el teorema de Green para calcular $\oint_{\partial R}(y^2+x^3)\,dx + x^4\,dy$, donde R es el rectángulo con vértices $(0,0), (2,0), (0,1), (2,1)$.

$$\oint_{\partial R} \overset{\text{Green}}{=} \iint_R \left(-\frac{\partial[y^2+x^3]}{\partial y} + \frac{\partial[x^4]}{\partial x}\right) dx\,dy = \iint_R (-2y+4x^3)\,dx\,dy$$

$$= \int_0^2 \left[\int_0^1 (-2y+4x^3)\,dy\right] dx = \int_0^2 \left[-y^2+4x^3y\right]_{y=0}^{y=1} dx$$

$$= \int_0^2 (-1+4x^3)\,dx = \left[-x+x^4\right]_0^2 = -2+16 = 14$$



$0 \le x \le 2$

$0 \le y \le 1$

(b) Hallar la masa de una placa circular situada en el disco unidad y cuya densidad viene dada por la función $\rho(x,y) = \frac{1}{1+x^2+y^2}$.

$$M = \iint_D \rho(x,y)\,dx\,dy = \iint_D \frac{dx\,dy}{1+x^2+y^2} = \int_0^1 2\pi r \cdot \frac{1}{1+r^2}\,dr$$

$\boxed{\text{radial. } \rho(r) = \frac{1}{1+r^2}}$

$$= \pi \int_0^1 \frac{2r}{1+r^2}\,dr$$

$$= \pi \left[\ln(1+r^2)\right]_0^1 = \pi \ln 2 = 2'18$$