0.1. Discretización derivada: método de Euler.

Recordemos la definición de derivada de una función $f(x)$ con respecto a x, dicha derivada se define como el límite del cociente entre el valor de la función incrementada menos el valor de la función sin incrementar dividida por el valor del incremento de la variable cuando el incremento de la variable tiende a cero:

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Vamos a aproximar la derivada por la división entre intervalos finitos, en nuestro caso.

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \approx \frac{v(t + \Delta t) - v(t)}{\Delta t} \qquad \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \approx \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

podemos escribir

$$v(t + \Delta t) \approx v(t) + a\Delta t$$
$$x(t + \Delta t) \approx x(t) + v\Delta t$$

Con esta aproximación nuestra ecuación diferencial se transforma en ecuaciones algebraicas de solución discreta, es decir, obtenemos resultados únicamente para ciertos valores de la variable. Cuanto más pequeño sea el intervalo Δt, mejor será la aproximación.

Las expresiones anteriores nos indican que el valor de la velocidad en un instante $t + \Delta t$ lo podemos obtener de su valor en un instante anterior t más el producto de la aceleración por el intervalo de tiempo Δt, análogamente para el espacio.

Conocida la expresión para la aceleración, que viene definida por el tipo de problema que tratamos, en nuestro caso $-k * x/m$, para poder comenzar la iteración necesitamos conocer el valor de la posición, x, y de la velocidad, v, en un cierto instante de tiempo. Aprendemos así una de las propiedades básicas de las ecuaciones diferenciales, una ecuación diferencial tiene infinitas soluciones, este es uno de los motivos por lo que son tan adecuadas para ser utilizadas en los modelos que nos describen la naturaleza dada la infinitud de situaciones que esta plantea, para encontrar una solución particular necesitamos conocer las *condiciones iniciales* de nuestro problema.