

Nombre:

En cierto país se observa que la superficie forestal está decreciendo a un ritmo del 5% cada año. Para compensar esta caída, el gobierno favorece la creación de  $k$  nuevas hectáreas de bosque cada año, de modo que se satisface la ecuación diferencial

$$x'(t) = -0.05x(t) + k,$$

donde  $x(t)$  = superficie forestal en el año  $t$ . Si inicialmente  $x(0) = 100$  y  $k = 15$

- (a) Resuelve la ED y esboza la gráfica de  $x(t)$ .
- (b) Determina la superficie forestal total a largo plazo en dicho país.
- (c) ¿Quién debería ser  $k$  si se quiere que a largo plazo haya 500 Ha de bosque?

$$a) \quad \frac{dx}{dt} = -0.05x + 15 \Rightarrow \int \frac{dx}{-0.05x + 15} = \int dt$$

$$\Rightarrow \frac{1}{-0.05} \ln(-0.05x + 15) = t + C$$

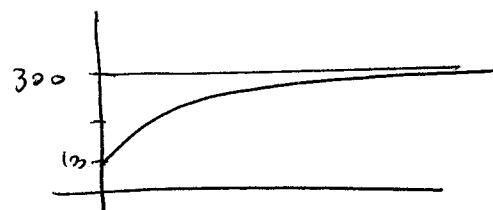
$$\Rightarrow \ln(15 - 0.05x) = -0.05t + \tilde{C}_1$$

$$\left. \begin{matrix} t=0 \\ x=100 \end{matrix} \right\} \rightarrow \ln(15 - 5) = \tilde{C}_1 \Rightarrow \tilde{C}_1 = \ln 10$$

$$\Rightarrow \ln(15 - 0.05x) = -0.05t + \ln 10$$

$$15 - 0.05x = e^{-0.05t} \cdot 10 \Rightarrow x = \frac{15 - 10e^{-0.05t}}{0.05}$$

$$\Rightarrow \boxed{x(t) = 300 - 200e^{-0.05t}}$$



$$b) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 300 //$$

c) Busco  $k$  / 500 sea solución de equilibrio

$$\Rightarrow -0.05x + k = 0 \quad \overset{x=500}{\Rightarrow} \quad k = 0.05 \cdot 500 = 25 //$$