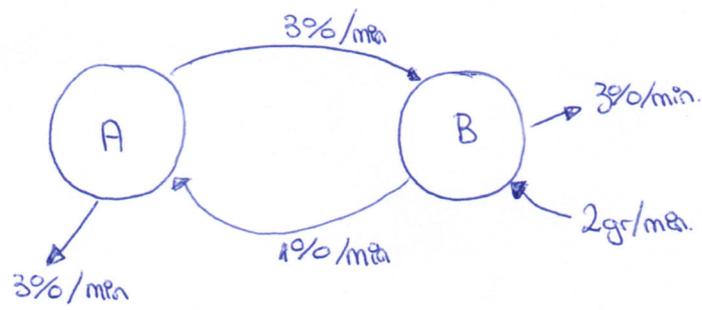


9'5

En una reacción química se tienen dos sustancias A y B que en presencia de un catalizador se transforman una en otra y viceversa. Se sabe que cada minuto el 3% de A se transforma en B, el 1% de B se transforma en A, y además cada minuto se desintegran el 3% de A y el 3% de B. Por otro lado, se introducen a ritmo constante 2 gramos/min de sustancia B.

- (a) Formula una ecuación diferencial para este problema (no es necesario resolverla).
- (b) Determina las cantidades de sustancia A y B a largo plazo, y esboza la gráfica de la solución si $A(0) = 50$ y $B(0) = 0$.
- (c) ¿Qué cantidad de sustancia B deberíamos introducir en la reacción (en lugar de 2 gr/min) para que al llegar al equilibrio la cantidad de A sea exactamente 20 gr?

a)



$x(t)$ = cantidad sust. A tras t min.
 $y(t)$ = cantidad sustancia B tras t min.

$$x'(t) = -\frac{6}{100}x(t) + \frac{1}{100}y(t)$$

$$y'(t) = -\frac{4}{100}y(t) + \frac{3}{100}x(t) + 2$$

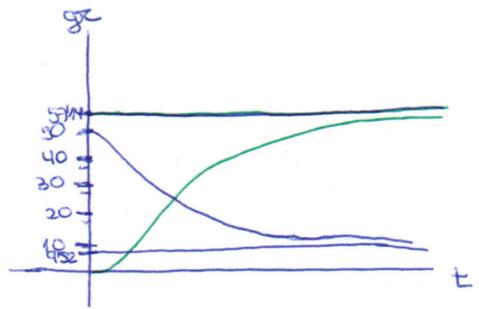
b) Busco las situaciones de equilibrio no iguales a cero.

$$x'(t) = -0.06x + 0.01y = 0 \quad \rightarrow \quad x = \frac{-0.01y}{-0.06} = 0.17y = \frac{1}{6}y$$

$$y'(t) = -0.04y + 0.03x + 2 = 0$$

$$\rightarrow -0.04y + \frac{4}{200} + 2 = \frac{-7y}{200} + 2 = 0 \rightarrow y = \frac{-2 \cdot 200}{-7} = \frac{400}{7} = 57.14 \text{ gr}$$

$$x = 9.52 \text{ gr.}$$



- $A(0) = 50$
- $B(0) = 0$

Nota Para justificar $x(t) \rightarrow x_{eq}$ $t \rightarrow \infty$ hay que comprobar que $\text{Aut}(A) < 0$.

c)

$$x'(t) = -0.06x + 0.01y = 0 \quad \rightarrow \quad -0.04y + 0.03 \cdot 20 + \alpha = 0$$

$$y'(t) = -0.04y + 0.03x + \alpha \quad \rightarrow \quad -0.06 \cdot 20 + 0.01y = 0 \rightarrow y = 120$$

$$\rightarrow -0.04 \cdot 120 + 0.6 + \alpha = 0 \rightarrow \alpha = 4.2 \text{ gr.}$$