

# Modelos dicotómicos con el paquete `ltm` de R

José Ant. López Pina

# Índice

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Análisis de los modelos TRI</b>                          | <b>2</b>  |
| <b>2</b> | <b>Gestión de los datos</b>                                 | <b>3</b>  |
| 2.1      | Lectura de la base de datos . . . . .                       | 3         |
| 2.2      | Corrección de la matriz de respuestas . . . . .             | 3         |
| <b>3</b> | <b>Análisis de ítems con la TCT</b>                         | <b>5</b>  |
| 3.1      | Estadísticos descriptivos de los ítems . . . . .            | 5         |
| 3.2      | Análisis de ítems . . . . .                                 | 7         |
| 3.3      | Análisis de distractores . . . . .                          | 14        |
| 3.4      | Análisis de la fiabilidad . . . . .                         | 24        |
| <b>4</b> | <b>Modelo logístico de 1-p</b>                              | <b>26</b> |
| 4.1      | Estimación de parámetros . . . . .                          | 26        |
| 4.2      | Gráficos en el modelo logístico de 1-p . . . . .            | 34        |
| <b>5</b> | <b>Modelo logístico de 2-p</b>                              | <b>37</b> |
| 5.1      | Estimación de parámetros . . . . .                          | 37        |
| 5.2      | Gráficos en el modelo logístico de 2-p . . . . .            | 40        |
| <b>6</b> | <b>Modelo de 3-p</b>  | <b>44</b> |
| 6.1      | Estimación de parámetros . . . . .                          | 44        |
| 6.2      | Gráficos en el modelo de 3-p . . . . .                      | 47        |
| <b>7</b> | <b>Comparación de modelos</b>                               | <b>51</b> |
| <b>8</b> | <b>Evaluación de los principios de los modelos</b>          | <b>53</b> |
| 8.1      | Evaluación de la unidimensionalidad . . . . .               | 53        |
| 8.1.1    | El método unidimTest . . . . .                              | 53        |
| 8.1.2    | Análisis Factorial no lineal . . . . .                      | 54        |
| 8.2      | Evaluación de la independencia local de los ítems . . . . . | 61        |

# Capítulo 1

## Análisis de los modelos TRI

El paquete `ltm` permite estimar los parámetros de los ítems y de habilidad en los modelos logísticos de 1-p y 2-p, y el modelo de 3-p para ítems dicotómicos. Este paquete complementa la estimación de parámetros con un estudio del ajuste de los ítems y de las personas en función del modelo propuesto; además, dispone de una función para probar el principio de unidimensionalidad. No obstante, emplearemos también un procedimiento alternativo basado en el análisis factorial no lineal que se implementa en el paquete `sirt`. La independencia local de los ítems se pondrá a prueba con el paquete `subscore`, que implementa el estadístico Q3 de Yen para los modelos dicotómicos. El paquete `ltm` también dispone de funciones para graficar las funciones de respuesta al ítem (FRIs) y las funciones de información de los ítems (FIIs).

Antes de comenzar con los modelos TRI conviene realizar un estudio descriptivo previo de los ítems, así como un análisis del funcionamiento de los distractores de los ítems<sup>1</sup>. Para ello, emplearemos los paquetes `psych`, `CTT` y `ShinnyItemAnalysis`.

Para realizar cualquier análisis conviene que instale todos los paquetes implicados en este documento con `install.packages("ltm")`, `install.packages("sirt")`, `install.packages("subscore")`, `install.packages("psych")`, `install.packages(CTT)` e `install.packages(ShinnyItemAnalysis)`.

Una vez que haya instalado todos los paquetes debe cargar la librería de cada paquete cuando se le indique en el documento. En primer lugar, para corregir la matriz de respuestas a los ítems debemos cargar el paquete `ltm` con:

```
library(ltm)
```

```
Cargando paquete requerido: MASS
```

```
Cargando paquete requerido: msm
```

```
Cargando paquete requerido: polycor
```

---

<sup>1</sup>El análisis de distractores sólo se puede hacer si disponemos de las respuestas originales de los estudiantes.

## Capítulo 2

# Gestión de los datos

### 2.1 Lectura de la base de datos

El primer paso consiste en abrir una carpeta donde se encontrarán los datos de los tests que se desean analizar. Por ejemplo, en el disco principal (C:) abrimos una carpeta `C:datos` para alojar los archivos de datos. Para ello, utilizaremos la función `setwd("C:/datos")`. Esta carpeta permanecerá activa en tanto no se cambie de denominación o se borre del disco duro. A continuación, se asigna la matriz de datos a un objeto. El objeto puede tener cualquier nombre, por ejemplo, `rv0`. Para ello utilizamos la función siguiente: `rv0 <- read.table("rv.dat", header=T, sep=",")`.

La función `read.table` permite leer el archivo `rv.dat` que contiene los nombres de las variables en la primera fila. A partir de la segunda fila aparecen las respuestas a los ítems, para cada caso, separadas (`sep`) por comas. La lectura del archivo se asigna al objeto `rv0` que contiene la matriz de datos que se desea analizar. En este caso, el archivo contiene muchos datos ausentes indicados por `NA` por lo que se pueden adoptar dos acciones: 1) Eliminar los casos que contengan datos ausentes, o 2) imputar la respuesta con algún método de imputación. En este caso, hemos optado por eliminar los casos con datos ausentes creando un nuevo objeto (`rv1`) que contenga sólo los casos que hayan contestado todos los ítems con `na.omit(rv0)`.

No obstante, para estimar los parámetros de los modelos de respuesta al ítem se deben eliminar de la matriz de datos las columnas correspondientes al número de identificación y al género, asignando el resultado a un nuevo objeto: `rv2 <- rv0[, -c(1,20)]`.

### 2.2 Corrección de la matriz de respuestas

Ahora en el objeto `rv2` disponemos de las respuestas no corregidas de los estudiantes, por lo que para estimar los parámetros en los modelos de respuesta al ítem necesitamos la matriz de respuestas corregidas. Para ello, se crea un objeto (`clave`) como un vector columna que contiene las opciones correctas de cada ítem. Este vector columna debe tener el mismo número de elementos que ítems hay en el archivo con las respuestas. Finalmente se corrige la matriz de respuestas con la función `mult.choice(rv1, clave)` que contiene el objeto con la matriz de respuestas `rv1` y el objeto con el vector columna `clave` para realizar la corrección. La matriz de respuestas corregida se almacena ahora en el objeto `rv`.

```
setwd("c:/datos/")
rv0 <- read.table("rv.dat", header=T, sep=",")
rv1 <- na.omit(rv0)
rv2 <- rv1[, -c(1,20)]
```

```
clave <- c(3,4,1,4,2,1,4,1,2,3,3,4,3,1,4,2,1,3)
rv <- mult.choice(rv2,clave)
```

Con la función:

```
head(rv2)
```

|      | RV1 | RV2 | RV3 | RV4 | RV5 | RV6 | RV7 | RV8 | RV9 | RV10 | RV11 | RV12 | RV13 | RV14 | RV15 | RV16 | RV17 |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1    | 3   | 4   | 1   | 4   | 2   | 1   | 3   | 1   | 2   | 3    | 3    | 4    | 3    | 1    | 4    | 2    | 4    |
| 2    | 3   | 4   | 1   | 4   | 2   | 1   | 4   | 3   | 2   | 3    | 3    | 3    | 3    | 1    | 2    | 2    | 3    |
| 3    | 3   | 4   | 1   | 4   | 2   | 1   | 4   | 1   | 2   | 3    | 3    | 4    | 3    | 3    | 4    | 2    | 1    |
| 4    | 3   | 4   | 1   | 4   | 2   | 1   | 4   | 3   | 2   | 3    | 3    | 4    | 3    | 1    | 4    | 4    | 3    |
| 5    | 3   | 4   | 1   | 4   | 2   | 1   | 3   | 1   | 2   | 2    | 3    | 4    | 1    | 1    | 4    | 1    | 1    |
| 6    | 3   | 4   | 1   | 4   | 2   | 1   | 4   | 1   | 2   | 3    | 3    | 4    | 3    | 1    | 4    | 2    | 1    |
| RV18 |     |     |     |     |     |     |     |     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 1    | 1   |     |     |     |     |     |     |     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 2    | 4   |     |     |     |     |     |     |     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 3    | 1   |     |     |     |     |     |     |     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 4    | 1   |     |     |     |     |     |     |     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 5    | 3   |     |     |     |     |     |     |     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 6    | 4   |     |     |     |     |     |     |     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |

podemos comprobar que el objeto `rv2` contiene la matriz original de respuestas a los ítems una vez que se han eliminado los casos con omisiones NA. Y si escribimos a continuación:

```
head(rv)
```

|      | RV1 | RV2 | RV3 | RV4 | RV5 | RV6 | RV7 | RV8 | RV9 | RV10 | RV11 | RV12 | RV13 | RV14 | RV15 | RV16 | RV17 |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1    | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 0   | 1   | 1   | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    |
| 2    | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 0   | 1   | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    |
| 3    | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    |
| 4    | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 0   | 1   | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    |
| 5    | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 0   | 1   | 1   | 0    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 0    | 1    |
| 6    | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    |
| RV18 |     |     |     |     |     |     |     |     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 1    | 0   |     |     |     |     |     |     |     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 2    | 0   |     |     |     |     |     |     |     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 3    | 0   |     |     |     |     |     |     |     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 4    | 0   |     |     |     |     |     |     |     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 5    | 1   |     |     |     |     |     |     |     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 6    | 0   |     |     |     |     |     |     |     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |

tenemos la matriz de respuestas corregida. La función:

```
names(rv1)
```

```
[1] "NID"      "RV1"      "RV2"      "RV3"      "RV4"      "RV5"      "RV6"      "RV7"
[9] "RV8"      "RV9"      "RV10"     "RV11"     "RV12"     "RV13"     "RV14"     "RV15"
[17] "RV16"     "RV17"     "RV18"     "Genero"
```

devuelve el nombre de las variables y la dimensionalidad final se obtiene con:

```
dim(rv)
```

```
[1] 402 18
```

que determina 402 casos válidos para los 18 ítems de la escala.

## Capítulo 3

# Análisis de ítems con la TCT

### 3.1 Estadísticos descriptivos de los ítems

Se puede obtener un resumen de los estadísticos básicos de los ítems con:

```
descript(rv)
```

Descriptive statistics for the 'rv' data-set

Sample:

18 items and 402 sample units; 0 missing values

Proportions for each level of response:

|      | logit  |        |         |
|------|--------|--------|---------|
| RV1  | 0.0871 | 0.9129 | 2.3500  |
| RV2  | 0.1741 | 0.8259 | 1.5566  |
| RV3  | 0.2114 | 0.7886 | 1.3163  |
| RV4  | 0.2114 | 0.7886 | 1.3163  |
| RV5  | 0.3607 | 0.6393 | 0.5723  |
| RV6  | 0.3507 | 0.6493 | 0.6158  |
| RV7  | 0.3507 | 0.6493 | 0.6158  |
| RV8  | 0.4154 | 0.5846 | 0.3416  |
| RV9  | 0.3706 | 0.6294 | 0.5294  |
| RV10 | 0.1940 | 0.8060 | 1.4240  |
| RV11 | 0.2761 | 0.7239 | 0.9638  |
| RV12 | 0.2886 | 0.7114 | 0.9024  |
| RV13 | 0.1965 | 0.8035 | 1.4082  |
| RV14 | 0.5224 | 0.4776 | -0.0896 |
| RV15 | 0.5647 | 0.4353 | -0.2602 |
| RV16 | 0.4826 | 0.5174 | 0.0697  |
| RV17 | 0.6841 | 0.3159 | -0.7726 |
| RV18 | 0.8483 | 0.1517 | -1.7210 |

Frequencies of total scores:

|      |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|------|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|      | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| Freq | 0 | 0 | 1 | 3 | 6 | 13 | 18 | 28 | 18 | 23 | 29 | 40 | 35 | 57 | 58 | 47 | 19 | 6  | 1  |

Point Biserial correlation with Total Score:

|      | Included | Excluded |
|------|----------|----------|
| RV1  | 0.3706   | 0.2940   |
| RV2  | 0.4384   | 0.3392   |
| RV3  | 0.5066   | 0.4064   |
| RV4  | 0.3762   | 0.2635   |
| RV5  | 0.5363   | 0.4209   |
| RV6  | 0.4806   | 0.3585   |
| RV7  | 0.4460   | 0.3199   |
| RV8  | 0.4679   | 0.3399   |
| RV9  | 0.5513   | 0.4374   |
| RV10 | 0.4152   | 0.3095   |
| RV11 | 0.5829   | 0.4829   |
| RV12 | 0.4147   | 0.2923   |
| RV13 | 0.4687   | 0.3674   |
| RV14 | 0.3185   | 0.1745   |
| RV15 | 0.2679   | 0.1221   |
| RV16 | 0.5081   | 0.3833   |
| RV17 | 0.2127   | 0.0741   |
| RV18 | 0.1295   | 0.0215   |

Cronbach's alpha:

|                | value  |
|----------------|--------|
| All Items      | 0.7195 |
| Excluding RV1  | 0.7100 |
| Excluding RV2  | 0.7047 |
| Excluding RV3  | 0.6981 |
| Excluding RV4  | 0.7108 |
| Excluding RV5  | 0.6948 |
| Excluding RV6  | 0.7015 |
| Excluding RV7  | 0.7055 |
| Excluding RV8  | 0.7034 |
| Excluding RV9  | 0.6930 |
| Excluding RV10 | 0.7069 |
| Excluding RV11 | 0.6894 |
| Excluding RV12 | 0.7083 |
| Excluding RV13 | 0.7019 |
| Excluding RV14 | 0.7210 |
| Excluding RV15 | 0.7263 |
| Excluding RV16 | 0.6986 |
| Excluding RV17 | 0.7295 |
| Excluding RV18 | 0.7289 |

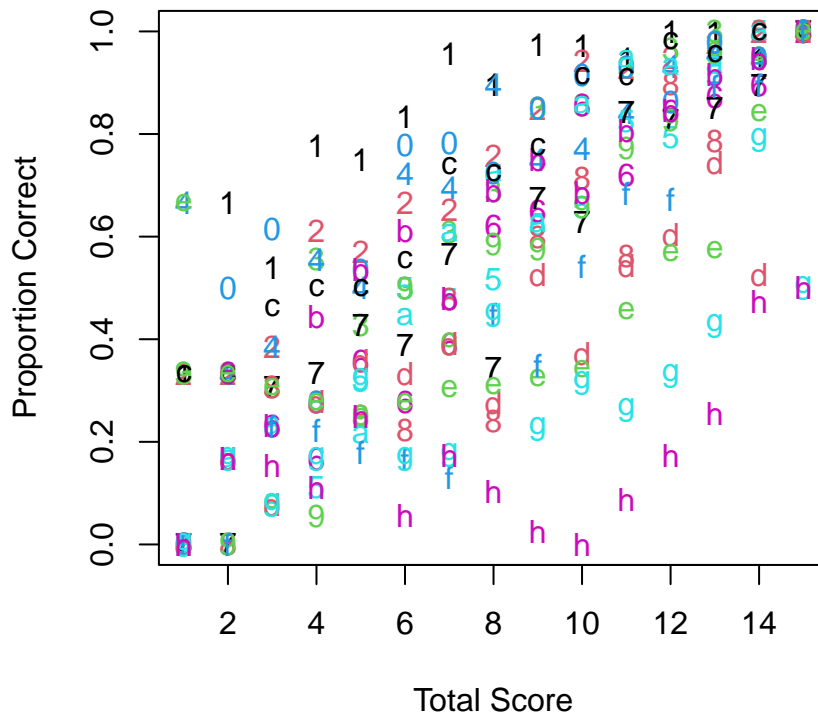
Pairwise Associations:

| Item i | Item j | p.value |       |
|--------|--------|---------|-------|
| 1      | 6      | 15      | 1.000 |
| 2      | 8      | 18      | 1.000 |

|    |    |    |       |
|----|----|----|-------|
| 3  | 2  | 18 | 1.000 |
| 4  | 1  | 17 | 1.000 |
| 5  | 13 | 18 | 1.000 |
| 6  | 17 | 18 | 1.000 |
| 7  | 14 | 15 | 0.987 |
| 8  | 7  | 18 | 0.976 |
| 9  | 8  | 15 | 0.968 |
| 10 | 3  | 17 | 0.926 |

que presenta la proporción de casos para cada opción de respuesta, las frecuencias correspondientes a cada puntuación empírica, el índice de discriminación de la teoría clásica de tests para cada ítem, el coeficiente alfa para el test completo y en función de si elimina cada uno de los ítems. El paquete `ltm` también permite obtener un gráfico de las puntuaciones empíricas vs. las proporciones de respuestas correctas con:

```
des <- descript(rv)
plot.descript(des)
```



### 3.2 Análisis de ítems

Un examen más pormenorizado del funcionamiento de cada ítem se puede obtener con el paquete `CTT`. Para ello, debemos cargar la librería correspondiente:

```
library(CTT)
```

Adjuntando el paquete: 'CTT'



4 0.886956522 0.95890411

\$RV5

|   | correct    | key | n | rspP       | pBis       | discrim    | lower      | mid50     |            |
|---|------------|-----|---|------------|------------|------------|------------|-----------|------------|
| 1 |            |     | 1 | 75         | 0.18656716 | -0.3205514 | -0.2088418 | 0.2636364 | 0.25961538 |
| 2 | *          |     | 2 | 257        | 0.63930348 | 0.4208861  | 0.6542964  | 0.2909091 | 0.60576923 |
| 3 |            |     | 3 | 35         | 0.08706468 | -0.2847715 | -0.1727273 | 0.1727273 | 0.08653846 |
| 4 |            |     | 4 | 35         | 0.08706468 | -0.4799104 | -0.2727273 | 0.2727273 | 0.04807692 |
|   | mid75      |     |   | upper      |            |            |            |           |            |
| 1 | 0.13043478 |     |   | 0.05479452 |            |            |            |           |            |
| 2 | 0.80869565 |     |   | 0.94520548 |            |            |            |           |            |
| 3 | 0.06086957 |     |   | 0.00000000 |            |            |            |           |            |
| 4 | 0.00000000 |     |   | 0.00000000 |            |            |            |           |            |

\$RV6

|   | correct    | key | n | rspP       | pBis       | discrim    | lower      | mid50     |            |
|---|------------|-----|---|------------|------------|------------|------------|-----------|------------|
| 1 | *          |     | 1 | 261        | 0.64925373 | 0.3584662  | 0.5995019  | 0.2909091 | 0.71153846 |
| 2 |            |     | 2 | 60         | 0.14925373 | -0.3103976 | -0.2224159 | 0.2909091 | 0.08653846 |
| 3 |            |     | 3 | 50         | 0.12437811 | -0.3062565 | -0.1770859 | 0.2181818 | 0.13461538 |
| 4 |            |     | 4 | 31         | 0.07711443 | -0.3809728 | -0.2000000 | 0.2000000 | 0.06730769 |
|   | mid75      |     |   | upper      |            |            |            |           |            |
| 1 | 0.78260870 |     |   | 0.89041096 |            |            |            |           |            |
| 2 | 0.12173913 |     |   | 0.06849315 |            |            |            |           |            |
| 3 | 0.07826087 |     |   | 0.04109589 |            |            |            |           |            |
| 4 | 0.01739130 |     |   | 0.00000000 |            |            |            |           |            |

\$RV7

|   | correct    | key | n | rspP       | pBis       | discrim    | lower       | mid50      |            |
|---|------------|-----|---|------------|------------|------------|-------------|------------|------------|
| 1 |            |     | 1 | 55         | 0.13681592 | -0.4059335 | -0.22702366 | 0.28181818 | 0.14423077 |
| 2 |            |     | 2 | 12         | 0.02985075 | -0.1989784 | -0.06363636 | 0.06363636 | 0.01923077 |
| 3 |            |     | 3 | 74         | 0.18407960 | -0.3094560 | -0.20423412 | 0.27272727 | 0.26923077 |
| 4 | *          |     | 4 | 261        | 0.64925373 | 0.3198739  | 0.49489415  | 0.38181818 | 0.56730769 |
|   | mid75      |     |   | upper      |            |            |             |            |            |
| 1 | 0.04347826 |     |   | 0.05479452 |            |            |             |            |            |
| 2 | 0.02608696 |     |   | 0.00000000 |            |            |             |            |            |
| 3 | 0.09565217 |     |   | 0.06849315 |            |            |             |            |            |
| 4 | 0.83478261 |     |   | 0.87671233 |            |            |             |            |            |

\$RV8

|   | correct    | key | n | rspP       | pBis       | discrim    | lower       | mid50     |            |
|---|------------|-----|---|------------|------------|------------|-------------|-----------|------------|
| 1 | *          |     | 1 | 235        | 0.58457711 | 0.3398668  | 0.57210461  | 0.2909091 | 0.53846154 |
| 2 |            |     | 2 | 27         | 0.06716418 | -0.2048755 | -0.07708593 | 0.1181818 | 0.07692308 |
| 3 |            |     | 3 | 120        | 0.29850746 | -0.3967173 | -0.34956413 | 0.4454545 | 0.34615385 |
| 4 |            |     | 4 | 20         | 0.04975124 | -0.3815480 | -0.14545455 | 0.1454545 | 0.03846154 |
|   | mid75      |     |   | upper      |            |            |             |           |            |
| 1 | 0.73043478 |     |   | 0.86301370 |            |            |             |           |            |
| 2 | 0.02608696 |     |   | 0.04109589 |            |            |             |           |            |
| 3 | 0.24347826 |     |   | 0.09589041 |            |            |             |           |            |
| 4 | 0.00000000 |     |   | 0.00000000 |            |            |             |           |            |

\$RV9

|   | correct | key | n | rspP | pBis       | discrim    | lower      | mid50     |            |
|---|---------|-----|---|------|------------|------------|------------|-----------|------------|
| 1 |         |     | 1 | 77   | 0.19154229 | -0.4884705 | -0.3772105 | 0.3909091 | 0.21153846 |
| 2 | *       |     | 2 | 253  | 0.62935323 | 0.4373676  | 0.7043587  | 0.2545455 | 0.60576923 |
| 3 |         |     | 3 | 37   | 0.09203980 | -0.2515759 | -0.1590286 | 0.1727273 | 0.10576923 |
| 4 |         |     | 4 | 35   | 0.08706468 | -0.2974740 | -0.1681196 | 0.1818182 | 0.07692308 |

|   | mid75      | upper      |
|---|------------|------------|
| 1 | 0.09565217 | 0.01369863 |
| 2 | 0.80000000 | 0.95890411 |
| 3 | 0.05217391 | 0.01369863 |
| 4 | 0.05217391 | 0.01369863 |

\$RV10

|   | correct | key | n | rspP | pBis       | discrim    | lower       | mid50     |            |
|---|---------|-----|---|------|------------|------------|-------------|-----------|------------|
| 1 |         |     | 1 | 21   | 0.05223881 | -0.2311673 | -0.10909091 | 0.1090909 | 0.02884615 |
| 2 |         |     | 2 | 26   | 0.06467662 | -0.2135805 | -0.08169365 | 0.1090909 | 0.07692308 |
| 3 | *       |     | 3 | 324  | 0.80597015 | 0.3094565  | 0.39987547  | 0.5727273 | 0.83653846 |
| 4 |         |     | 4 | 31   | 0.07711443 | -0.4127259 | -0.20909091 | 0.2090909 | 0.05769231 |

|   | mid75      | upper      |
|---|------------|------------|
| 1 | 0.05217391 | 0.00000000 |
| 2 | 0.03478261 | 0.02739726 |
| 3 | 0.89565217 | 0.97260274 |
| 4 | 0.01739130 | 0.00000000 |

\$RV11

|   | correct | key | n | rspP | pBis       | discrim    | lower       | mid50      |            |
|---|---------|-----|---|------|------------|------------|-------------|------------|------------|
| 1 |         |     | 1 | 38   | 0.09452736 | -0.3613181 | -0.20448319 | 0.21818182 | 0.08653846 |
| 2 |         |     | 2 | 6    | 0.01492537 | -0.2293123 | -0.05454545 | 0.05454545 | 0.00000000 |
| 3 | *       |     | 3 | 291  | 0.72388060 | 0.4829083  | 0.62254047  | 0.33636364 | 0.73076923 |
| 4 |         |     | 4 | 67   | 0.16666667 | -0.5000345 | -0.36351183 | 0.39090909 | 0.18269231 |

|   | mid75      | upper      |
|---|------------|------------|
| 1 | 0.03478261 | 0.01369863 |
| 2 | 0.00000000 | 0.00000000 |
| 3 | 0.93913043 | 0.95890411 |
| 4 | 0.02608696 | 0.02739726 |

\$RV12

|   | correct | key | n | rspP | pBis       | discrim    | lower      | mid50     |            |
|---|---------|-----|---|------|------------|------------|------------|-----------|------------|
| 1 |         |     | 1 | 17   | 0.04228856 | -0.2870424 | -0.1272727 | 0.1272727 | 0.01923077 |
| 2 |         |     | 2 | 27   | 0.06716418 | -0.2513142 | -0.1089664 | 0.1363636 | 0.07692308 |
| 3 |         |     | 3 | 72   | 0.17910448 | -0.3544841 | -0.2498132 | 0.2909091 | 0.19230769 |
| 4 | *       |     | 4 | 286  | 0.71144279 | 0.2923089  | 0.4860523  | 0.4454545 | 0.71153846 |

|   | mid75       | upper      |
|---|-------------|------------|
| 1 | 0.008695652 | 0.00000000 |
| 2 | 0.017391304 | 0.02739726 |
| 3 | 0.147826087 | 0.04109589 |
| 4 | 0.826086957 | 0.93150685 |

\$RV13

|   | correct | key | n | rspP | pBis       | discrim    | lower       | mid50      |            |
|---|---------|-----|---|------|------------|------------|-------------|------------|------------|
| 1 |         |     | 1 | 29   | 0.07213930 | -0.2447060 | -0.11357410 | 0.12727273 | 0.09615385 |
| 2 |         |     | 2 | 14   | 0.03482587 | -0.2315282 | -0.06811955 | 0.08181818 | 0.01923077 |

|   |   |   |     |            |            |             |            |            |
|---|---|---|-----|------------|------------|-------------|------------|------------|
| 3 | * | 3 | 323 | 0.80348259 | 0.3674204  | 0.43623910  | 0.53636364 | 0.80769231 |
| 4 |   | 4 | 36  | 0.08955224 | -0.4525409 | -0.25454545 | 0.25454545 | 0.07692308 |

|   |  |            |            |
|---|--|------------|------------|
|   |  | mid75      | upper      |
| 1 |  | 0.03478261 | 0.01369863 |
| 2 |  | 0.01739130 | 0.01369863 |
| 3 |  | 0.94782609 | 0.97260274 |
| 4 |  | 0.00000000 | 0.00000000 |

\$RV14

|   |   |             |     |            |            |            |           |            |
|---|---|-------------|-----|------------|------------|------------|-----------|------------|
|   |   | correct key | n   | rspP       | pBis       | discrim    | lower     | mid50      |
| 1 | * | 1           | 192 | 0.47761194 | 0.1744660  | 0.4214197  | 0.2909091 | 0.40384615 |
| 2 |   | 2           | 125 | 0.31094527 | -0.1948545 | -0.1127024 | 0.3181818 | 0.34615385 |
| 3 |   | 3           | 38  | 0.09452736 | -0.2491577 | -0.1133250 | 0.1818182 | 0.05769231 |
| 4 |   | 4           | 47  | 0.11691542 | -0.3463419 | -0.1953923 | 0.2090909 | 0.19230769 |

|   |  |            |            |
|---|--|------------|------------|
|   |  | mid75      | upper      |
| 1 |  | 0.57391304 | 0.71232877 |
| 2 |  | 0.33913043 | 0.20547945 |
| 3 |  | 0.06086957 | 0.06849315 |
| 4 |  | 0.02608696 | 0.01369863 |

\$RV15

|   |   |             |     |            |            |             |           |             |
|---|---|-------------|-----|------------|------------|-------------|-----------|-------------|
|   |   | correct key | n   | rspP       | pBis       | discrim     | lower     | mid50       |
| 1 |   | 1           | 86  | 0.21393035 | -0.2826394 | -0.17671233 | 0.3000000 | 0.298076923 |
| 2 |   | 2           | 126 | 0.31343284 | -0.1770643 | -0.09912827 | 0.2909091 | 0.365384615 |
| 3 |   | 3           | 15  | 0.03731343 | -0.2945354 | -0.11818182 | 0.1181818 | 0.009615385 |
| 4 | * | 4           | 175 | 0.43532338 | 0.1220627  | 0.39402242  | 0.2909091 | 0.326923077 |

|   |  |             |           |
|---|--|-------------|-----------|
|   |  | mid75       | upper     |
| 1 |  | 0.113043478 | 0.1232877 |
| 2 |  | 0.365217391 | 0.1917808 |
| 3 |  | 0.008695652 | 0.0000000 |
| 4 |  | 0.513043478 | 0.6849315 |

\$RV16

|   |   |             |     |            |            |            |           |           |
|---|---|-------------|-----|------------|------------|------------|-----------|-----------|
|   |   | correct key | n   | rspP       | pBis       | discrim    | lower     | mid50     |
| 1 |   | 1           | 30  | 0.07462687 | -0.2718952 | -0.1226650 | 0.1363636 | 0.1057692 |
| 2 | * | 2           | 208 | 0.51741294 | 0.3833284  | 0.7404732  | 0.1636364 | 0.4423077 |
| 3 |   | 3           | 66  | 0.16417910 | -0.2941050 | -0.2134496 | 0.2545455 | 0.2115385 |
| 4 |   | 4           | 98  | 0.24378109 | -0.4158916 | -0.4043587 | 0.4454545 | 0.2403846 |

|   |  |            |            |
|---|--|------------|------------|
|   |  | mid75      | upper      |
| 1 |  | 0.02608696 | 0.01369863 |
| 2 |  | 0.67826087 | 0.90410959 |
| 3 |  | 0.11304348 | 0.04109589 |
| 4 |  | 0.18260870 | 0.04109589 |

\$RV17

|   |   |             |     |            |             |             |           |            |
|---|---|-------------|-----|------------|-------------|-------------|-----------|------------|
|   |   | correct key | n   | rspP       | pBis        | discrim     | lower     | mid50      |
| 1 | * | 1           | 127 | 0.31592040 | 0.07406213  | 0.34333748  | 0.1909091 | 0.31730769 |
| 2 |   | 2           | 38  | 0.09452736 | -0.32012290 | -0.18169365 | 0.2090909 | 0.06730769 |
| 3 |   | 3           | 208 | 0.51741294 | -0.09830879 | -0.02988792 | 0.4545455 | 0.52884615 |
| 4 |   | 4           | 29  | 0.07213930 | -0.28376169 | -0.13175592 | 0.1454545 | 0.08653846 |

|  |  |       |       |
|--|--|-------|-------|
|  |  | mid75 | upper |
|--|--|-------|-------|

```

1 0.29565217 0.53424658
2 0.05217391 0.02739726
3 0.62608696 0.42465753
4 0.02608696 0.01369863

```

\$RV18

|   | correct | key | n   | rspP       | pBis        | discrim     | lower     | mid50      |
|---|---------|-----|-----|------------|-------------|-------------|-----------|------------|
| 1 |         |     | 162 | 0.40298507 | -0.09178694 | 0.01955168  | 0.2818182 | 0.54807692 |
| 2 |         |     | 34  | 0.08457711 | -0.32898455 | -0.15890411 | 0.2000000 | 0.03846154 |
| 3 | *       |     | 61  | 0.15174129 | 0.02153160  | 0.18792030  | 0.1545455 | 0.03846154 |
| 4 |         |     | 145 | 0.36069652 | -0.15006710 | -0.04856787 | 0.3636364 | 0.37500000 |

|   | mid75      | upper      |
|---|------------|------------|
| 1 | 0.45217391 | 0.30136986 |
| 2 | 0.04347826 | 0.04109589 |
| 3 | 0.13043478 | 0.34246575 |
| 4 | 0.37391304 | 0.31506849 |

Para cada ítem se presenta la frecuencia de respuestas en cada categoría (**n**) y se marca la categoría correcta con **\***; la proporción de respuestas en cada categoría (**rspP**); el índice de discriminación obtenido con la correlación biserial-puntual (**pBis**), el índice de discriminación (**D**) obtenido entre la diferencia de las proporciones del grupo superior (27%) menos la del grupo inferior (27%) y el porcentaje de respuestas obtenidas en diferentes grupos en función del cuartil.

Generalmente, un índice de discriminación válido actualmente se corresponde con la correlación biserial-puntual corregida. Se acepta que un ítem funciona bien cuando su índice de discriminación se encuentra en el intervalo (0.30 - 0.70), y su índice de dificultad se encuentre en el intervalo (0.20 - 0.80).

Para obtener los índices de dificultad y discriminación de los ítems conjuntamente empleamos el paquete **psych** con:

```

detach(package:CTT)
library(psych)

```

Adjuntando el paquete: 'psych'

The following object is masked from 'package:ltm':

```
factor.scores
```

The following object is masked from 'package:polycor':

```
polyserial
```

y obtenemos estos estadísticos con:

```
alpha(rv)
```

Reliability analysis

Call: alpha(x = rv)

| raw_alpha | std.alpha | G6(smc) | average_r | S/N | ase  | mean | sd   | median_r |
|-----------|-----------|---------|-----------|-----|------|------|------|----------|
| 0.72      | 0.72      | 0.73    | 0.13      | 2.6 | 0.02 | 0.63 | 0.18 | 0.13     |

95% confidence boundaries

|          | lower | alpha | upper |
|----------|-------|-------|-------|
| Feldt    | 0.68  | 0.72  | 0.76  |
| Duhachek | 0.68  | 0.72  | 0.76  |

Reliability if an item is dropped:

|      | raw_alpha | std.alpha | G6(smc) | average_r | S/N | alpha se | var.r  | med.r |
|------|-----------|-----------|---------|-----------|-----|----------|--------|-------|
| RV1  | 0.71      | 0.71      | 0.72    | 0.13      | 2.4 | 0.021    | 0.0081 | 0.13  |
| RV2  | 0.70      | 0.71      | 0.71    | 0.12      | 2.4 | 0.021    | 0.0082 | 0.12  |
| RV3  | 0.70      | 0.70      | 0.71    | 0.12      | 2.3 | 0.022    | 0.0075 | 0.12  |
| RV4  | 0.71      | 0.71      | 0.72    | 0.13      | 2.5 | 0.021    | 0.0083 | 0.13  |
| RV5  | 0.69      | 0.70      | 0.71    | 0.12      | 2.3 | 0.022    | 0.0077 | 0.12  |
| RV6  | 0.70      | 0.70      | 0.71    | 0.12      | 2.4 | 0.021    | 0.0079 | 0.12  |
| RV7  | 0.71      | 0.71      | 0.71    | 0.12      | 2.4 | 0.021    | 0.0079 | 0.13  |
| RV8  | 0.70      | 0.71      | 0.71    | 0.12      | 2.4 | 0.021    | 0.0080 | 0.12  |
| RV9  | 0.69      | 0.70      | 0.70    | 0.12      | 2.3 | 0.022    | 0.0070 | 0.12  |
| RV10 | 0.71      | 0.71      | 0.72    | 0.12      | 2.4 | 0.021    | 0.0078 | 0.13  |
| RV11 | 0.69      | 0.69      | 0.70    | 0.12      | 2.2 | 0.022    | 0.0066 | 0.12  |
| RV12 | 0.71      | 0.71      | 0.72    | 0.13      | 2.4 | 0.021    | 0.0083 | 0.13  |
| RV13 | 0.70      | 0.70      | 0.71    | 0.12      | 2.4 | 0.021    | 0.0077 | 0.12  |
| RV14 | 0.72      | 0.72      | 0.73    | 0.13      | 2.6 | 0.020    | 0.0079 | 0.14  |
| RV15 | 0.73      | 0.72      | 0.73    | 0.13      | 2.6 | 0.019    | 0.0077 | 0.14  |
| RV16 | 0.70      | 0.70      | 0.71    | 0.12      | 2.3 | 0.022    | 0.0075 | 0.12  |
| RV17 | 0.73      | 0.73      | 0.74    | 0.14      | 2.7 | 0.019    | 0.0073 | 0.14  |
| RV18 | 0.73      | 0.73      | 0.74    | 0.14      | 2.8 | 0.019    | 0.0065 | 0.14  |

Item statistics

|      | n   | raw.r | std.r | r.cor | r.drop | mean | sd   |
|------|-----|-------|-------|-------|--------|------|------|
| RV1  | 402 | 0.37  | 0.41  | 0.351 | 0.294  | 0.91 | 0.28 |
| RV2  | 402 | 0.44  | 0.45  | 0.393 | 0.339  | 0.83 | 0.38 |
| RV3  | 402 | 0.51  | 0.51  | 0.476 | 0.406  | 0.79 | 0.41 |
| RV4  | 402 | 0.38  | 0.39  | 0.312 | 0.264  | 0.79 | 0.41 |
| RV5  | 402 | 0.54  | 0.53  | 0.494 | 0.421  | 0.64 | 0.48 |
| RV6  | 402 | 0.48  | 0.47  | 0.426 | 0.358  | 0.65 | 0.48 |
| RV7  | 402 | 0.45  | 0.43  | 0.376 | 0.320  | 0.65 | 0.48 |
| RV8  | 402 | 0.47  | 0.45  | 0.397 | 0.340  | 0.58 | 0.49 |
| RV9  | 402 | 0.55  | 0.55  | 0.527 | 0.437  | 0.63 | 0.48 |
| RV10 | 402 | 0.42  | 0.43  | 0.369 | 0.309  | 0.81 | 0.40 |
| RV11 | 402 | 0.58  | 0.58  | 0.573 | 0.483  | 0.72 | 0.45 |
| RV12 | 402 | 0.41  | 0.41  | 0.348 | 0.292  | 0.71 | 0.45 |
| RV13 | 402 | 0.47  | 0.48  | 0.438 | 0.367  | 0.80 | 0.40 |
| RV14 | 402 | 0.32  | 0.30  | 0.202 | 0.174  | 0.48 | 0.50 |
| RV15 | 402 | 0.27  | 0.26  | 0.158 | 0.122  | 0.44 | 0.50 |
| RV16 | 402 | 0.51  | 0.49  | 0.455 | 0.383  | 0.52 | 0.50 |
| RV17 | 402 | 0.21  | 0.20  | 0.087 | 0.074  | 0.32 | 0.47 |
| RV18 | 402 | 0.13  | 0.15  | 0.030 | 0.022  | 0.15 | 0.36 |

Non missing response frequency for each item

|     | 0    | 1    | miss |
|-----|------|------|------|
| RV1 | 0.09 | 0.91 | 0    |

|      |      |      |   |
|------|------|------|---|
| RV2  | 0.17 | 0.83 | 0 |
| RV3  | 0.21 | 0.79 | 0 |
| RV4  | 0.21 | 0.79 | 0 |
| RV5  | 0.36 | 0.64 | 0 |
| RV6  | 0.35 | 0.65 | 0 |
| RV7  | 0.35 | 0.65 | 0 |
| RV8  | 0.42 | 0.58 | 0 |
| RV9  | 0.37 | 0.63 | 0 |
| RV10 | 0.19 | 0.81 | 0 |
| RV11 | 0.28 | 0.72 | 0 |
| RV12 | 0.29 | 0.71 | 0 |
| RV13 | 0.20 | 0.80 | 0 |
| RV14 | 0.52 | 0.48 | 0 |
| RV15 | 0.56 | 0.44 | 0 |
| RV16 | 0.48 | 0.52 | 0 |
| RV17 | 0.68 | 0.32 | 0 |
| RV18 | 0.85 | 0.15 | 0 |

que produce una pléyade de estadísticos para todos los ítems. En este caso, el índice de dificultad de cada ítem se encuentra en la columna `mean` y el índice de discriminación en la columna `r.drop`.

### 3.3 Análisis de distractores

Generalmente, un análisis de distractores ayuda a comprender el comportamiento de los grupos a través de las distintas categorías de los ítems. A veces, los distractores no funcionan como se espera y puede ser necesario modificarlos. Para ello, cargamos la librería del paquete `ShinyItemAnalysis` y realizamos el análisis correspondiente con:

```
detach(package:psych)
library(ShinyItemAnalysis)
```

```
Warning: package 'ShinyItemAnalysis' was built under R version 4.5.3
```

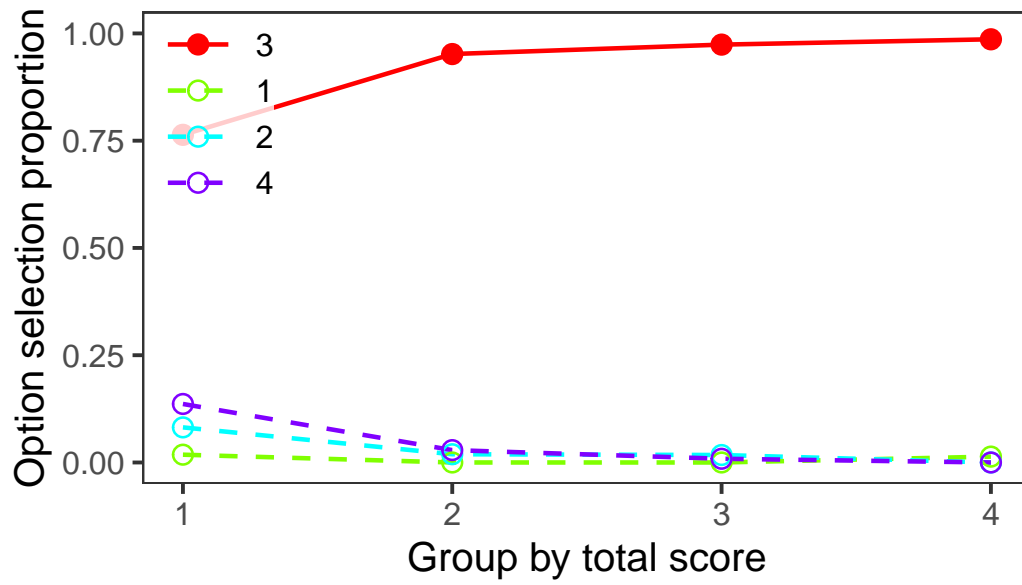
```
This is ShinyItemAnalysis version 1.5.5
- to run the interactive {shiny} app, call `run_app()`
- to learn more, visit `ShinyItemAnalysis.org`
```

```
plotDistractorAnalysis(rv2,clave,num.groups=4,item="RV1")
```

```
Warning: Using `size` aesthetic for lines was deprecated in ggplot2 3.4.0.
i Please use `linewidth` instead.
i The deprecated feature was likely used in the ShinyItemAnalysis package.
  Please report the issue at
  <https://github.com/patriciamar/ShinyItemAnalysis/issues>.
```

```
$RV1
```

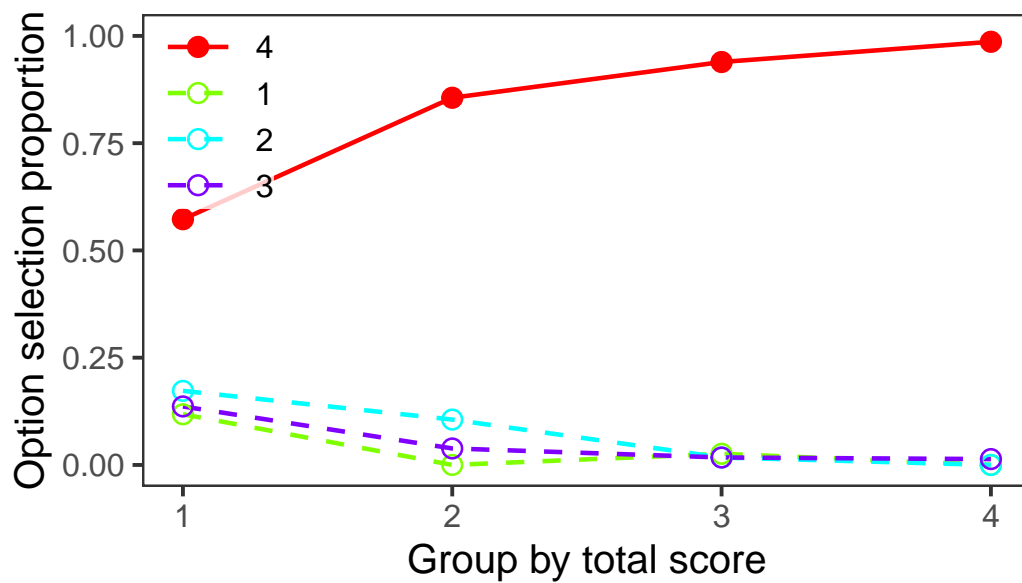
## RV1



```
plotDistractorAnalysis(rv2,clave,num.groups=4,item="RV2")
```

\$RV2

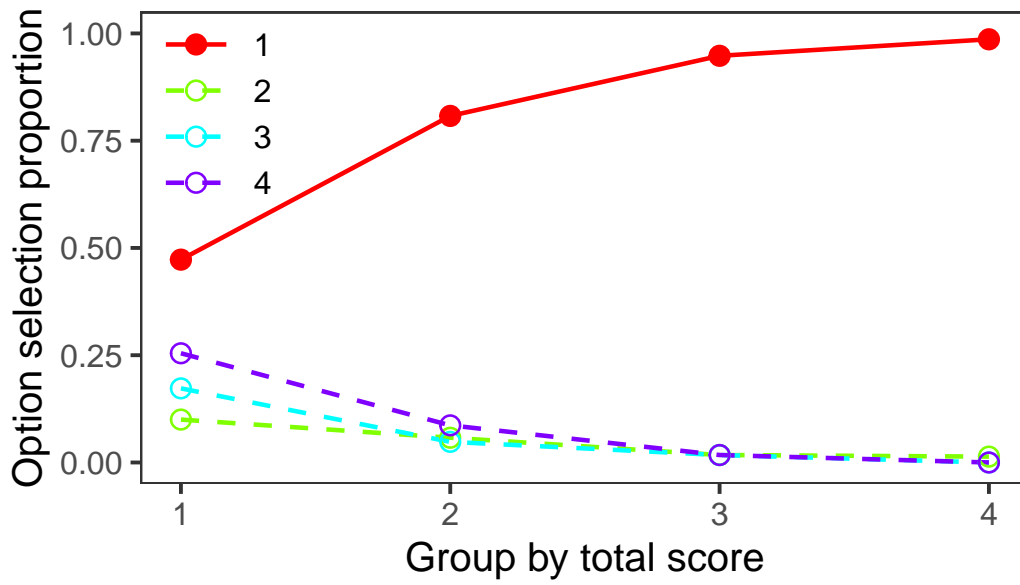
## RV2



```
plotDistractorAnalysis(rv2,clave,num.groups=4,item="RV3")
```

\$RV3

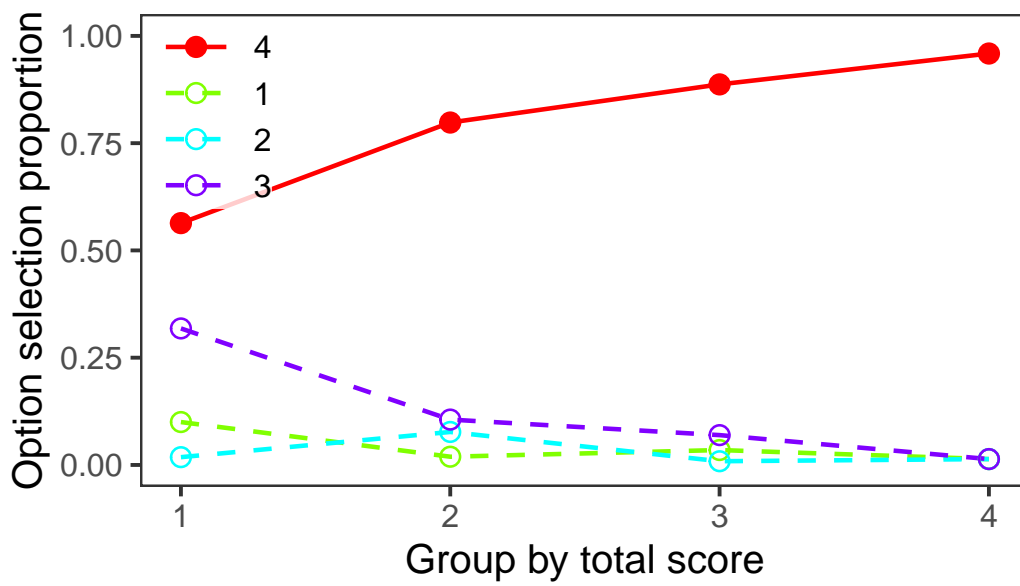
### RV3



```
plotDistractorAnalysis(rv2,clave,num.groups=4,item="RV4")
```

\$RV4

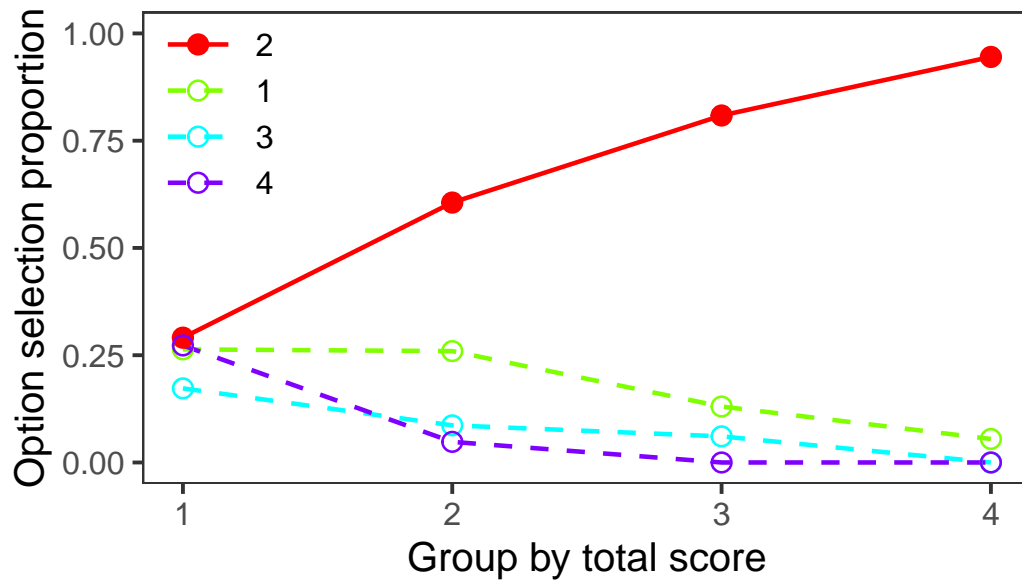
### RV4



```
plotDistractorAnalysis(rv2,clave,num.groups=4,item="RV5")
```

\$RV5

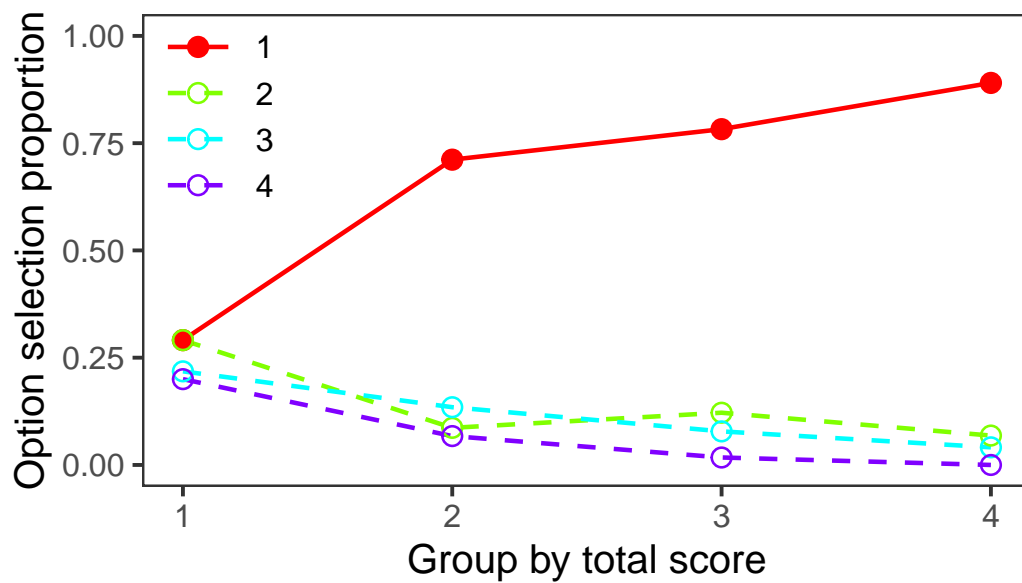
## RV5



```
plotDistractorAnalysis(rv2,clave,num.groups=4,item="RV6")
```

\$RV6

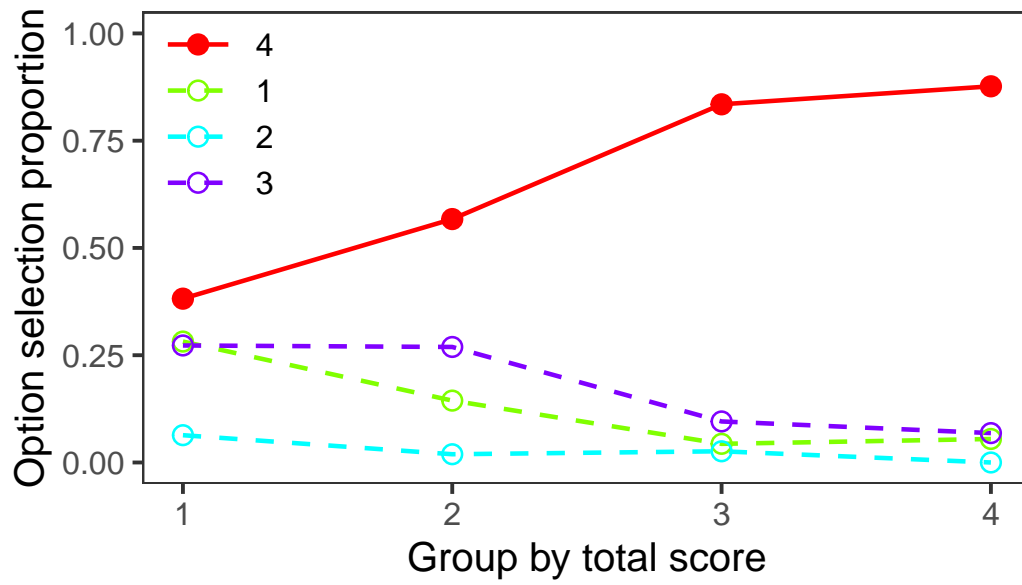
## RV6



```
plotDistractorAnalysis(rv2,clave,num.groups=4,item="RV7")
```

\$RV7

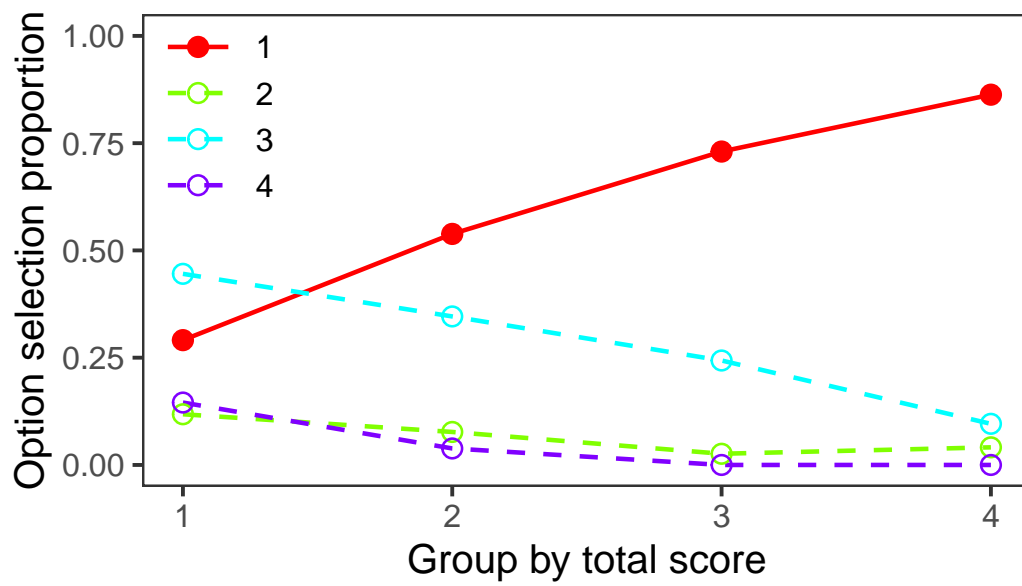
## RV7



```
plotDistractorAnalysis(rv2,clave,num.groups=4,item="RV8")
```

\$RV8

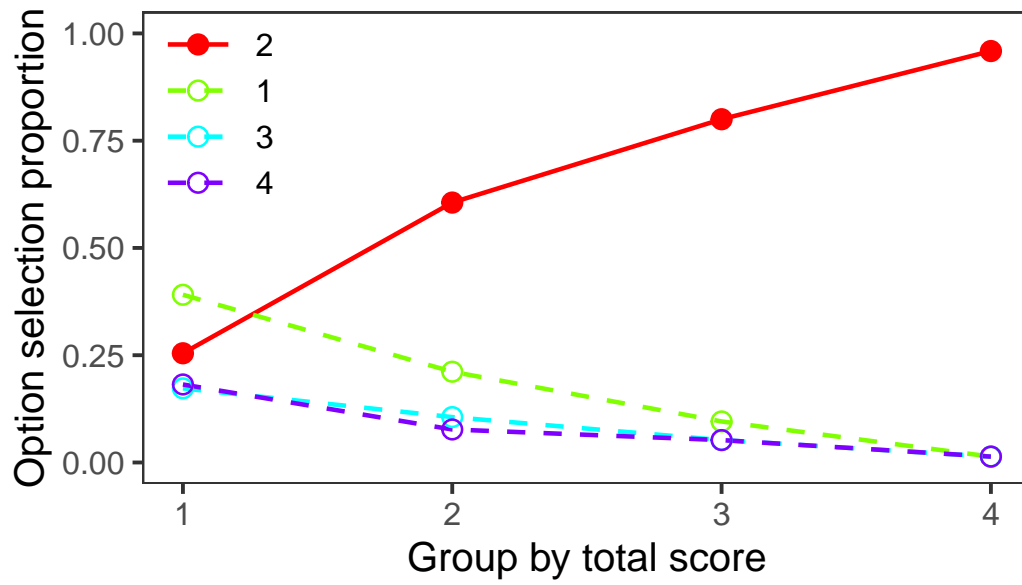
## RV8



```
plotDistractorAnalysis(rv2,clave,num.groups=4,item="RV9")
```

\$RV9

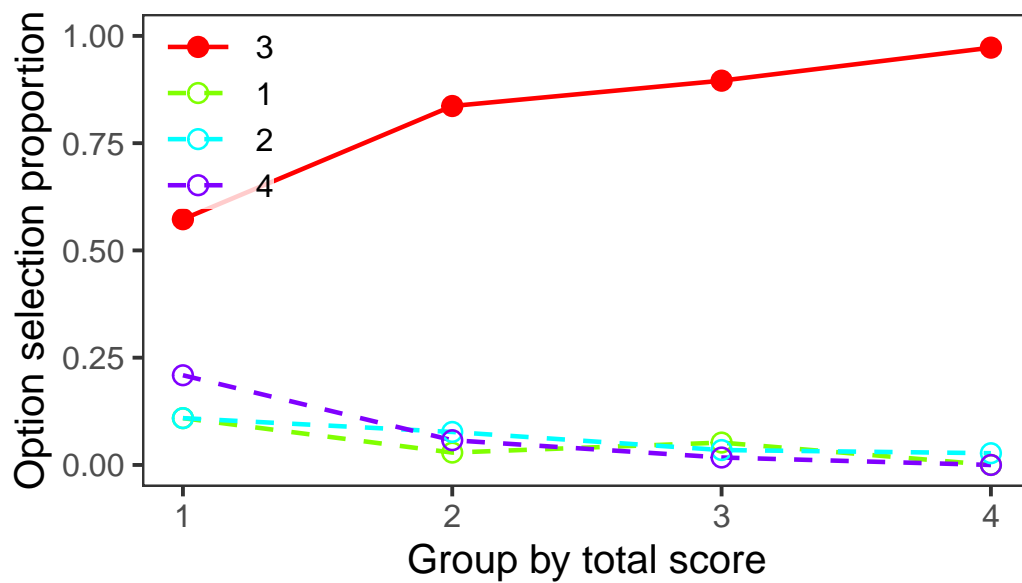
## RV9



```
plotDistractorAnalysis(rv2,clave,num.groups=4,item="RV10")
```

\$RV10

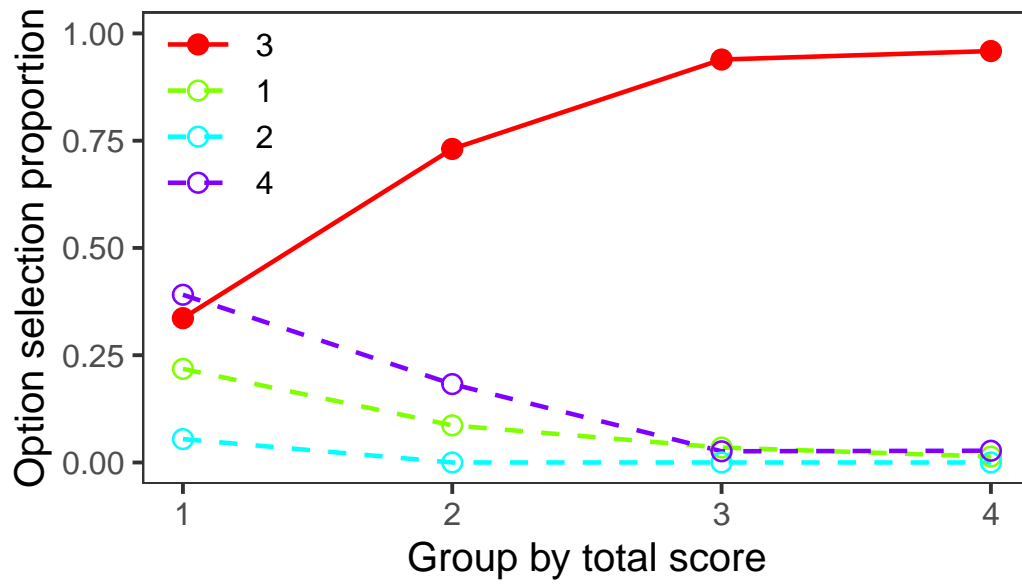
## RV10



```
plotDistractorAnalysis(rv2,clave,num.groups=4,item="RV11")
```

\$RV11

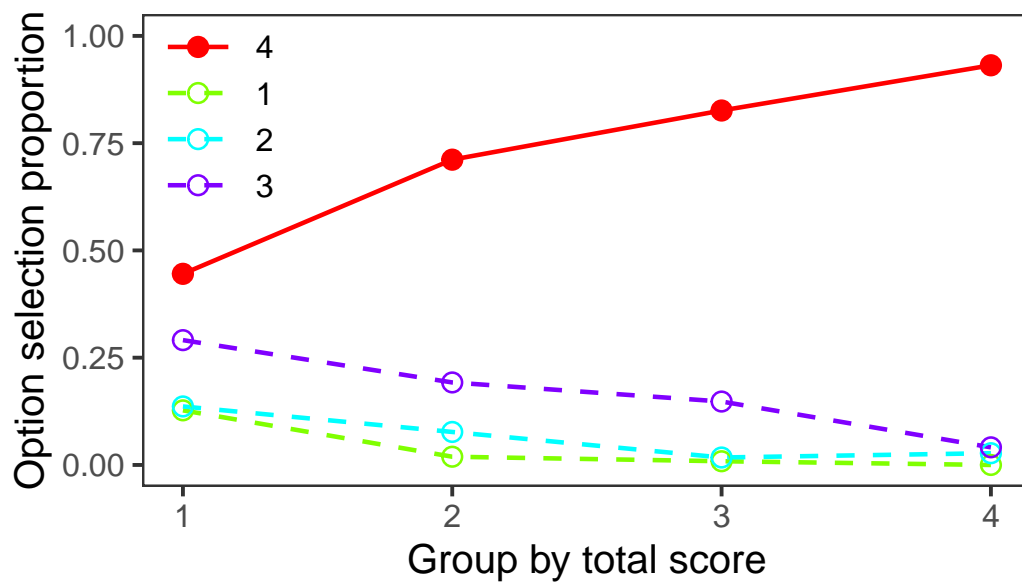
## RV11



```
plotDistractorAnalysis(rv2,clave,num.groups=4,item="RV12")
```

\$RV12

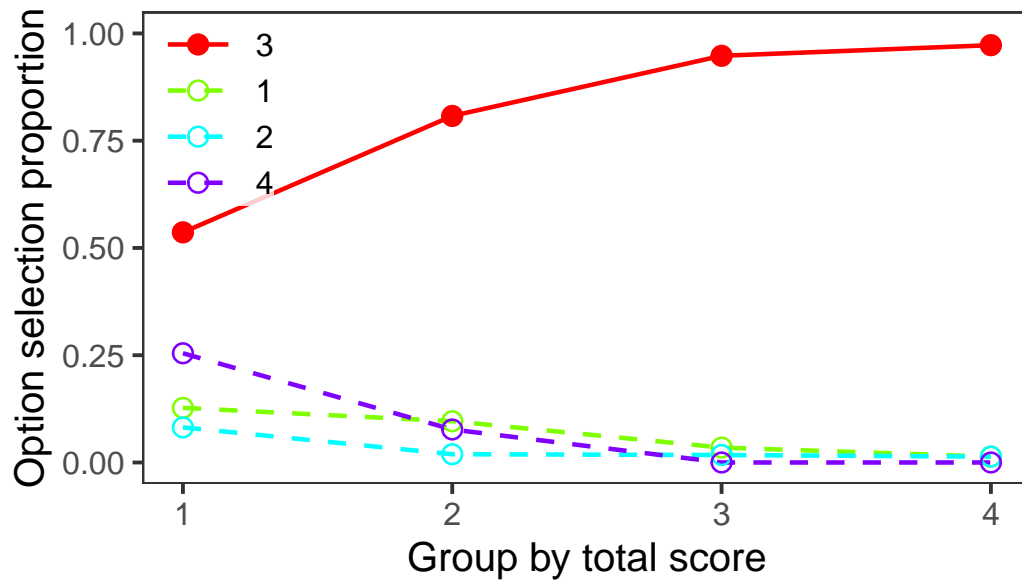
## RV12



```
plotDistractorAnalysis(rv2,clave,num.groups=4,item="RV13")
```

\$RV13

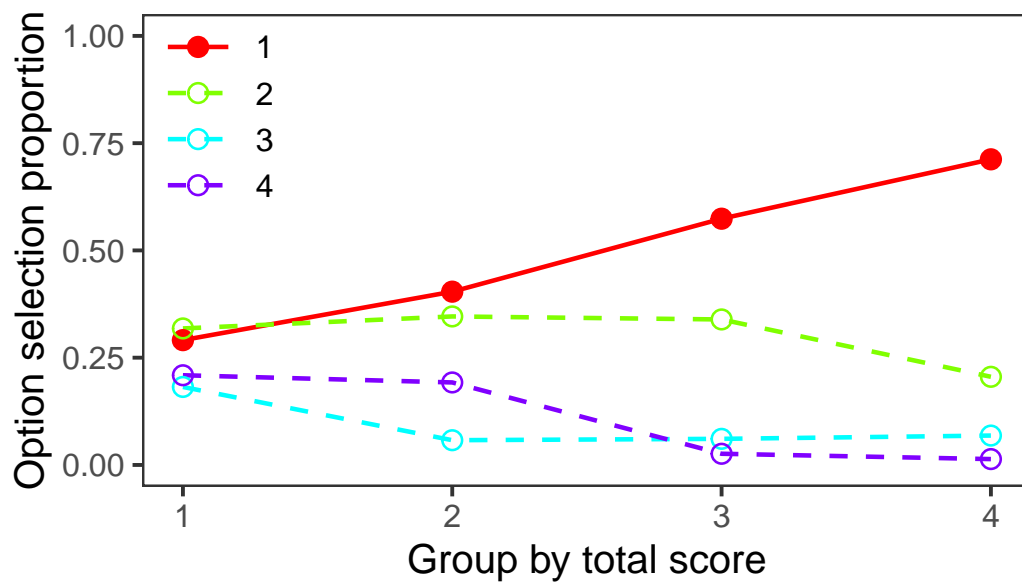
## RV13



```
plotDistractorAnalysis(rv2,clave,num.groups=4,item="RV14")
```

\$RV14

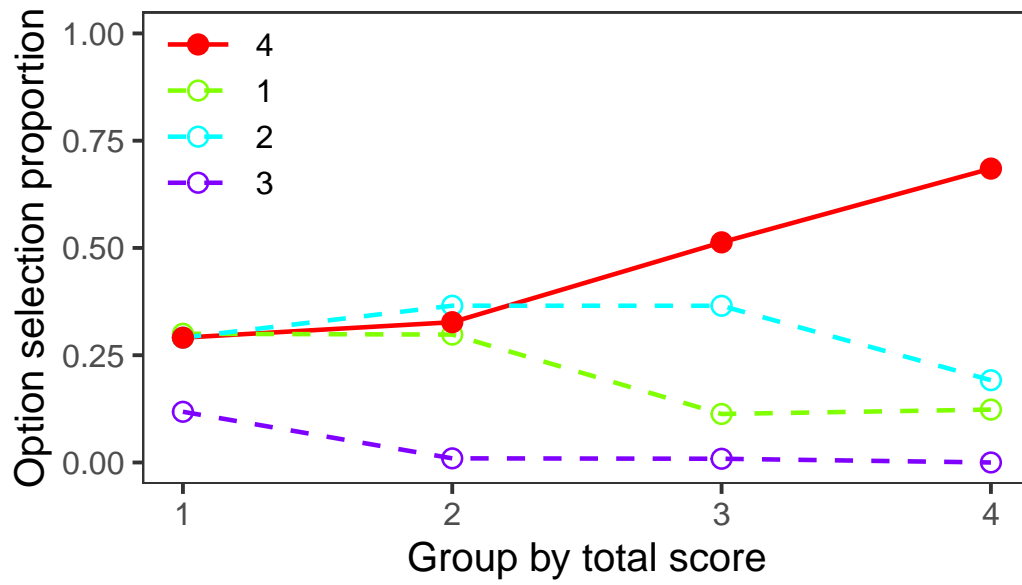
## RV14



```
plotDistractorAnalysis(rv2,clave,num.groups=4,item="RV15")
```

\$RV15

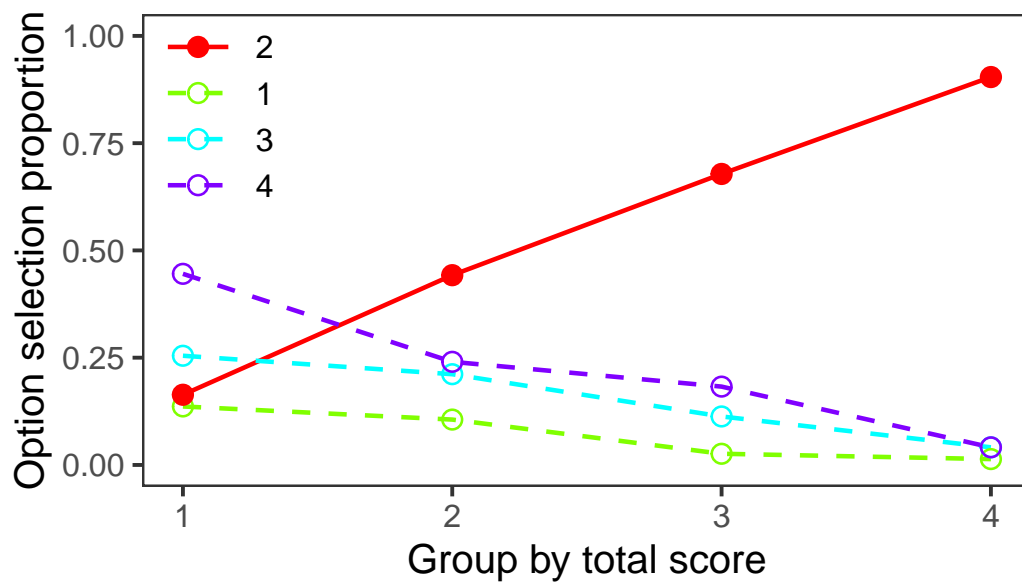
## RV15



```
plotDistractorAnalysis(rv2,clave,num.groups=4,item="RV16")
```

\$RV16

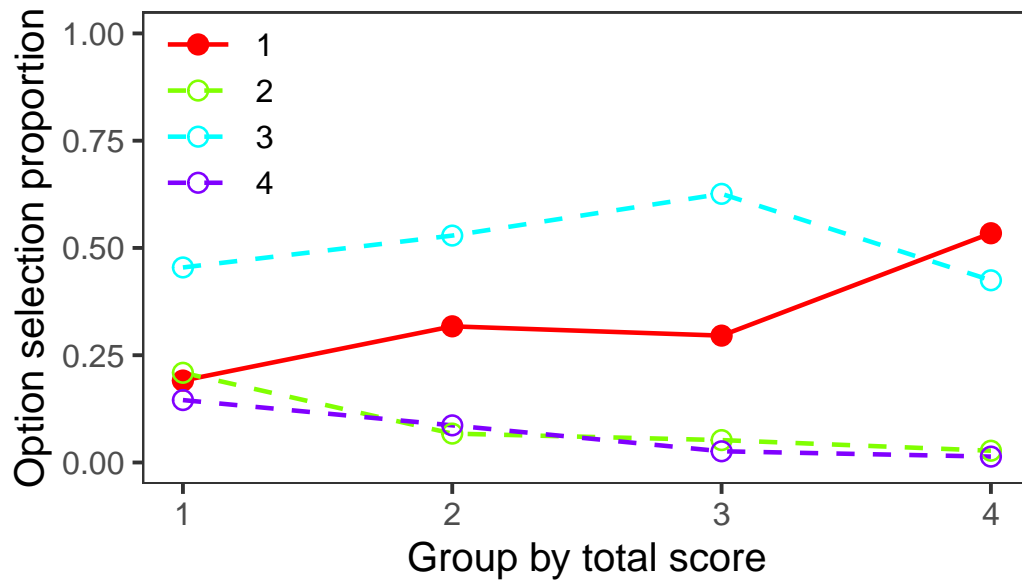
## RV16



```
plotDistractorAnalysis(rv2,clave,num.groups=4,item="RV17")
```

\$RV17

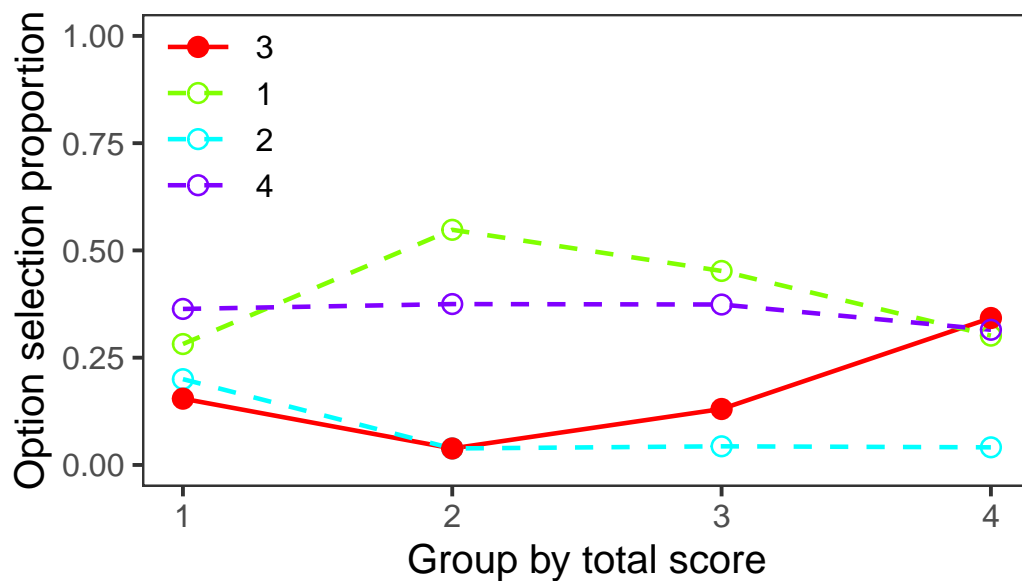
## RV17



```
plotDistractorAnalysis(rv2,clave,num.groups=4,item="RV18")
```

\$RV18

## RV18



El análisis de distractores revela que las opciones incorrectas de algunos ítems no han funcionado adecuadamente. Por ejemplo, el distractor 2 en el ítem RV14, los distractores 1 y 2 en el ítem RV15, el distractor 3 en el ítem RV17 y 1 y 4 en el ítem RV18 no han funcionado adecuadamente, ya que se espera que la proporción de respuestas en estos distractores sean semejantes a la proporción de respuestas en el resto de distractores de cada ítem.

### 3.4 Análisis de la fiabilidad

Finalmente, se pueden obtener diferentes coeficientes de fiabilidad en esta escala utilizando, de nuevo, el paquete `psych` con:

```
detach(package:ShinyItemAnalysis)
library(psych)
```

Adjuntando el paquete: 'psych'

The following object is masked from 'package:ltm':

```
factor.scores
```

The following object is masked from 'package:polycor':

```
polyserial
```

```
reliability(rv)
```

keys not specified, all items will be scored

Measures of reliability

```
reliability(keys = rv)
```

|           | omega_h | alpha   | omega.tot | Uni  | tau  | cong | max.split | min.split | mean.r |
|-----------|---------|---------|-----------|------|------|------|-----------|-----------|--------|
| All_items | 0.5     | 0.72    | 0.74      | 0.63 | 0.67 | 0.93 | 0.79      | 0.63      | 0.13   |
|           | med.r   | n.items | CFI       | ECV  | Beta | EVR  | MAP       |           |        |
| All_items | 0.13    | 18      | 0.98      | 0.86 | 0.16 | 2.86 | 0.01      |           |        |

```
splitHalf(rv)
```

Split half reliabilities

```
Call: splitHalf(r = rv)
```

Maximum split half reliability (lambda 4) = 0.79

```

Guttman lambda 6 = 0.73
Average split half reliability = 0.72
Guttman lambda 3 (alpha) = 0.72
Guttman lambda 2 = 0.73
Minimum split half reliability (beta) = 0.63
Average interitem r = 0.13 with median = 0.13

```

que produce los coeficientes de consistencia interna alfa (`alpha`), omega(`omega.tot`), una medida de mitades  $\tau$ -equivalentes (`tau`), una medida de tests congénéricos (`con`) y una medida experimental de la unidimensionalidad de la escala (`Uni`), y los coeficientes `lambda_2`, `lambda_3` y `lambda_6` de Guttman. Una estimación del mayor límite menor de Guttman se obtiene con:

```
glb.algebraic(rv)
```

```
Loading required namespace: Rcsdp
```

```
$glb
```

```
[1] 0.7985564
```

```
$solution
```

|            | RV1        | RV2        | RV3        | RV4        | RV5        | RV6        | RV7  |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------|
| 0.04435465 | 0.04509502 | 0.06585761 | 0.04575419 | 0.09139744 | 0.09411299 | 0.08788800 |      |
|            | RV8        | RV9        | RV10       | RV11       | RV12       | RV13       | RV14 |
| 0.06655864 | 0.11582737 | 0.05755730 | 0.12638736 | 0.06372170 | 0.07073805 | 0.06305426 |      |
|            | RV15       | RV16       | RV17       | RV18       |            |            |      |
| 0.06193214 | 0.12056819 | 0.04203266 | 0.05112091 |            |            |            |      |

```
$status
```

```
[1] 0
```

```
$Call
```

```
glb.algebraic(Cov = rv)
```

Una vez que se ha realizado el análisis con la TCT se puede comenzar a trabajar con los modelos de respuesta al ítem. Los resultados con estos modelos no tienen por qué coincidir con los de TCT, aunque, por regla general, las estimaciones de los parámetros de discriminación en el modelo logístico de 2-p están relacionadas con los índices de discriminación de la TCT.

Para trabajar con los modelos de respuesta al ítems debemos eliminar las librerías activas hasta el momento y cargar la librería del paquete `ltm` con:

```
detach(package:psych)
library(ltm)
```

## Capítulo 4

# Modelo logístico de 1-p

### 4.1 Estimación de parámetros

Para estimar los parámetros en el modelo logístico de 1-p con el paquete `ltm` emplea la función `rasch(objeto)` con la estructura:

```
m.1p <- rasch(rv, IRT.param=T)
m.1p$convergence
```

```
[1] 0
```

Si R (o Rstudio) devuelve 0, entonces el proceso de estimación de parámetros ha convergido adecuadamente. Podemos obtener un resumen de los resultados con:

```
summary(m.1p)
```

Call:

```
rasch(data = rv, IRT.param = T)
```

Model Summary:

| log.Lik   | AIC     | BIC      |
|-----------|---------|----------|
| -3950.735 | 7939.47 | 8015.403 |

Coefficients:

|             | value   | std.err | z.vals   |
|-------------|---------|---------|----------|
| Dffclt.RV1  | -2.9977 | 0.2556  | -11.7283 |
| Dffclt.RV2  | -2.0178 | 0.1896  | -10.6396 |
| Dffclt.RV3  | -1.7134 | 0.1742  | -9.8372  |
| Dffclt.RV4  | -1.7128 | 0.1741  | -9.8353  |
| Dffclt.RV5  | -0.7469 | 0.1402  | -5.3261  |
| Dffclt.RV6  | -0.8044 | 0.1416  | -5.6818  |
| Dffclt.RV7  | -0.8048 | 0.1416  | -5.6842  |
| Dffclt.RV8  | -0.4437 | 0.1347  | -3.2940  |
| Dffclt.RV9  | -0.6914 | 0.1390  | -4.9732  |
| Dffclt.RV10 | -1.8502 | 0.1809  | -10.2306 |
| Dffclt.RV11 | -1.2591 | 0.1553  | -8.1091  |
| Dffclt.RV12 | -1.1791 | 0.1525  | -7.7330  |
| Dffclt.RV13 | -1.8297 | 0.1798  | -10.1751 |
| Dffclt.RV14 | 0.1263  | 0.1317  | 0.9589   |

|             |         |        |         |
|-------------|---------|--------|---------|
| Dffclt.RV15 | 0.3504  | 0.1332 | 2.6311  |
| Dffclt.RV16 | -0.0841 | 0.1316 | -0.6391 |
| Dffclt.RV17 | 1.0192  | 0.1465 | 6.9550  |
| Dffclt.RV18 | 2.2172  | 0.2005 | 11.0600 |
| Dscrmn      | 0.8888  | 0.0478 | 18.5753 |

Integration:

method: Gauss-Hermite  
quadrature points: 21

Optimization:

Convergence: 0  
max(|grad|): 0.09  
quasi-Newton: BFGS

devuelve los parámetros de todos los ítems y sus errores típicos bajo el modelo logístico de 1-p. En la primera columna aparece el parámetro de dificultad; en la segunda columna aparece el error típico de cada uno de los parámetros de los ítems y en la tercera columna aparece una prueba de significación del parámetro de dificultad. Justo en la última fila aparece el parámetro de discriminación (`Dscrmn`) común para todos los ítems que ha resultado ser 0.8888, algo por debajo del esperado por el modelo de Rasch (1.00). Finaliza la salida con los detalles del proceso de integración numérica, informando del método de estimación utilizado, los puntos cuadratura y el criterio de convergencia. Si se desea realmente aplicar el modelo de Rasch en este paquete, entonces es necesario indicarlo en la función como:

```
m.rasch <- rasch(rv, constraint = cbind(ncol(rv) + 1, 1))
summary(m.rasch)
```

Call:

```
rasch(data = rv, constraint = cbind(ncol(rv) + 1, 1))
```

Model Summary:

| log.Lik   | AIC      | BIC      |
|-----------|----------|----------|
| -3953.179 | 7942.357 | 8014.293 |

Coefficients:

|             | value   | std.err | z.vals   |
|-------------|---------|---------|----------|
| Dffclt.RV1  | -2.7032 | 0.1918  | -14.0955 |
| Dffclt.RV2  | -1.8224 | 0.1494  | -12.2013 |
| Dffclt.RV3  | -1.5474 | 0.1407  | -10.9967 |
| Dffclt.RV4  | -1.5475 | 0.1407  | -10.9973 |
| Dffclt.RV5  | -0.6753 | 0.1239  | -5.4508  |
| Dffclt.RV6  | -0.7270 | 0.1245  | -5.8393  |
| Dffclt.RV7  | -0.7270 | 0.1245  | -5.8398  |
| Dffclt.RV8  | -0.4008 | 0.1214  | -3.3014  |
| Dffclt.RV9  | -0.6244 | 0.1233  | -5.0628  |
| Dffclt.RV10 | -1.6709 | 0.1444  | -11.5738 |
| Dffclt.RV11 | -1.1377 | 0.1310  | -8.6860  |
| Dffclt.RV12 | -1.0661 | 0.1296  | -8.2241  |
| Dffclt.RV13 | -1.6534 | 0.1438  | -11.4954 |
| Dffclt.RV14 | 0.1140  | 0.1200  | 0.9500   |
| Dffclt.RV15 | 0.3173  | 0.1206  | 2.6307   |

```
Dffclt.RV16 -0.0761  0.1200  -0.6341
Dffclt.RV17  0.9217  0.1264   7.2897
Dffclt.RV18  2.0017  0.1553  12.8894
Dscrmn          1.0000      NA      NA
```

```
Integration:
method: Gauss-Hermite
quadrature points: 21
```

```
Optimization:
Convergence: 0
max(|grad|): 0.022
quasi-Newton: BFGS
```

que en este caso estima los parámetros de dificultad de los ítems fijando los parámetros de discriminación a 1.

Una presentación más sucinta de los resultados en el modelo logístico de 1-p se obtiene con:

```
coef(m.1p)
```

```
          Dffclt   Dscrmn
RV1 -2.9977319 0.8887541
RV2 -2.0177966 0.8887541
RV3 -1.7134074 0.8887541
RV4 -1.7127849 0.8887541
RV5 -0.7468815 0.8887541
RV6 -0.8043786 0.8887541
RV7 -0.8047620 0.8887541
RV8 -0.4437085 0.8887541
RV9 -0.6914007 0.8887541
RV10 -1.8502453 0.8887541
RV11 -1.2591234 0.8887541
RV12 -1.1790711 0.8887541
RV13 -1.8297408 0.8887541
RV14  0.1262531 0.8887541
RV15  0.3504006 0.8887541
RV16 -0.0841342 0.8887541
RV17  1.0191645 0.8887541
RV18  2.2171835 0.8887541
```

En este caso, aparecen solo dos columnas con el parámetro de dificultad (`Dffclt`) y el parámetro de discriminación (`Dscrmn`) para cada ítem. Una vez que se han estimado los parámetros de dificultad de los ítems se pueden estimar los parámetros de habilidad con la función<sup>1</sup>. Por ejemplo, la función `factor.scores()` produce las estimaciones de los parámetros de habilidad de los 402 niños del estudio<sup>2</sup>:

```
fs <- factor.scores(m.1p, method="EAP")
head(fs$score.dat, 5)
```

```
RV1 RV2 RV3 RV4 RV5 RV6 RV7 RV8 RV9 RV10 RV11 RV12 RV13 RV14 RV15 RV16 RV17
```

<sup>1</sup>Algunas funciones del paquete `ltm` producen salidas muy extensas, por lo que se han empleado las funciones `head()` o `summary()` para acotar las salidas correspondientes.

<sup>2</sup>Si se desea examinar las estimaciones de los parámetros de habilidad de los 400 niños sólo hay que eliminar la función `head(objeto)`.

|   |      |     |              |   |           |   |   |           |   |   |   |   |   |       |   |   |   |
|---|------|-----|--------------|---|-----------|---|---|-----------|---|---|---|---|---|-------|---|---|---|
| 1 | 0    | 0   | 0            | 0 | 0         | 0 | 0 | 1         | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1     | 0 | 1 | 0 |
| 2 | 0    | 0   | 0            | 1 | 0         | 0 | 0 | 0         | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0     | 1 | 0 | 0 |
| 3 | 0    | 0   | 0            | 1 | 1         | 1 | 1 | 0         | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0     | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0    | 0   | 1            | 0 | 0         | 0 | 0 | 1         | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0     | 0 | 1 | 0 |
| 5 | 0    | 0   | 1            | 0 | 0         | 0 | 1 | 0         | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0     | 0 | 1 | 1 |
|   | RV18 | Obs |              |   | Exp       |   |   | z1        |   |   |   |   |   | se.z1 |   |   |   |
| 1 | 0    | 1   | 0.0001147391 |   | -1.558818 |   |   | 0.5196851 |   |   |   |   |   |       |   |   |   |
| 2 | 0    | 1   | 0.0010970405 |   | -1.802662 |   |   | 0.5282954 |   |   |   |   |   |       |   |   |   |
| 3 | 0    | 1   | 0.0004574948 |   | -1.321688 |   |   | 0.5139698 |   |   |   |   |   |       |   |   |   |
| 4 | 0    | 1   | 0.0009773115 |   | -1.558818 |   |   | 0.5196851 |   |   |   |   |   |       |   |   |   |
| 5 | 1    | 1   | 0.0000023997 |   | -1.088206 |   |   | 0.5115841 |   |   |   |   |   |       |   |   |   |

que permite obtener la estimación del parámetro de habilidad con el estimador esperado a posteriori (EAP) para cada patrón de respuestas del objeto `rv`. Esta función calcula el parámetro de habilidad para cada miembro del grupo (`z1`) y su error típico (`se.z1`). La misma función, ligeramente modificada, permite obtener los parámetros de habilidad para cada persona del grupo:

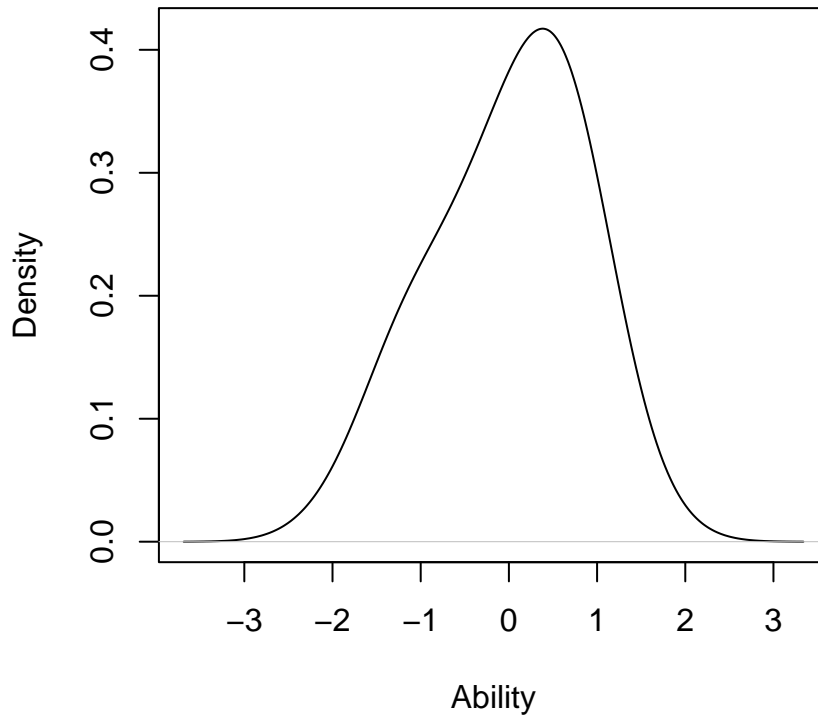
```
fs1 <- factor.scores(m.1p, method="EAP", resp.patterns=rv)
head(fs1$score.dat, 5)
```

|   |      |     |              |     |           |     |     |           |     |      |      |      |      |       |      |      |      |
|---|------|-----|--------------|-----|-----------|-----|-----|-----------|-----|------|------|------|------|-------|------|------|------|
|   | RV1  | RV2 | RV3          | RV4 | RV5       | RV6 | RV7 | RV8       | RV9 | RV10 | RV11 | RV12 | RV13 | RV14  | RV15 | RV16 | RV17 |
| 1 | 1    | 1   | 1            | 1   | 1         | 1   | 0   | 1         | 1   | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1    | 1    | 0    |
| 2 | 1    | 1   | 1            | 1   | 1         | 1   | 1   | 0         | 1   | 1    | 1    | 0    | 1    | 1     | 0    | 1    | 0    |
| 3 | 1    | 1   | 1            | 1   | 1         | 1   | 1   | 1         | 1   | 1    | 1    | 1    | 1    | 0     | 1    | 1    | 1    |
| 4 | 1    | 1   | 1            | 1   | 1         | 1   | 1   | 0         | 1   | 1    | 1    | 1    | 1    | 1     | 1    | 0    | 0    |
| 5 | 1    | 1   | 1            | 1   | 1         | 1   | 0   | 1         | 1   | 0    | 1    | 1    | 0    | 1     | 1    | 0    | 1    |
|   | RV18 | Obs |              |     | Exp       |     |     | z1        |     |      |      |      |      | se.z1 |      |      |      |
| 1 | 0    | 1   | 0.6427483894 |     | 0.9323247 |     |     | 0.5843772 |     |      |      |      |      |       |      |      |      |
| 2 | 0    | 1   | 0.1354014731 |     | 0.3646241 |     |     | 0.5481456 |     |      |      |      |      |       |      |      |      |
| 3 | 0    | 3   | 1.5631917087 |     | 1.2482070 |     |     | 0.6086310 |     |      |      |      |      |       |      |      |      |
| 4 | 0    | 1   | 0.4094977761 |     | 0.6394082 |     |     | 0.5644301 |     |      |      |      |      |       |      |      |      |
| 5 | 1    | 1   | 0.0006357966 |     | 0.6394082 |     |     | 0.5644301 |     |      |      |      |      |       |      |      |      |

Una distribución de los parámetros de habilidad en este grupo se puede obtener con:

```
plot.fscores(fs)
```

## Kernel Density Estimation for Ability Estimates



Para estudiar el ajuste de los ítems en el modelo logístico de 1-p se emplea:

```
item.fit(m.1p)
```

Item-Fit Statistics and P-values

Call:

```
rasch(data = rv, IRT.param = T)
```

Alternative: Items do not fit the model

Ability Categories: 10

|      | X <sup>2</sup> | Pr(>X <sup>2</sup> ) |
|------|----------------|----------------------|
| RV1  | 12.3238        | 0.0904               |
| RV2  | 12.3759        | 0.0889               |
| RV3  | 20.4700        | 0.0046               |
| RV4  | 5.9373         | 0.5471               |
| RV5  | 22.0796        | 0.0025               |
| RV6  | 12.3221        | 0.0905               |
| RV7  | 7.5324         | 0.3756               |
| RV8  | 23.0064        | 0.0017               |
| RV9  | 25.3799        | 0.0006               |
| RV10 | 11.1911        | 0.1305               |
| RV11 | 34.4882        | <0.0001              |
| RV12 | 8.1398         | 0.3204               |

```
RV13 16.8831 0.0182
RV14 6.2447 0.5115
RV15 17.8520 0.0127
RV16 24.6443 0.0009
RV17 15.9261 0.0258
RV18 42.7615 <0.0001
```

El paquete `ltm` emplea un estadístico basado en la distribución de  $\chi^2$  para determinar el ajuste del ítem al modelo. Si el valor de `p` es menor que 0.05 (`Pr(>X^2)`), entonces se considera que el ítem no sigue el modelo especificado. En este caso, los ítems que no siguen el modelo son: RV3, RV5, RV6, RV8, RV9, RV11, RV13, RV15, RV16, RV17 y RV18. Además, se pueden estimar los estadísticos de ajuste de los parámetros de habilidad (patrones aberrantes) con:

```
fit <- person.fit(m.1p)
df_subset <- data.frame(
  L0 = fit$Tobs[, "L0"],
  LZ = fit$Tobs[, "Lz"],
  'Pr(<Lz)' = fit$p.values[, "Lz"]
)
head(df_subset, 5)
```

|   | L0        | LZ         | Pr..Lz.      |
|---|-----------|------------|--------------|
| 1 | -13.21580 | -1.7168899 | 4.299964e-02 |
| 2 | -10.57882 | -0.3340923 | 3.691550e-01 |
| 3 | -12.15311 | -0.9849772 | 1.623176e-01 |
| 4 | -11.07366 | -0.4429842 | 3.288886e-01 |
| 5 | -17.67148 | -4.4046821 | 5.296955e-06 |

En este caso, el paquete `ltm` presenta los estadísticos `lo` (L0) y `Lz` (Lz) para cada uno de los patrones de respuesta posibles, junto con la probabilidad de que ocurra ese patrón de respuestas [`Pr(<Lz)`]. Si el valor de `p` < 0.05, entonces se considera que ese patrón de respuestas no sigue el modelo especificado. En el ejemplo de arriba, los casos del patrón 1 y 5. También se pueden obtener los estadísticos de medición apropiada `ECIZ1` a `ECIZ6` con el paquete `sirt`. Para ello, cargue la librería correspondiente y realice los pasos siguientes:

```
library(sirt)
```

```
- sirt 4.1-15 (2024-02-06 00:05:40)
```

```
dat <- rv
modelo <- suppressMessages(sirt::rasch.mml2(dat, verbose=FALSE))
```

```
-----
Semiparametric Marginal Maximum Likelihood Estimation
Raschtype Model with generalized logistic link function: alpha1= 0 , alpha2= 0
-----
```

```
.....
Iteration 1      2026-04-15 11:12:53.584058
  Deviance=7931.9871
  Maximum b parameter change=0.329565
.....
Iteration 2      2026-04-15 11:12:53.624085
  Deviance=7903.237 | Deviance change=28.750057
  Maximum b parameter change=0.026609
.....
```

```

Iteration 3      2026-04-15 11:12:53.628486
  Deviance=7902.2696 | Deviance change=0.9674
  Maximum b parameter change=0.017587
.....
Iteration 4      2026-04-15 11:12:53.631943
  Deviance=7901.8375 | Deviance change=0.432097
  Maximum b parameter change=0.011678
.....
Iteration 5      2026-04-15 11:12:53.635121
  Deviance=7901.642 | Deviance change=0.195544
  Maximum b parameter change=0.007765
.....
Iteration 6      2026-04-15 11:12:53.638526
  Deviance=7901.552 | Deviance change=0.089949
  Maximum b parameter change=0.00518
.....
Iteration 7      2026-04-15 11:12:53.641978
  Deviance=7901.5099 | Deviance change=0.042148
  Maximum b parameter change=0.003471
.....
Iteration 8      2026-04-15 11:12:53.645468
  Deviance=7901.4897 | Deviance change=0.020116
  Maximum b parameter change=0.002339
.....
Iteration 9      2026-04-15 11:12:53.648935
  Deviance=7901.48 | Deviance change=0.00976
  Maximum b parameter change=0.001586
.....
Iteration 10     2026-04-15 11:12:53.652339
  Deviance=7901.4752 | Deviance change=0.004799
  Maximum b parameter change=0.001083
.....
Iteration 11     2026-04-15 11:12:53.655801
  Deviance=7901.4728 | Deviance change=0.002384
  Maximum b parameter change=0.000763
.....
Iteration 12     2026-04-15 11:12:53.659603
  Deviance=7901.4716 | Deviance change=0.001192
  Maximum b parameter change=0.000552
.....
Iteration 13     2026-04-15 11:12:53.662989
  Deviance=7901.471 | Deviance change=0.000598
  Maximum b parameter change=0.000398
.....
Iteration 14     2026-04-15 11:12:53.66631
  Deviance=7901.4707 | Deviance change=0.000301
  Maximum b parameter change=0.000287
.....
Iteration 15     2026-04-15 11:12:53.669575
  Deviance=7901.4706 | Deviance change=0.000151
  Maximum b parameter change=0.000207

```

```

.....
Iteration 16      2026-04-15 11:12:53.672818
  Deviance=7901.4705 | Deviance change=7.5e-05
  Maximum b parameter change=0.000149
.....
Iteration 17      2026-04-15 11:12:53.676011
  Deviance=7901.4704 | Deviance change=3.7e-05
  Maximum b parameter change=0.000107
.....
Iteration 18      2026-04-15 11:12:53.67934
  Deviance=7901.4704 | Deviance change=1.8e-05
  Maximum b parameter change=7.7e-05
-----

```

```

Start: 2026-04-15 11:12:53.561881
End: 2026-04-15 11:12:53.689181
Time difference of 0.1273 secs
Difference: 0.1273
-----

```

```
wle <- sirt::wle.rasch(dat,b=modelo$item$b)$theta
```

WLE Reliability= 0.671

```
b <- modelo$item$b
person.fit <- sirt::personfit.stat(dat=dat, abil=wle, b=b)
```

Si se desean los estadísticos de ajuste de forma resumida, entonces es suficiente con escribir:

```
summary(person.fit)
```

| case          | NItems     | mean           | abil              |
|---------------|------------|----------------|-------------------|
| Min. : 1.0    | Min. :18   | Min. :0.1111   | Min. :-2.97260    |
| 1st Qu.:101.2 | 1st Qu.:18 | 1st Qu.:0.5000 | 1st Qu.: -0.75712 |
| Median :201.5 | Median :18 | Median :0.6667 | Median : 0.05869  |
| Mean :201.5   | Mean :18   | Mean :0.6339   | Mean :-0.01411    |
| 3rd Qu.:301.8 | 3rd Qu.:18 | 3rd Qu.:0.7778 | 3rd Qu.: 0.71054  |
| Max. :402.0   | Max. :18   | Max. :1.0000   | Max. : 3.62877    |

| caution        | depend          | ECI1              | ECI2              |
|----------------|-----------------|-------------------|-------------------|
| Min. :0.0000   | Min. :0.00000   | Min. :-0.86346    | Min. :-0.85800    |
| 1st Qu.:0.1303 | 1st Qu.:0.01534 | 1st Qu.: -0.41457 | 1st Qu.: -0.41357 |
| Median :0.2231 | Median :0.02681 | Median :-0.08423  | Median :-0.08406  |
| Mean :0.2356   | Mean :0.02879   | Mean :-0.02303    | Mean :-0.02307    |
| 3rd Qu.:0.3137 | 3rd Qu.:0.03908 | 3rd Qu.: 0.26630  | 3rd Qu.: 0.26362  |
| Max. :0.7758   | Max. :0.09950   | Max. : 1.89326    | Max. : 1.89687    |

| ECI3           | ECI4             | ECI5            | ECI6              |
|----------------|------------------|-----------------|-------------------|
| Min. : -Inf    | Min. :-1.1162    | Min. :0.02489   | Min. :-1.12993    |
| 1st Qu.:0.3826 | 1st Qu.: -0.5271 | 1st Qu.:0.36398 | 1st Qu.: -0.45775 |
| Median :0.5321 | Median :-0.1545  | Median :0.51215 | Median :-0.09840  |
| Mean : -Inf    | Mean :-0.0869    | Mean :0.53977   | Mean :-0.04057    |
| 3rd Qu.:0.6912 | 3rd Qu.: 0.2664  | 3rd Qu.:0.69745 | 3rd Qu.: 0.29782  |
| Max. :1.3630   | Max. : 1.8787    | Max. :1.33299   | Max. : 1.79173    |

| 10               | lz              | NA's :1         | outfit          | infit |
|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------|
| Min. :-0.97052   | Min. :-4.2654   | Min. :0.02583   | Min. :0.08493   |       |
| 1st Qu.:-0.58677 | 1st Qu.:-0.4250 | 1st Qu.:0.65632 | 1st Qu.:0.76208 |       |
| Median :-0.48215 | Median : 0.2927 | Median :0.84889 | Median :0.92309 |       |
| Mean :-0.48488   | Mean : 0.1101   | Mean :0.96071   | Mean :0.93983   |       |
| 3rd Qu.:-0.37950 | 3rd Qu.: 0.7843 | 3rd Qu.:1.13432 | 3rd Qu.:1.09909 |       |
| Max. :-0.02471   | Max. : 1.8079   | Max. :4.48303   | Max. :1.69522   |       |

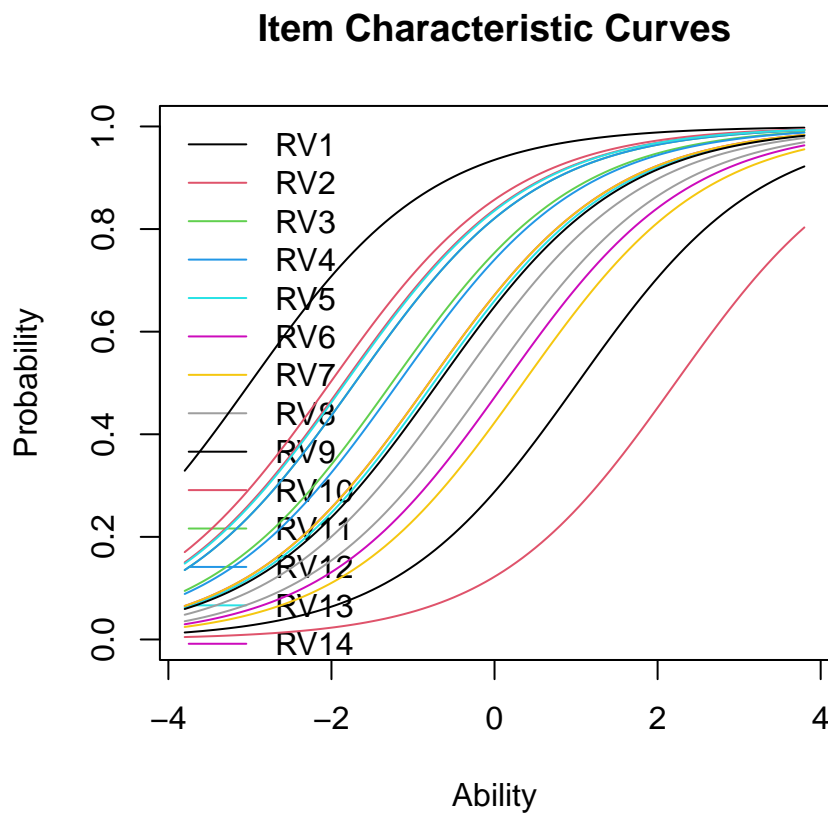
  

| rpbis           | rpbis.itemdiff   | U3             |
|-----------------|------------------|----------------|
| Min. :-0.3476   | Min. : -Inf      | Min. :0.0000   |
| 1st Qu.: 0.2947 | 1st Qu.: -0.5969 | 1st Qu.:0.1151 |
| Median : 0.4496 | Median :-0.4576  | Median :0.2089 |
| Mean : 0.4337   | Mean : -Inf      | Mean :0.2233   |
| 3rd Qu.: 0.6030 | 3rd Qu.: -0.3037 | 3rd Qu.:0.3070 |
| Max. : 0.8198   | Max. : 0.3626    | Max. :0.7322   |
| NA's :1         |                  | NA's :1        |

## 4.2 Gráficos en el modelo logístico de 1-p

En este paquete se pueden graficar las FRI's de los ítems con:

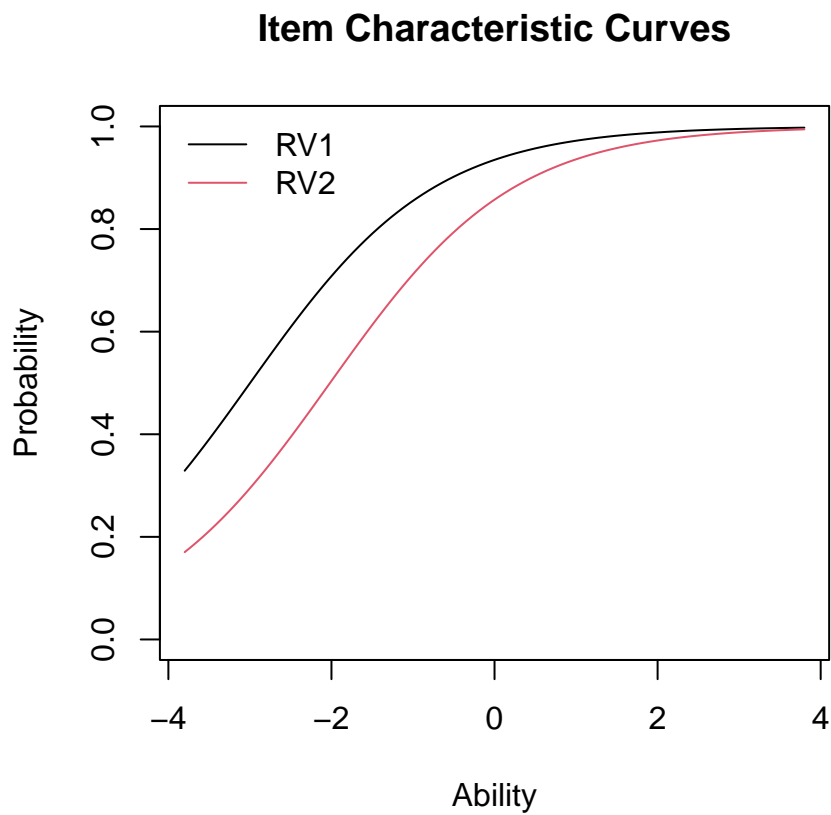
```
plot(m.1p, type="ICC", item=1:18, legend=T)
```



En el modelo logístico de 1-p todas las FRI's tienen la misma pendiente, por lo que las curvas son paralelas. Si se desea graficar ítems concretos, entonces se puede modificar la función

plot(). Por ejemplo, para los dos primeros ítems tendría la forma:

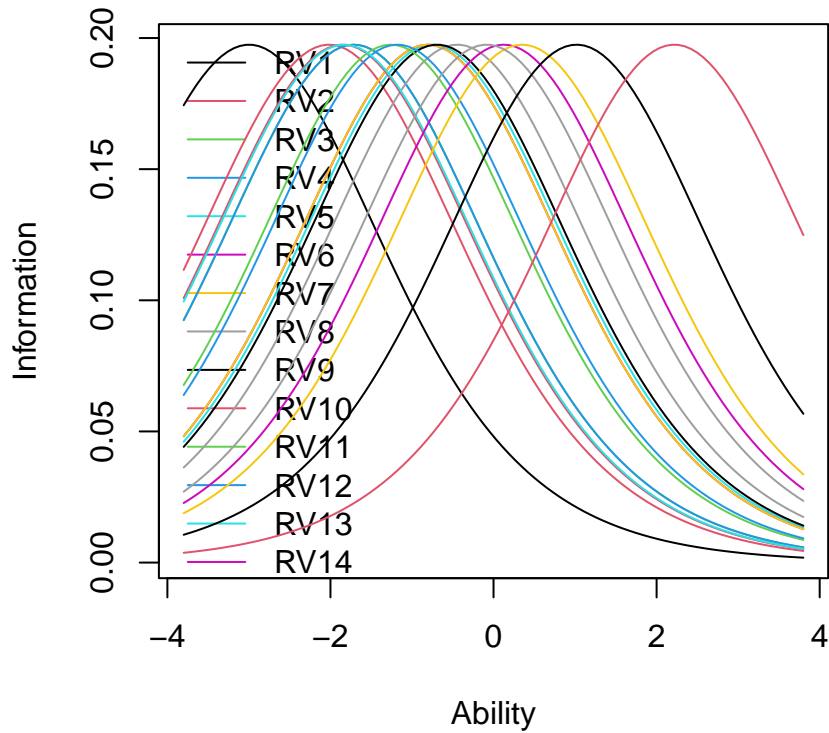
```
plot(m.1p, type="ICC", item=1:2, legend=T)
```



En este paquete también es posible graficar las Funciones de Información de los Ítems (FIIs) utilizando:

```
plot(m.1p,type="IIC", item=1:18, legend=T)
```

## Item Information Curves



En el modelo logístico de  $1-p$ , todas las funciones de información de los ítems (FIIs) tienen la misma forma. Solo se diferencian en el punto donde alcanzan el máximo de información, que corresponde al punto donde habilidad y dificultad coinciden. Su situación depende del parámetro de dificultad del ítem. Los ítems más fáciles serán más informativos en los niveles de habilidad más bajos, mientras que los ítems más difíciles serán más informativos en los niveles de habilidad más altos.

## Capítulo 5

# Modelo logístico de 2-p

### 5.1 Estimación de parámetros

En este modelo, los parámetros se estiman especificando en `ltm` el argumento `rv~z1`, donde `rv` es el objeto que contiene la matriz de respuestas corregida, del siguiente modo:

```
m.2p <- ltm(rv~z1, IRT.param=T)
```

Nótese que, en este caso, el objeto que contiene la estimación de parámetros de los ítems en el modelo logístico de 2-p es diferente al del modelo logístico de 1-p. Conviene mantener diferentes objetos con vistas a la comparación de modelos que se realizará posteriormente. La convergencia del modelo se evalúa con:

```
m.2p$convergence
```

```
[1] 0
```

que devuelve 0 como indicador de convergencia.

Para conocer las estimaciones de los parámetros con este modelo empleamos:

```
summary(m.2p)
```

Call:

```
ltm(formula = rv ~ z1, IRT.param = T)
```

Model Summary:

| log.Lik   | AIC      | BIC      |
|-----------|----------|----------|
| -3885.416 | 7842.831 | 7986.704 |

Coefficients:

|            | value   | std.err | z.vals  |
|------------|---------|---------|---------|
| Dffclt.RV1 | -2.2522 | 0.3399  | -6.6270 |
| Dffclt.RV2 | -1.7367 | 0.2622  | -6.6229 |
| Dffclt.RV3 | -1.2243 | 0.1513  | -8.0897 |
| Dffclt.RV4 | -1.9098 | 0.3742  | -5.1041 |
| Dffclt.RV5 | -0.6038 | 0.1233  | -4.8989 |
| Dffclt.RV6 | -0.7517 | 0.1557  | -4.8293 |
| Dffclt.RV7 | -0.8163 | 0.1763  | -4.6304 |
| Dffclt.RV8 | -0.4302 | 0.1379  | -3.1193 |

```

Dffclt.RV9  -0.5040  0.1060 -4.7564
Dffclt.RV10 -1.6271  0.2490 -6.5354
Dffclt.RV11 -0.8160  0.1062 -7.6827
Dffclt.RV12 -1.3115  0.2614 -5.0180
Dffclt.RV13 -1.4031  0.1854 -7.5685
Dffclt.RV14  0.2277  0.2619  0.8695
Dffclt.RV15  0.9024  0.5032  1.7934
Dffclt.RV16 -0.0707  0.1048 -0.6743
Dffclt.RV17  4.5386  3.3958  1.3365
Dffclt.RV18 15.5324 23.0471  0.6739
Dscrmn.RV1   1.3312  0.2856  4.6616
Dscrmn.RV2   1.0953  0.2037  5.3778
Dscrmn.RV3   1.5012  0.2375  6.3215
Dscrmn.RV4   0.7729  0.1671  4.6262
Dscrmn.RV5   1.2310  0.1885  6.5308
Dscrmn.RV6   0.9855  0.1661  5.9321
Dscrmn.RV7   0.8794  0.1575  5.5816
Dscrmn.RV8   0.9445  0.1598  5.9119
Dscrmn.RV9   1.4732  0.2175  6.7736
Dscrmn.RV10  1.0629  0.1942  5.4728
Dscrmn.RV11  1.8716  0.2783  6.7239
Dscrmn.RV12  0.7770  0.1551  5.0109
Dscrmn.RV13  1.3194  0.2206  5.9802
Dscrmn.RV14  0.4094  0.1264  3.2391
Dscrmn.RV15  0.2944  0.1233  2.3882
Dscrmn.RV16  1.2500  0.1904  6.5643
Dscrmn.RV17  0.1714  0.1278  1.3416
Dscrmn.RV18  0.1111  0.1654  0.6716

```

Integration:

method: Gauss-Hermite

quadrature points: 21

Optimization:

Convergence: 0

max(|grad|): 0.00018

quasi-Newton: BFGS

La salida comienza informando de los criterios de convergencia. A continuación, aparecen los parámetros de dificultad y posteriormente los parámetros de discriminación para cada ítem. Se puede obtener la misma información de forma más concisa con:

```
coef(m.2p)
```

```

          Dffclt   Dscrmn
RV1 -2.2521812  1.3312132
RV2 -1.7367029  1.0953271
RV3 -1.2242724  1.5011920
RV4 -1.9098256  0.7729486
RV5 -0.6038022  1.2310326
RV6 -0.7516869  0.9855224
RV7 -0.8163226  0.8793554
RV8 -0.4301689  0.9444934

```

```

RV9  -0.5039779  1.4732294
RV10 -1.6270630  1.0628926
RV11 -0.8159732  1.8715976
RV12 -1.3115205  0.7770347
RV13 -1.4030524  1.3193961
RV14  0.2277093  0.4094189
RV15  0.9023899  0.2943636
RV16 -0.0706670  1.2499517
RV17  4.5386274  0.1714017
RV18 15.5323828  0.1110760

```

Un examen preliminar de los resultados ofrece que el parámetro de dificultad del ítem RV18 es muy elevado (15.5323), lo que hace dudar del proceso de estimación. Además, en este modelo cada ítem puede tener un parámetro de discriminación diferente, con un valor mínimo de 0. Así, el ítem RV11 sería el más discriminativo (1.8715) y los ítems RV17 y RV18 serían los menos discriminativos (0.1714 y 0.1110 respectivamente).

Procede ahora realizar un estudio del ajuste de los ítems al modelo:

```
item.fit(m.2p)
```

#### Item-Fit Statistics and P-values

Call:

```
ltm(formula = rv ~ z1, IRT.param = T)
```

Alternative: Items do not fit the model

Ability Categories: 10

|      | X <sup>2</sup> | Pr(>X <sup>2</sup> ) |
|------|----------------|----------------------|
| RV1  | 8.7260         | 0.3659               |
| RV2  | 10.6251        | 0.2239               |
| RV3  | 25.0762        | 0.0015               |
| RV4  | 12.0797        | 0.1477               |
| RV5  | 15.5338        | 0.0496               |
| RV6  | 9.8861         | 0.2731               |
| RV7  | 6.3520         | 0.6079               |
| RV8  | 16.4381        | 0.0365               |
| RV9  | 18.5259        | 0.0176               |
| RV10 | 6.7260         | 0.5665               |
| RV11 | 17.6660        | 0.0239               |
| RV12 | 8.7018         | 0.3681               |
| RV13 | 12.8301        | 0.1178               |
| RV14 | 7.1193         | 0.5238               |
| RV15 | 15.5087        | 0.05                 |
| RV16 | 24.2598        | 0.0021               |
| RV17 | 8.7507         | 0.3638               |
| RV18 | 14.9841        | 0.0595               |

Si se examina el valor de probabilidad  $\Pr(>X^2)$  del estadístico de  $\chi^2$  de cada ítem, los ítems que no se comportan de acuerdo con el modelo logístico de 2-p son: RV3, RV9, RV11 y RV16. En este caso, se observa que el número de ítems que se ajustan al modelo logístico de 2-p es mayor que el número de ítems que se ajustan al modelo logístico de 1-p. Este resultado es

esperable dado que el modelo logístico de 1-p es un modelo más restrictivo al imponer que todos los ítems deben tener el mismo parámetro de discriminación (pendiente).

Supuesto que se han seleccionado los ítems, entonces se pueden obtener los parámetros de habilidad en el grupo con:

```
fs <- factor.scores(m.2p, method="EAP", resp.patterns=rv)
head(fs$score.dat, 5)
```

|   | RV1  | RV2 | RV3          | RV4        | RV5       | RV6 | RV7   | RV8 | RV9 | RV10 | RV11 | RV12 | RV13 | RV14 | RV15 | RV16 | RV17 |
|---|------|-----|--------------|------------|-----------|-----|-------|-----|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1 | 1    | 1   | 1            | 1          | 1         | 1   | 0     | 1   | 1   | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    |
| 2 | 1    | 1   | 1            | 1          | 1         | 1   | 1     | 0   | 1   | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 0    | 1    | 0    |
| 3 | 1    | 1   | 1            | 1          | 1         | 1   | 1     | 1   | 1   | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 1    |
| 4 | 1    | 1   | 1            | 1          | 1         | 1   | 1     | 0   | 1   | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 1    | 0    | 0    |
| 5 | 1    | 1   | 1            | 1          | 1         | 1   | 0     | 1   | 1   | 0    | 1    | 1    | 0    | 1    | 1    | 0    | 1    |
|   | RV18 | Obs |              | Exp        |           | z1  | se.z1 |     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 1 | 0    | 1   | 1.0502680766 | 1.05458274 | 0.6255588 |     |       |     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 2 | 0    | 1   | 0.2578770426 | 0.65234369 | 0.5662353 |     |       |     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 3 | 0    | 3   | 2.3219380447 | 1.32168897 | 0.6657272 |     |       |     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 4 | 0    | 1   | 0.4486319370 | 0.59591059 | 0.5581853 |     |       |     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 5 | 1    | 1   | 0.0003998776 | 0.04583508 | 0.4878031 |     |       |     |     |      |      |      |      |      |      |      |      |

Los estadísticos de ajuste para estos patrones de respuesta se obtienen con:

```
fit <- person.fit(m.2p)
df_subset <- data.frame(
  L0 = fit$Tobs[, "L0"],
  LZ = fit$Tobs[, "Lz"],
  'Pr(<Lz)' = fit$p.values[, "Lz"]
)
head(df_subset, 5)
```

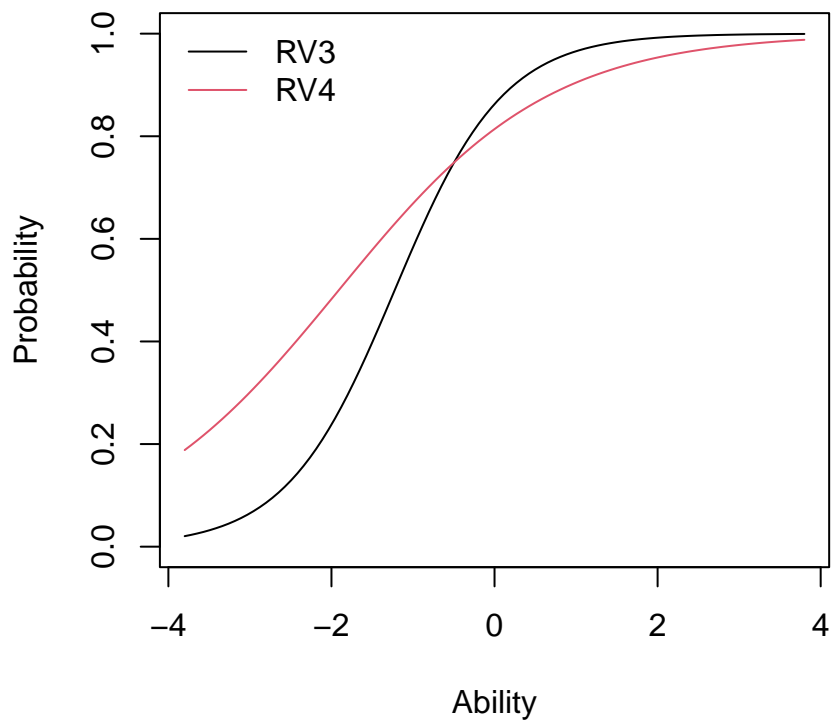
|   | L0         | LZ         | Pr..Lz.      |
|---|------------|------------|--------------|
| 1 | -13.577684 | -1.6659686 | 0.0478598383 |
| 2 | -8.495531  | 0.7630915  | 0.7772955774 |
| 3 | -12.532253 | -0.9399856 | 0.1736124816 |
| 4 | -12.187481 | -0.7437250 | 0.2285214287 |
| 5 | -16.133058 | -3.3386719 | 0.0004208997 |

## 5.2 Gráficos en el modelo logístico de 2-p

Para graficar las FRIs de los ítems con el modelo logístico de 2-p emplearemos:

```
plot(m.2p, type="ICC", item=3:4, legend=T)
```

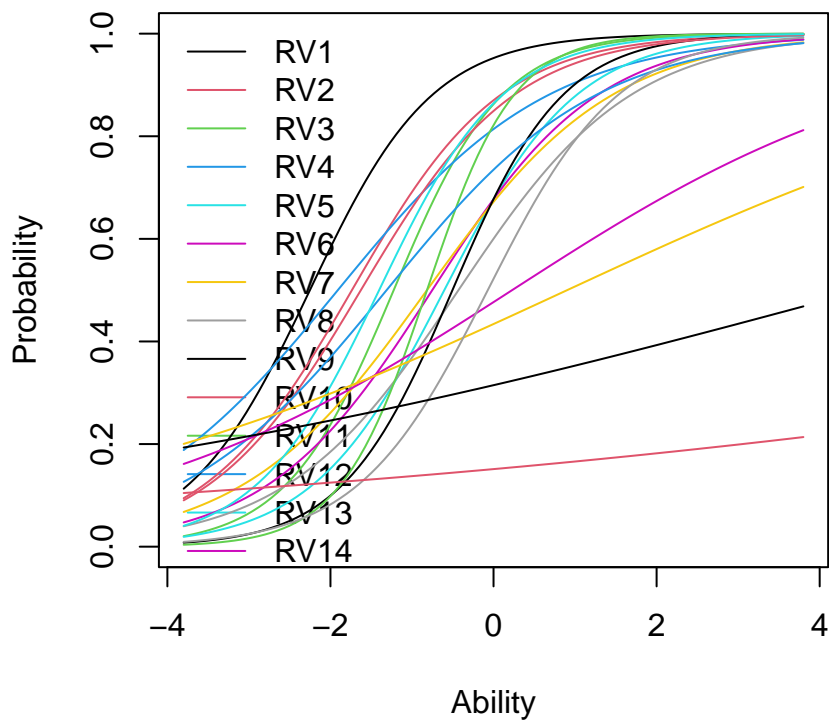
## Item Characteristic Curves



En este caso, la inclinación de las FRIs dependen del parámetro de discriminación, siendo la FRI más apuntada cuanto mayor es este parámetro. Se pueden graficar las FRIs de todos los ítems con:

```
plot(m.2p, type="ICC", item=1:18, legend=T)
```

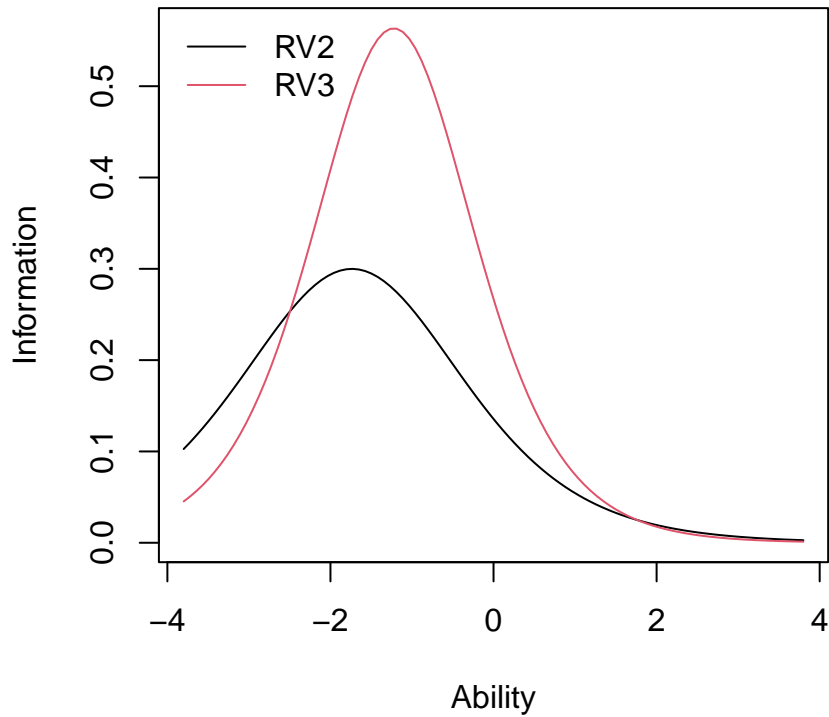
## Item Characteristic Curves



En el modelo logístico de 2-p, las FRIs no son paralelas. Así, los ítems RV14, RV15, RV17 y RV18 presentan FRIs poco pronunciadas, lo que indica que son contestadas prácticamente por todos los niños, independientemente de su nivel de habilidad. Además, algunos ítems presentan probabilidades de respuesta elevadas en niveles de habilidad tan bajos como  $\theta = -4$ . Esto podría ser un indicador de que algunos de los ítems, sobre todo los más difíciles, hayan sido contestados al azar, lo que nos da paso al modelo de 3-p, que veremos en la sección siguiente. Antes conviene presentar las funciones de información de los ítems en este modelo con:

```
plot(m.2p, type="IIC", item=2:3, legend=T)
```

## Item Information Curves



En el modelo logístico de 2-p, las FII son diferentes para cada ítems y están en función de su parámetro de discriminación, dado que la curva de la FII es tanto más elevada cuanto mayor es el parámetro de discriminación del ítem. Además, el ítem aporta máxima información en el punto donde la habilidad y la dificultad coinciden ( $\theta = \delta$ ).

## Capítulo 6

# Modelo de 3-p

### 6.1 Estimación de parámetros

El paquete `ltm` emplea la función `tpm` para estimar los parámetros en el modelo de 3-p. Sin embargo, dado que este modelo incluye un parámetro de pseudo-azar, conviene especificarlo en esta función. Dado que los ítems de este ejemplo tienen 4 opciones, parece que un buen comienzo para la estimación del parámetro de pseudo-azar sería:  $1/4 = 0.25$  que se especifica en el argumento `max.guessing=0.25`. Entonces, la función `tpm` quedará como:

```
m.3p <- tpm(rv, max.guessing=0.25, IRT.param=T)
m.3p$convergence
```

```
[1] 0
```

Para obtener información de la estimación de parámetros emplearemos:

```
summary(m.3p)
```

Call:

```
tpm(data = rv, max.guessing = 0.25, IRT.param = T)
```

Model Summary:

| log.Lik   | AIC      | BIC      |
|-----------|----------|----------|
| -3880.066 | 7868.133 | 8083.941 |

Coefficients:

|             | value  | std.err | z.vals       |
|-------------|--------|---------|--------------|
| Gussng.RV1  | 0.2312 | 0.6396  | 0.3615       |
| Gussng.RV2  | 0.2500 | 0.0009  | 266.4411     |
| Gussng.RV3  | 0.2500 | 0.0000  | 5146953.7379 |
| Gussng.RV4  | 0.0050 | 0.3476  | 0.0143       |
| Gussng.RV5  | 0.0000 | 0.0003  | 0.0011       |
| Gussng.RV6  | 0.0000 | 0.0012  | 0.0040       |
| Gussng.RV7  | 0.0002 | 0.0187  | 0.0102       |
| Gussng.RV8  | 0.1336 | 0.1758  | 0.7598       |
| Gussng.RV9  | 0.0002 | 0.0314  | 0.0076       |
| Gussng.RV10 | 0.0062 | 0.7716  | 0.0081       |
| Gussng.RV11 | 0.1669 | 0.1354  | 1.2325       |
| Gussng.RV12 | 0.0001 | 0.0133  | 0.0103       |

|             |         |        |           |
|-------------|---------|--------|-----------|
| Gussng.RV13 | 0.2500  | 0.0001 | 3967.6174 |
| Gussng.RV14 | 0.0000  | 0.0058 | 0.0086    |
| Gussng.RV15 | 0.2500  | NaN    | NaN       |
| Gussng.RV16 | 0.1329  | 0.0991 | 1.3412    |
| Gussng.RV17 | 0.0005  | 0.0852 | 0.0055    |
| Gussng.RV18 | 0.1339  | 0.0237 | 5.6529    |
| Dffclt.RV1  | -1.9335 | 1.1339 | -1.7052   |
| Dffclt.RV2  | -1.1974 | 0.2138 | -5.6007   |
| Dffclt.RV3  | -0.7393 | 0.1385 | -5.3376   |
| Dffclt.RV4  | -1.8858 | 0.9079 | -2.0771   |
| Dffclt.RV5  | -0.5990 | 0.1248 | -4.7993   |
| Dffclt.RV6  | -0.7427 | 0.1552 | -4.7848   |
| Dffclt.RV7  | -0.8014 | 0.1795 | -4.4658   |
| Dffclt.RV8  | -0.0837 | 0.4651 | -0.1799   |
| Dffclt.RV9  | -0.4938 | 0.1216 | -4.0604   |
| Dffclt.RV10 | -1.6036 | 1.4526 | -1.1040   |
| Dffclt.RV11 | -0.5301 | 0.2476 | -2.1413   |
| Dffclt.RV12 | -1.3012 | 0.2608 | -4.9890   |
| Dffclt.RV13 | -0.8990 | 0.1594 | -5.6394   |
| Dffclt.RV14 | 0.2309  | 0.2657 | 0.8692    |
| Dffclt.RV15 | 1.9192  | 0.7047 | 2.7234    |
| Dffclt.RV16 | 0.2159  | 0.2201 | 0.9810    |
| Dffclt.RV17 | 4.4382  | 3.3303 | 1.3327    |
| Dffclt.RV18 | 2.4614  | 0.7825 | 3.1457    |
| Dscrmn.RV1  | 1.4059  | 0.4671 | 3.0095    |
| Dscrmn.RV2  | 1.2993  | 0.2629 | 4.9432    |
| Dscrmn.RV3  | 2.0053  | 0.4171 | 4.8075    |
| Dscrmn.RV4  | 0.7796  | 0.1965 | 3.9673    |
| Dscrmn.RV5  | 1.2219  | 0.1875 | 6.5183    |
| Dscrmn.RV6  | 0.9916  | 0.1656 | 5.9887    |
| Dscrmn.RV7  | 0.8937  | 0.1579 | 5.6592    |
| Dscrmn.RV8  | 1.1360  | 0.3951 | 2.8748    |
| Dscrmn.RV9  | 1.4751  | 0.2246 | 6.5668    |
| Dscrmn.RV10 | 1.0741  | 0.4104 | 2.6174    |
| Dscrmn.RV11 | 2.3790  | 0.7192 | 3.3081    |
| Dscrmn.RV12 | 0.7820  | 0.1543 | 5.0678    |
| Dscrmn.RV13 | 1.6693  | 0.3303 | 5.0542    |
| Dscrmn.RV14 | 0.4056  | 0.1254 | 3.2342    |
| Dscrmn.RV15 | 0.6345  | 0.2748 | 2.3091    |
| Dscrmn.RV16 | 1.6816  | 0.5954 | 2.8244    |
| Dscrmn.RV17 | 0.1759  | 0.1306 | 1.3473    |
| Dscrmn.RV18 | 2.5844  | 2.6924 | 0.9599    |

Integration:

method: Gauss-Hermite

quadrature points: 21

Optimization:

Optimizer: optim (BFGS)

Convergence: 0

max(|grad|): 0.072

En primer lugar, aparecen los parámetros de pseudo-azar seguidos por los parámetros de dificultad y discriminación, y finaliza con los criterios de convergencia. Los ítems RV3, RV13 y RV15 no han encontrado la convergencia en los parámetros de pseudo-azar. Los mismos resultados en formato comprimido se pueden obtener con:

```
coef(m.3p)
```

|      | Gussng       | Dffclt      | Dscrmn    |
|------|--------------|-------------|-----------|
| RV1  | 2.312041e-01 | -1.93351792 | 1.4058794 |
| RV2  | 2.499985e-01 | -1.19735737 | 1.2993366 |
| RV3  | 2.500000e-01 | -0.73932586 | 2.0053235 |
| RV4  | 4.959870e-03 | -1.88575363 | 0.7796369 |
| RV5  | 2.662298e-07 | -0.59899229 | 1.2218983 |
| RV6  | 4.755519e-06 | -0.74272102 | 0.9915541 |
| RV7  | 1.917576e-04 | -0.80141512 | 0.8937300 |
| RV8  | 1.335796e-01 | -0.08368616 | 1.1359625 |
| RV9  | 2.403638e-04 | -0.49382022 | 1.4750725 |
| RV10 | 6.222030e-03 | -1.60364091 | 1.0740746 |
| RV11 | 1.668534e-01 | -0.53014546 | 2.3790251 |
| RV12 | 1.369998e-04 | -1.30124327 | 0.7819633 |
| RV13 | 2.500000e-01 | -0.89901080 | 1.6692758 |
| RV14 | 4.956543e-05 | 0.23094687  | 0.4055895 |
| RV15 | 2.500000e-01 | 1.91918024  | 0.6345340 |
| RV16 | 1.329101e-01 | 0.21589283  | 1.6816158 |
| RV17 | 4.722212e-04 | 4.43817859  | 0.1758929 |
| RV18 | 1.338889e-01 | 2.46140282  | 2.5843503 |

Se aprecia que algunos ítems mantienen el parámetro de pseudo-azar esperado (**Gussng**), lo que revela que tienen cierta tendencia a ser acertados por azar, mientras que en otros ítems, los parámetros de pseudo-azar son muy bajos, lo que indica que el acierto por azar prácticamente no ha ocurrido. Ahora procede examinar el ajuste de los ítems con:

```
item.fit(m.3p)
```

#### Item-Fit Statistics and P-values

Call:

```
tpm(data = rv, max.guessing = 0.25, IRT.param = T)
```

Alternative: Items do not fit the model

Ability Categories: 10

|     | X <sup>2</sup> | Pr(>X <sup>2</sup> ) |
|-----|----------------|----------------------|
| RV1 | 4.286393e+02   | <0.0001              |
| RV2 | 9.639130e+06   | <0.0001              |
| RV3 | 1.889916e+12   | <0.0001              |
| RV4 | 1.606470e+01   | 0.0245               |
| RV5 | 1.485250e+01   | 0.0379               |
| RV6 | 1.309890e+01   | 0.0697               |
| RV7 | 6.344800e+00   | 0.5001               |
| RV8 | 1.251896e+02   | <0.0001              |
| RV9 | 1.894130e+01   | 0.0084               |

```

RV10 1.355880e+01 0.0596
RV11 1.699668e+02 <0.0001
RV12 6.430700e+00 0.4905
RV13 9.909899e+08 <0.0001
RV14 9.087000e+00 0.2465
RV15 2.270297e+11 <0.0001
RV16 1.573851e+02 <0.0001
RV17 9.751800e+00 0.2031
RV18 2.480420e+02 <0.0001

```

Estos resultados revelan que prácticamente ningún ítem sigue el modelo especificado de acuerdo con la distribución  $\chi^2$ .

En este modelo, la estimación de los parámetros de habilidad se obtiene con:

```

fs <- factor.scores (m.3p, method = "EAP", resp.patterns = rv)
head(fs$score.dat, 5)

```

```

      RV1 RV2 RV3 RV4 RV5 RV6 RV7 RV8 RV9 RV10 RV11 RV12 RV13 RV14 RV15 RV16 RV17
1      1   1   1   1   1   1   0   1   1   1   1   1   1   1   1   1   0
2      1   1   1   1   1   1   1   0   1   1   1   0   1   1   0   1   0
3      1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   0   1   1   1
4      1   1   1   1   1   1   1   0   1   1   1   1   1   1   1   0   0
5      1   1   1   1   1   1   0   1   1   0   1   1   0   1   1   0   1
      RV18 Obs   Exp           z1      se.z1
1      0   1 1.084 1.03637208 0.5672687
2      0   1 0.254 0.62519834 0.5195701
3      0   3 2.391 1.25566891 0.5815033
4      0   1 0.433 0.53080588 0.5034605
5      1   1 0.000 0.01820296 0.4614888

```

y el estudio de si existen patrones aberrantes de acuerdo con este modelo se obtienen con:

```

fit <- person.fit(m.3p)
df_subset <- data.frame(
  L0 = fit$Tobs[, "L0"],
  LZ = fit$Tobs[, "Lz"],
  'Pr(<Lz)' = fit$p.values[, "Lz"]
)
head(df_subset, 5)

```

```

      L0      LZ      Pr..Lz.
1 -84.70089 -55.62639 0.000000e+00
2 -47.16873 -27.06996 1.111976e-161
3 -88.06048 -68.09950 0.000000e+00
4 -44.53040 -28.30320 1.578283e-176
5 -62.80939 -42.68532 0.000000e+00

```

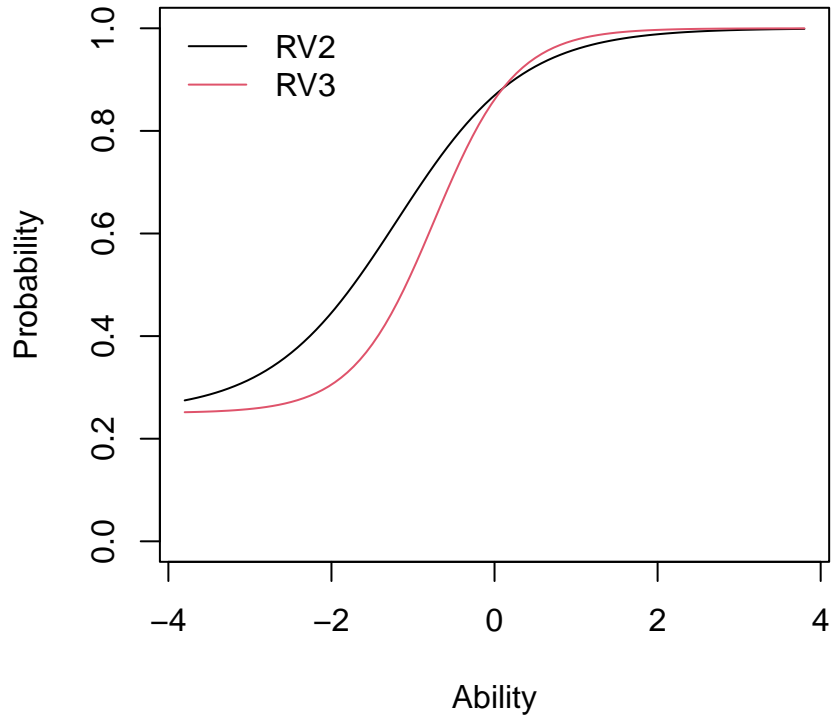
que como se aprecia produce un fuerte desajuste en la mayor parte de los casos.

## 6.2 Gráficos en el modelo de 3-p

Graficar las FRIs aporta información sustancial sobre el funcionamiento del modelo de 3-p. Para ello, se emplea:

```
plot(m.3p, type="ICC", item=2:3, legend=T)
```

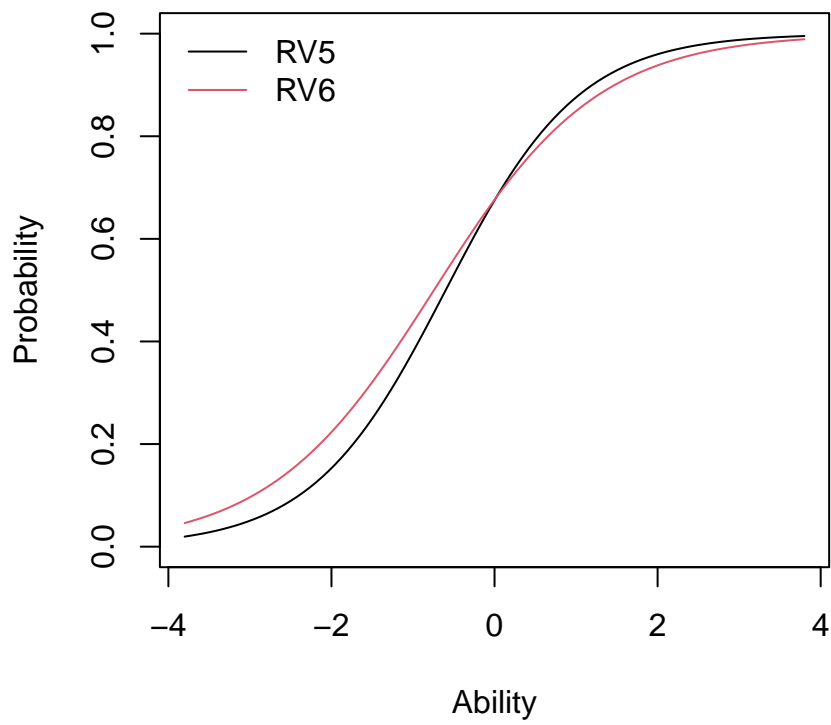
### Item Characteristic Curves



Este modelo se caracteriza porque las FRI de los ítems se hacen asintóticas con el eje de la habilidad en el valor mínimo del parámetro de pseudo-azar, como se aprecia en los ítems: RV2 y RV3. Si el parámetro de pseudo-azar es muy bajo, las FRI de este modelo son indistinguibles de las FRI del modelo logístico de  $2-p$ , aunque se diferencian claramente del modelo logístico de  $1-p$  porque su inclinación es diferente, ya que dependen de los parámetros de discriminación respectivos:

```
plot(m.3p, type="ICC", item=5:6, legend=T)
```

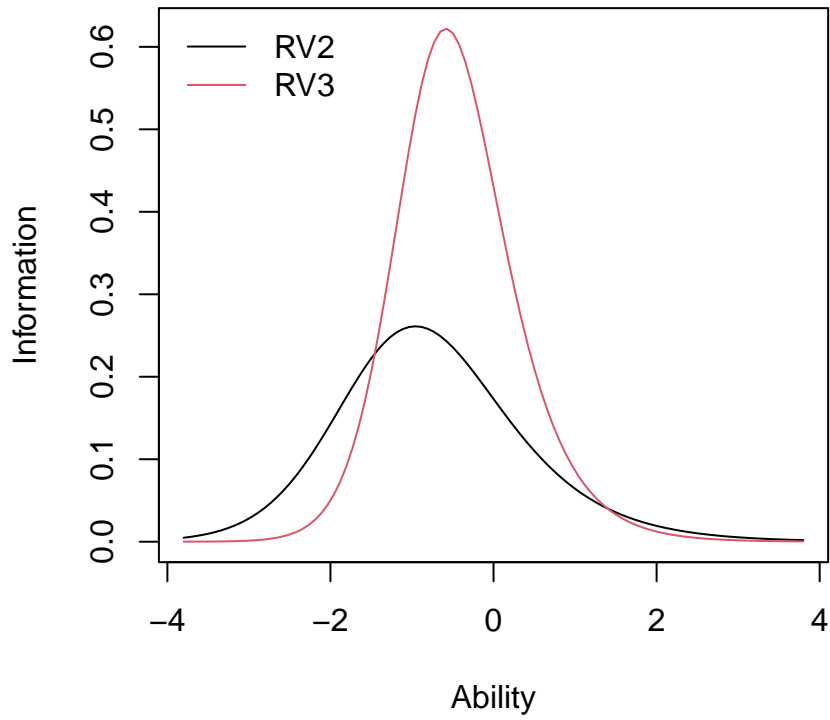
## Item Characteristic Curves



En este modelo, las FIIs se obtienen con:

```
plot(m.3p, type="IIC", item=2:3, legend=T)
```

## Item Information Curves



que están en función de los tres parámetros de cada ítem. La curva será tanto más leptocúrtica cuanto mayor sea el parámetro de discriminación y se encontrará tanto más a la derecha de la abscisa cuanto mayor sea la dificultad del ítem.

## Capítulo 7

# Comparación de modelos

En TRI se dispone de tres modelos para intentar explicar el rendimiento en una escala con ítems dicotómicos. Cada uno caracteriza los ítems en función de 1, 2 o 3 parámetros. En principio, el estudio de los estadísticos de ajuste de los ítems pueden ayudar a aventurar cuál es el modelo que mejor ajusta las respuestas a los ítems, pero el paquete `ltm` dispone de la función `anova()` que permite comparar los tres modelos, supuesto que los tres están anidados.

El modelo más general es el modelo de 3-p, ya que los ítems se pueden diferenciar en función de su discriminación, dificultad y adivinación, seguido por el modelo logístico de 2-p, en el que los ítems se diferencian en función de su capacidad discriminativa y dificultad, y finalmente el modelo logístico de 1-p que solo permite que los ítems se diferencien en función de su dificultad. En primer lugar, se estiman los parámetros en los tres modelos<sup>1</sup>:

```
m.1p <- rasch(rv)
m.2p <- ltm(rv~z1, IRT.param=T)
m.3p <- tpm(rv, max.guessing=0.25, IRT.param=T)
```

La hipótesis nula es que el modelo de menos parámetros explica los resultados, mientras que la hipótesis alternativa es que la mejor explicación viene dada por el modelo que contiene más parámetros. El resultado de comparar el modelo logístico de 2-p vs. el modelo de 3-p es:

```
anova(m.2p, m.3p)
```

### Likelihood Ratio Table

|      | AIC     | BIC     | log.Lik  | LRT  | df | p.value |
|------|---------|---------|----------|------|----|---------|
| m.2p | 7842.83 | 7986.70 | -3885.42 |      |    |         |
| m.3p | 7868.13 | 8083.94 | -3880.07 | 10.7 | 18 | 0.907   |

que ha producido un estadístico de razón de verosimilitud (LRT) no significativo (`p.value = 0.907`), por lo que el modelo de 3-p no es un mejor resultado para explicar las respuestas en este test.

Ahora procede comparar el modelo logístico de 1-p vs. el modelo logístico de 2-p. En este caso, la hipótesis nula es que el modelo logístico de 1-p explica mejor los resultados, mientras que la hipótesis alternativa favorece al modelo logístico de 2-p. El resultado de esta comparación será:

```
anova(m.1p, m.2p)
```

---

<sup>1</sup>Esta parte se puede saltar si ya se han estimado los parámetros siguiendo los ejemplos anteriores.

Likelihood Ratio Table

|      | AIC     | BIC    | log.Lik  | LRT    | df | p.value |
|------|---------|--------|----------|--------|----|---------|
| m.1p | 7939.47 | 8015.4 | -3950.74 |        |    |         |
| m.2p | 7842.83 | 7986.7 | -3885.42 | 130.64 | 17 | <0.001  |

En este caso, el estadístico de razón de verosimilitud (LRT) ha resultado altamente significativo ( $p\text{-value} < 0.001$ ) en favor de la hipótesis alternativa. En este caso, parece que el modelo logístico de 2-p presenta un mejor ajuste que el modelo logístico de 1-p. Los criterios AIC y BIC también confirman un mejor ajuste del modelo logístico de 2-p.

## Capítulo 8

# Evaluación de los principios de los modelos

### 8.1 Evaluación de la unidimensionalidad

#### 8.1.1 El método unidimTest

Para evaluar la unidimensionalidad, el paquete `ltm` dispone de la función `unidimTest()` que permite realizar este proceso en cada uno de los modelos de respuesta al ítem implementados en este paquete. Supuesto que el modelo que mejor explica las respuestas en este test es el modelo logístico de 2-p, para evaluar la unidimensionalidad emplearemos:

```
unidimTest(ltm(rv~z1))
```

Unidimensionality Check using Modified Parallel Analysis

Call:

```
ltm(formula = rv ~ z1)
```

Matrix of tetrachoric correlations

|      | RV1    | RV2    | RV3    | RV4    | RV5    | RV6    | RV7     | RV8    | RV9    | RV10   |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|--------|--------|--------|
| RV1  | 1.0000 | 0.1089 | 0.3857 | 0.2228 | 0.4031 | 0.3058 | 0.1521  | 0.2145 | 0.6127 | 0.3425 |
| RV2  | 0.1089 | 1.0000 | 0.3571 | 0.2501 | 0.3579 | 0.2600 | 0.3528  | 0.2869 | 0.2239 | 0.3762 |
| RV3  | 0.3857 | 0.3571 | 1.0000 | 0.2727 | 0.4524 | 0.3527 | 0.3323  | 0.3940 | 0.3751 | 0.3466 |
| RV4  | 0.2228 | 0.2501 | 0.2727 | 1.0000 | 0.1861 | 0.3928 | 0.2059  | 0.1668 | 0.2520 | 0.2179 |
| RV5  | 0.4031 | 0.3579 | 0.4524 | 0.1861 | 1.0000 | 0.3629 | 0.2808  | 0.3273 | 0.3751 | 0.2297 |
| RV6  | 0.3058 | 0.2600 | 0.3527 | 0.3928 | 0.3629 | 1.0000 | 0.1874  | 0.3248 | 0.2720 | 0.3362 |
| RV7  | 0.1521 | 0.3528 | 0.3323 | 0.2059 | 0.2808 | 0.1874 | 1.0000  | 0.2272 | 0.4480 | 0.3362 |
| RV8  | 0.2145 | 0.2869 | 0.3940 | 0.1668 | 0.3273 | 0.3248 | 0.2272  | 1.0000 | 0.2665 | 0.1956 |
| RV9  | 0.6127 | 0.2239 | 0.3751 | 0.2520 | 0.3751 | 0.2720 | 0.4480  | 0.2665 | 1.0000 | 0.2992 |
| RV10 | 0.3425 | 0.3762 | 0.3466 | 0.2179 | 0.2297 | 0.3362 | 0.3362  | 0.1956 | 0.2992 | 1.0000 |
| RV11 | 0.3080 | 0.4039 | 0.4657 | 0.2988 | 0.4934 | 0.4482 | 0.2345  | 0.3476 | 0.5373 | 0.4209 |
| RV12 | 0.2876 | 0.2594 | 0.2487 | 0.2709 | 0.3372 | 0.2162 | 0.1976  | 0.2699 | 0.2436 | 0.1652 |
| RV13 | 0.3770 | 0.2884 | 0.3394 | 0.2894 | 0.2642 | 0.3049 | 0.1943  | 0.3792 | 0.4358 | 0.3369 |
| RV14 | 0.1077 | 0.2305 | 0.1860 | 0.1210 | 0.2036 | 0.1905 | 0.1236  | 0.2190 | 0.1018 | 0.0740 |
| RV15 | 0.2588 | 0.1863 | 0.0879 | 0.0438 | 0.1710 | 0.0065 | 0.1942  | 0.0113 | 0.1484 | 0.1381 |
| RV16 | 0.3214 | 0.2945 | 0.4642 | 0.1500 | 0.2959 | 0.2163 | 0.3456  | 0.3054 | 0.5208 | 0.3226 |
| RV17 | 0.0025 | 0.1439 | 0.0207 | 0.0699 | 0.1284 | 0.1632 | -0.0274 | 0.0676 | 0.0199 | 0.0421 |

|      | RV11   | RV12    | RV13    | RV14    | RV15    | RV16    | RV17    | RV18    |        |         |
|------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|---------|
| RV18 | 0.1762 | -0.0155 | -0.0746 | 0.0333  | 0.0863  | -0.0454 | -0.0172 | 0.0093  | 0.0455 | -0.1837 |
| RV1  | 0.3080 | 0.2876  | 0.3770  | 0.1077  | 0.2588  | 0.3214  | 0.0025  | 0.1762  |        |         |
| RV2  | 0.4039 | 0.2594  | 0.2884  | 0.2305  | 0.1863  | 0.2945  | 0.1439  | -0.0155 |        |         |
| RV3  | 0.4657 | 0.2487  | 0.3394  | 0.1860  | 0.0879  | 0.4642  | 0.0207  | -0.0746 |        |         |
| RV4  | 0.2988 | 0.2709  | 0.2894  | 0.1210  | 0.0438  | 0.1500  | 0.0699  | 0.0333  |        |         |
| RV5  | 0.4934 | 0.3372  | 0.2642  | 0.2036  | 0.1710  | 0.2959  | 0.1284  | 0.0863  |        |         |
| RV6  | 0.4482 | 0.2162  | 0.3049  | 0.1905  | 0.0065  | 0.2163  | 0.1632  | -0.0454 |        |         |
| RV7  | 0.2345 | 0.1976  | 0.1943  | 0.1236  | 0.1942  | 0.3456  | -0.0274 | -0.0172 |        |         |
| RV8  | 0.3476 | 0.2699  | 0.3792  | 0.2190  | 0.0113  | 0.3054  | 0.0676  | 0.0093  |        |         |
| RV9  | 0.5373 | 0.2436  | 0.4358  | 0.1018  | 0.1484  | 0.5208  | 0.0199  | 0.0455  |        |         |
| RV10 | 0.4209 | 0.1652  | 0.3369  | 0.0740  | 0.1381  | 0.3226  | 0.0421  | -0.1837 |        |         |
| RV11 | 1.0000 | 0.2686  | 0.5341  | 0.1683  | 0.1009  | 0.4945  | 0.0224  | 0.0927  |        |         |
| RV12 | 0.2686 | 1.0000  | 0.3644  | 0.1900  | 0.0463  | 0.1640  | 0.0339  | 0.1155  |        |         |
| RV13 | 0.5341 | 0.3644  | 1.0000  | 0.0391  | 0.1472  | 0.3095  | 0.0758  | -0.0005 |        |         |
| RV14 | 0.1683 | 0.1900  | 0.0391  | 1.0000  | -0.0092 | 0.1971  | 0.0236  | -0.0835 |        |         |
| RV15 | 0.1009 | 0.0463  | 0.1472  | -0.0092 | 1.0000  | -0.0245 | 0.0304  | 0.1970  |        |         |
| RV16 | 0.4945 | 0.1640  | 0.3095  | 0.1971  | -0.0245 | 1.0000  | 0.1278  | 0.0382  |        |         |
| RV17 | 0.0224 | 0.0339  | 0.0758  | 0.0236  | 0.0304  | 0.1278  | 1.0000  | -0.0081 |        |         |
| RV18 | 0.0927 | 0.1155  | -0.0005 | -0.0835 | 0.1970  | 0.0382  | -0.0081 | 1.0000  |        |         |

Alternative hypothesis: the second eigenvalue of the observed data is substantially larger than the second eigenvalue of data under the assumed IRT model

Second eigenvalue in the observed data: 1.0466  
Average of second eigenvalues in Monte Carlo samples: 1.0015  
Monte Carlo samples: 100  
p-value: 0.3168

El valor del segundo eigenvalor de la muestra real no ha sido significativamente mayor que el segundo eigenvalor de las 100 muestras aleatorias (p-value: 0.2178), por lo que se puede considerar que los ítems de la escala de relaciones analógicas forman una escala unidimensional con el modelo logístico de 2-p.

### 8.1.2 Análisis Factorial no lineal

Otra forma de evaluar la unidimensionalidad del test en TRI es emplear el análisis factorial no lineal de la matriz completa de respuestas a los ítems. En este caso, se determina en primer lugar la solución unidimensional y posteriormente una solución bidimensional. Los estadísticos de ajuste: GFI, SRMR, RMSEA y SRMR permiten comparar cuál de las dos soluciones es más adecuada para nuestros datos, teniendo en cuenta que siempre se prefiere la solución unidimensional a otras de mayor dimensionalidad.

Para realizar el análisis factorial no lineal tipo NOHARM debemos cargar la librería correspondiente del paquete `sirt` con:

```
library(sirt)
```

Ahora creamos un objeto donde se almacene los resultados del análisis factorial no lineal con 1 dimensión utilizando:

```
noharm.1d <- noharm.sirt(rv,dimensions=1,lower=0, optimizer="optim")
```

y resumizamos los resultados con:

```
summary(noharm.1d)
```

```
-----  
sirt 4.1-15 (2024-02-06 00:05:40)
```

```
R version 4.5.2 (2025-10-31 ucrt) x86_64, mingw32 | nodename=LAPTOP-KG80FPHG | login=jlpi
```

```
Call:
```

```
noharm.sirt(dat = rv, dimensions = 1, lower = 0, optimizer = "optim")
```

```
Date of Analysis: 2026-04-15 11:14:46.880991
```

```
Time difference of 0.01669788 secs
```

```
Computation Time: 0.01669788
```

```
Function 'noharm.sirt'
```

```
Elapsed time pre-processing = Time difference of 0.003716946 secs
```

```
Elapsed time optimization = Time difference of 0.01199484 secs
```

```
Elapsed time post-processing = Time difference of 0.0009951591 secs
```

```
Multidimensional Confirmatory Factor Analysis
```

```
NOHARM approximation
```

```
--- Information about optimization ---
```

```
Optimizer = optim
```

```
Converged = TRUE
```

```
Optimization Function Value = 0.009516
```

```
Number of iterations = 16
```

```
Elapsed time = Time difference of 0.011549 secs
```

```
Number of Observations: 402
```

```
Number of Items      : 18
```

```
Number of Dimensions : 1
```

```
Tanaka Index        : 0.99971
```

```
RMSR                 : 0.00789
```

```
Number of Used Item Pairs      : 153
```

```
Number of Estimated Parameters : 36
```

```
  # Thresholds                 : 18
```

```
  # Loadings                    : 18
```

```
  # Variances/Covariances      : 0
```

```
  # Residual Correlations      : 0
```

```
Chi Square Statistic of Gessaroli & De Champlain (1996)
```

```
Chi2                   : 202.05
```

```
Degrees of Freedom (df) : 135
```

```
p(Chi2,df)             : 0
```

```
Chi2 / df               : 1.497
```

```
RMSEA                  : 0.035
```

Green-Yang Reliability Omega Total : NA

Factor Covariance Matrix

F1  
F1 1

Factor Correlation Matrix

F1  
F1 1

Item Parameters - Latent Trait Model (THETA) Parametrization  
Loadings, Constants, Asymptotes and Descriptives

|      | F1    | final.constant | lower | upper | item.variance | N   | p     |
|------|-------|----------------|-------|-------|---------------|-----|-------|
| RV1  | 0.688 | 1.650          | 0     | 1     | 1.473         | 402 | 0.913 |
| RV2  | 0.640 | 1.114          | 0     | 1     | 1.410         | 402 | 0.826 |
| RV3  | 0.885 | 1.070          | 0     | 1     | 1.784         | 402 | 0.789 |
| RV4  | 0.458 | 0.881          | 0     | 1     | 1.209         | 402 | 0.789 |
| RV5  | 0.768 | 0.450          | 0     | 1     | 1.590         | 402 | 0.639 |
| RV6  | 0.623 | 0.452          | 0     | 1     | 1.389         | 402 | 0.649 |
| RV7  | 0.555 | 0.438          | 0     | 1     | 1.308         | 402 | 0.649 |
| RV8  | 0.593 | 0.248          | 0     | 1     | 1.352         | 402 | 0.585 |
| RV9  | 0.890 | 0.442          | 0     | 1     | 1.792         | 402 | 0.629 |
| RV10 | 0.609 | 1.011          | 0     | 1     | 1.371         | 402 | 0.806 |
| RV11 | 1.160 | 0.910          | 0     | 1     | 2.345         | 402 | 0.724 |
| RV12 | 0.476 | 0.618          | 0     | 1     | 1.227         | 402 | 0.711 |
| RV13 | 0.748 | 1.067          | 0     | 1     | 1.560         | 402 | 0.803 |
| RV14 | 0.287 | -0.058         | 0     | 1     | 1.082         | 402 | 0.478 |
| RV15 | 0.160 | -0.165         | 0     | 1     | 1.026         | 402 | 0.435 |
| RV16 | 0.746 | 0.054          | 0     | 1     | 1.557         | 402 | 0.517 |
| RV17 | 0.118 | -0.482         | 0     | 1     | 1.014         | 402 | 0.316 |
| RV18 | 0.032 | -1.030         | 0     | 1     | 1.001         | 402 | 0.152 |

Item Parameters - Common Factor (DELTA) Parametrization  
Loadings, Thresholds, Uniquenesses and Asymptotes

|      | F1    | threshold | lower | upper | uniqueness |
|------|-------|-----------|-------|-------|------------|
| RV1  | 0.567 | 1.359     | 0     | 1     | 0.679      |
| RV2  | 0.539 | 0.938     | 0     | 1     | 0.709      |
| RV3  | 0.663 | 0.801     | 0     | 1     | 0.561      |
| RV4  | 0.416 | 0.801     | 0     | 1     | 0.827      |
| RV5  | 0.609 | 0.357     | 0     | 1     | 0.629      |
| RV6  | 0.529 | 0.383     | 0     | 1     | 0.720      |
| RV7  | 0.485 | 0.383     | 0     | 1     | 0.765      |
| RV8  | 0.510 | 0.214     | 0     | 1     | 0.740      |
| RV9  | 0.665 | 0.330     | 0     | 1     | 0.558      |
| RV10 | 0.520 | 0.863     | 0     | 1     | 0.729      |
| RV11 | 0.757 | 0.594     | 0     | 1     | 0.426      |
| RV12 | 0.430 | 0.558     | 0     | 1     | 0.815      |
| RV13 | 0.599 | 0.854     | 0     | 1     | 0.641      |
| RV14 | 0.275 | -0.056    | 0     | 1     | 0.924      |

|      |       |        |   |   |       |
|------|-------|--------|---|---|-------|
| RV15 | 0.158 | -0.163 | 0 | 1 | 0.975 |
| RV16 | 0.598 | 0.044  | 0 | 1 | 0.642 |
| RV17 | 0.117 | -0.479 | 0 | 1 | 0.986 |
| RV18 | 0.032 | -1.029 | 0 | 1 | 0.999 |

--- Parameter table ---

|    | mat | row | col | index | fixed | est   | lower |
|----|-----|-----|-----|-------|-------|-------|-------|
| 1  | F   | 1   | 1   | 1     | 0     | 0.688 | -Inf  |
| 2  | F   | 2   | 1   | 2     | 0     | 0.640 | -Inf  |
| 3  | F   | 3   | 1   | 3     | 0     | 0.885 | -Inf  |
| 4  | F   | 4   | 1   | 4     | 0     | 0.458 | -Inf  |
| 5  | F   | 5   | 1   | 5     | 0     | 0.768 | -Inf  |
| 6  | F   | 6   | 1   | 6     | 0     | 0.623 | -Inf  |
| 7  | F   | 7   | 1   | 7     | 0     | 0.555 | -Inf  |
| 8  | F   | 8   | 1   | 8     | 0     | 0.593 | -Inf  |
| 9  | F   | 9   | 1   | 9     | 0     | 0.890 | -Inf  |
| 10 | F   | 10  | 1   | 10    | 0     | 0.609 | -Inf  |
| 11 | F   | 11  | 1   | 11    | 0     | 1.160 | -Inf  |
| 12 | F   | 12  | 1   | 12    | 0     | 0.476 | -Inf  |
| 13 | F   | 13  | 1   | 13    | 0     | 0.748 | -Inf  |
| 14 | F   | 14  | 1   | 14    | 0     | 0.287 | -Inf  |
| 15 | F   | 15  | 1   | 15    | 0     | 0.160 | -Inf  |
| 16 | F   | 16  | 1   | 16    | 0     | 0.746 | -Inf  |
| 17 | F   | 17  | 1   | 17    | 0     | 0.118 | -Inf  |
| 18 | F   | 18  | 1   | 18    | 0     | 0.032 | -Inf  |
| 19 | P   | 1   | 1   | NA    | 1     | 1.000 | NA    |

Para calcular el estadístico SRMSR (Madcor) se emplea la función,

```
summary(modelfit.sirt(noharm.1d))
```

Test of Global Model Fit

|   | type      | value   | p |
|---|-----------|---------|---|
| 1 | max(X2)   | 5.55461 | 1 |
| 2 | abs(fcor) | 0.12329 | 1 |

Fit Statistics

|                 | est     |
|-----------------|---------|
| MADcor          | 0.03256 |
| SRMSR           | 0.04066 |
| 100*MADRESIDCOV | 0.62851 |
| MADQ3           | 0.05407 |
| MADaQ3          | 0.04652 |

En este caso, el índice de Tanaka (GFI) ha resultado ser 0.99971 (mayor que 0.95), el índice RMSR es 0.00789 y el criterio para valorar este estadístico es el recíproco de la raíz cuadrada del tamaño muestral. Dado que este grupo está formado por 402 casos, este valor será  $1/\sqrt{402} = 0.0498$ , por lo que el índice RMSR indica un buen ajuste entre la matriz de covarianza real y la matriz de covarianza pronosticada por el modelo. El índice RMSEA es 0.035 (menor que 0.05) y el índice SRMSR es 0.04066 (menor que 0.05), por lo que se puede considerar que la solución unidimensional es adecuada.

No obstante, aunque la solución unidimensional parece correcta, conviene determinar los

mismos estadísticos de ajuste con la solución bidimensional. En este caso emplearemos:

```
noharm.2d <- noharm.sirt(rv,dimensions=2,lower=0, optimizer="optim")
summary(noharm.2d)
```

-----

sirt 4.1-15 (2024-02-06 00:05:40)

R version 4.5.2 (2025-10-31 ucrt) x86\_64, mingw32 | nodename=LAPTOP-KG80FPHG | login=jlpi

Call:

```
noharm.sirt(dat = rv, dimensions = 2, lower = 0, optimizer = "optim")
```

Date of Analysis: 2026-04-15 11:14:47.111327

Time difference of 0.07152605 secs

Computation Time: 0.07152605

Function 'noharm.sirt'

Elapsed time pre-processing = Time difference of 0.003073215 secs

Elapsed time optimization = Time difference of 0.06687093 secs

Elapsed time post-processing = Time difference of 0.001591921 secs

Multidimensional Exploratory Factor Analysis

NOHARM approximation

--- Information about optimization ---

Optimizer = optim

Converged = TRUE

Optimization Function Value = 0.0067

Number of iterations = 92

Elapsed time = Time difference of 0.06670094 secs

Number of Observations: 402

Number of Items : 18

Number of Dimensions : 2

Tanaka Index : 0.99979

RMSR : 0.00662

Number of Used Item Pairs : 153

Number of Estimated Parameters : 53

# Thresholds : 18

# Loadings : 35

# Variances/Covariances : 0

# Residual Correlations : 0

Chi Square Statistic of Gessaroli & De Champlain (1996)

Chi2 : 151.017

Degrees of Freedom (df) : 118

p(Chi2,df) : 0.022

Chi2 / df : 1.28

RMSEA : 0.026

Green-Yang Reliability Omega Total : NA

Factor Covariance Matrix

|    | F1    | F2    |
|----|-------|-------|
| F1 | 1.000 | 0.655 |
| F2 | 0.655 | 1.000 |

Item Parameters - Promax Rotated Parameters (THETA)

Loadings, Constants, Asymptotes and Descriptives

|      | F1     | F2     | final.constant | lower | upper | N   | p     |
|------|--------|--------|----------------|-------|-------|-----|-------|
| RV1  | 0.518  | 0.158  | 1.736          | 0     | 1     | 402 | 0.913 |
| RV2  | -0.053 | 0.609  | 1.137          | 0     | 1     | 402 | 0.826 |
| RV3  | 0.106  | 0.601  | 1.071          | 0     | 1     | 402 | 0.789 |
| RV4  | -0.070 | 0.496  | 0.895          | 0     | 1     | 402 | 0.789 |
| RV5  | 0.054  | 0.592  | 0.453          | 0     | 1     | 402 | 0.639 |
| RV6  | -0.195 | 0.732  | 0.484          | 0     | 1     | 402 | 0.649 |
| RV7  | 0.393  | 0.175  | 0.447          | 0     | 1     | 402 | 0.649 |
| RV8  | -0.076 | 0.603  | 0.255          | 0     | 1     | 402 | 0.585 |
| RV9  | 0.916  | -0.021 | 0.711          | 0     | 1     | 402 | 0.629 |
| RV10 | 0.160  | 0.406  | 1.007          | 0     | 1     | 402 | 0.806 |
| RV11 | 0.234  | 0.589  | 0.899          | 0     | 1     | 402 | 0.724 |
| RV12 | -0.043 | 0.487  | 0.625          | 0     | 1     | 402 | 0.711 |
| RV13 | 0.198  | 0.457  | 1.062          | 0     | 1     | 402 | 0.803 |
| RV14 | -0.153 | 0.421  | -0.060         | 0     | 1     | 402 | 0.478 |
| RV15 | 0.204  | -0.009 | -0.166         | 0     | 1     | 402 | 0.435 |
| RV16 | 0.404  | 0.284  | 0.055          | 0     | 1     | 402 | 0.517 |
| RV17 | -0.131 | 0.234  | -0.487         | 0     | 1     | 402 | 0.316 |
| RV18 | 0.161  | -0.104 | -1.036         | 0     | 1     | 402 | 0.152 |

Item Parameters - Promax Rotated Parameters (DELTA)

Loadings, Constants, Asymptotes and Descriptives

|      | F1     | F2     | thresh | lower | upper | N   | p     |
|------|--------|--------|--------|-------|-------|-----|-------|
| RV1  | 0.509  | 0.155  | 1.359  | 0     | 1     | 402 | 0.913 |
| RV2  | -0.052 | 0.598  | 0.938  | 0     | 1     | 402 | 0.826 |
| RV3  | 0.105  | 0.590  | 0.801  | 0     | 1     | 402 | 0.789 |
| RV4  | -0.068 | 0.487  | 0.801  | 0     | 1     | 402 | 0.789 |
| RV5  | 0.053  | 0.582  | 0.357  | 0     | 1     | 402 | 0.639 |
| RV6  | -0.191 | 0.718  | 0.383  | 0     | 1     | 402 | 0.649 |
| RV7  | 0.386  | 0.172  | 0.383  | 0     | 1     | 402 | 0.649 |
| RV8  | -0.074 | 0.592  | 0.214  | 0     | 1     | 402 | 0.585 |
| RV9  | 0.899  | -0.021 | 0.330  | 0     | 1     | 402 | 0.629 |
| RV10 | 0.157  | 0.399  | 0.863  | 0     | 1     | 402 | 0.806 |
| RV11 | 0.230  | 0.579  | 0.594  | 0     | 1     | 402 | 0.724 |
| RV12 | -0.042 | 0.479  | 0.558  | 0     | 1     | 402 | 0.711 |
| RV13 | 0.194  | 0.449  | 0.854  | 0     | 1     | 402 | 0.803 |
| RV14 | -0.150 | 0.414  | -0.056 | 0     | 1     | 402 | 0.478 |
| RV15 | 0.200  | -0.008 | -0.163 | 0     | 1     | 402 | 0.435 |

|      |        |        |        |   |   |     |       |
|------|--------|--------|--------|---|---|-----|-------|
| RV16 | 0.396  | 0.278  | 0.044  | 0 | 1 | 402 | 0.517 |
| RV17 | -0.129 | 0.230  | -0.479 | 0 | 1 | 402 | 0.316 |
| RV18 | 0.159  | -0.102 | -1.029 | 0 | 1 | 402 | 0.152 |

--- Parameter table ---

|    | mat | row | col | index | fixed | est    | lower |
|----|-----|-----|-----|-------|-------|--------|-------|
| 1  | F   | 1   | 1   | 1     | 0     | 0.534  | -Inf  |
| 2  | F   | 3   | 1   | 2     | 0     | 0.167  | -Inf  |
| 3  | F   | 4   | 1   | 3     | 0     | -0.023 | -Inf  |
| 4  | F   | 5   | 1   | 4     | 0     | 0.106  | -Inf  |
| 5  | F   | 6   | 1   | 5     | 0     | -0.129 | -Inf  |
| 6  | F   | 7   | 1   | 6     | 0     | 0.375  | -Inf  |
| 7  | F   | 8   | 1   | 7     | 0     | -0.021 | -Inf  |
| 8  | F   | 9   | 1   | 8     | 0     | 1.546  | -Inf  |
| 9  | F   | 10  | 1   | 9     | 0     | 0.179  | -Inf  |
| 10 | F   | 11  | 1   | 10    | 0     | 0.340  | -Inf  |
| 11 | F   | 12  | 1   | 11    | 0     | 0.000  | -Inf  |
| 12 | F   | 13  | 1   | 12    | 0     | 0.233  | -Inf  |
| 13 | F   | 14  | 1   | 13    | 0     | -0.097 | -Inf  |
| 14 | F   | 15  | 1   | 14    | 0     | 0.163  | -Inf  |
| 15 | F   | 16  | 1   | 15    | 0     | 0.427  | -Inf  |
| 16 | F   | 17  | 1   | 16    | 0     | -0.088 | -Inf  |
| 17 | F   | 18  | 1   | 17    | 0     | 0.121  | -Inf  |
| 18 | F   | 1   | 2   | 18    | 0     | 0.588  | -Inf  |
| 19 | F   | 2   | 2   | 19    | 0     | 0.685  | -Inf  |
| 20 | F   | 3   | 2   | 20    | 0     | 0.871  | -Inf  |
| 21 | F   | 4   | 2   | 21    | 0     | 0.497  | -Inf  |
| 22 | F   | 5   | 2   | 22    | 0     | 0.778  | -Inf  |
| 23 | F   | 6   | 2   | 23    | 0     | 0.760  | -Inf  |
| 24 | F   | 7   | 2   | 24    | 0     | 0.470  | -Inf  |
| 25 | F   | 8   | 2   | 25    | 0     | 0.652  | -Inf  |
| 26 | F   | 9   | 2   | 26    | 0     | 1.116  | -Inf  |
| 27 | F   | 10  | 2   | 27    | 0     | 0.574  | -Inf  |
| 28 | F   | 11  | 2   | 28    | 0     | 1.082  | -Inf  |
| 29 | F   | 12  | 2   | 29    | 0     | 0.507  | -Inf  |
| 30 | F   | 13  | 2   | 30    | 0     | 0.702  | -Inf  |
| 31 | F   | 14  | 2   | 31    | 0     | 0.342  | -Inf  |
| 32 | F   | 15  | 2   | 32    | 0     | 0.114  | -Inf  |
| 33 | F   | 16  | 2   | 33    | 0     | 0.654  | -Inf  |
| 34 | F   | 17  | 2   | 34    | 0     | 0.155  | -Inf  |
| 35 | F   | 18  | 2   | 35    | 0     | -0.007 | -Inf  |
| 36 | P   | 1   | 1   | NA    | 1     | 1.000  | NA    |
| 37 | P   | 2   | 2   | NA    | 1     | 1.000  | NA    |

summary(modelfit.sirt(noharm.2d))

Test of Global Model Fit

|   | type      | value   | p |
|---|-----------|---------|---|
| 1 | max(X2)   | 5.25626 | 1 |
| 2 | abs(fcor) | 0.12111 | 1 |

```
Fit Statistics
                est
MADcor          0.03432
SRMSR           0.04364
100*MADRESIDCOV 0.67571
MADQ3           0.05264
MADaQ3          0.04599
```

En la solución bidimensional, el índice de Tanaka (GFI) ha sido de 0.99979, el índice RMSR es de 0.0062, el índice RMSEA es 0.026 y el índice SRMSR ha sido de 0.04364. Todos los índices han mejorado la solución dimensional, pero dado que los estadísticos de la solución unidimensional cumplen los criterios establecidos, se admite que una solución más simple es siempre mejor que una solución más compleja, por lo que esta matriz de datos cumple el supuesto de unidimensionalidad.

## 8.2 Evaluación de la independencia local de los ítems

Para evaluar la independencia local de los ítems se puede utilizar el paquete `subscore` que implementa el estadístico Q3 de Yen. En este caso, calculamos el estadístico Q3 de Yen para el modelo logístico de 2-p, que parece en el ejemplo anterior que es el que mejor ajusta las respuestas a los ítems de la escala de relaciones analógicas con:

```
library(subscore)
```

```
Cargando paquete requerido: CTT
```

```
Adjuntando el paquete: 'CTT'
```

```
The following object is masked from 'package:polycor':
```

```
polyserial
```

```
Cargando paquete requerido: irtoys
```

```
Cargando paquete requerido: sm
```

```
Package 'sm', version 2.2-6.0: type help(sm) for summary information
```

```
Adjuntando el paquete: 'sm'
```

```
The following object is masked from 'package:MASS':
```

```
muscle
```

```
summary(Yen.Q3(rv, IRT.model="2pl"))
```

```
There are 0 Q3 statistics exceed 0.2. There are 0 Q3 weighted statistics exceed 0.2.
```

```
      Length Class  Mode
Q3          324  -none- numeric
Q3.weighted 324  -none- numeric
```

y el resultado confirma que los ítems, bajo este modelo, son localmente independientes.